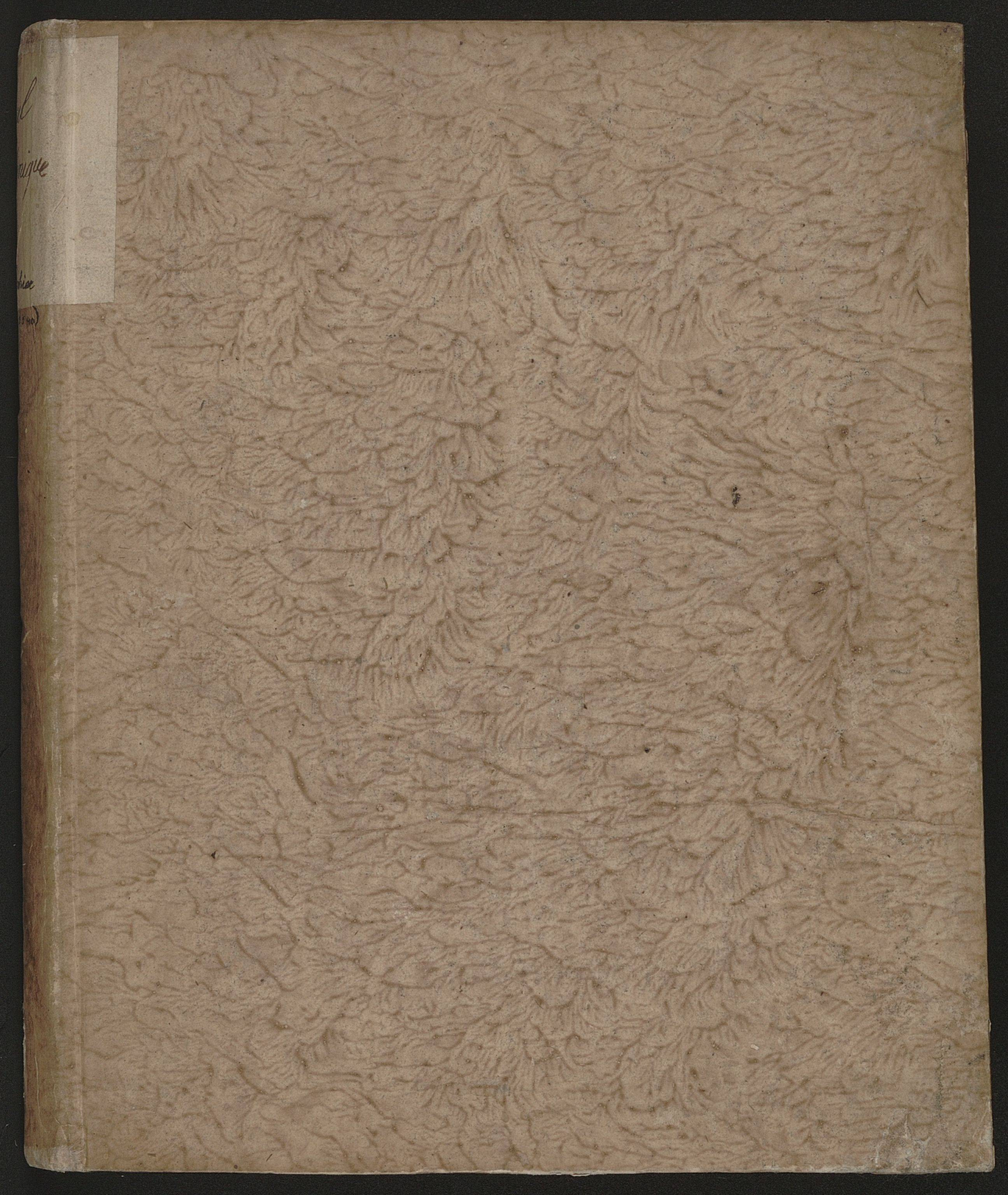




JOURNAL POLYTECHNIQUE,

OU

BULLETIN DU TRAVAIL

FAIT

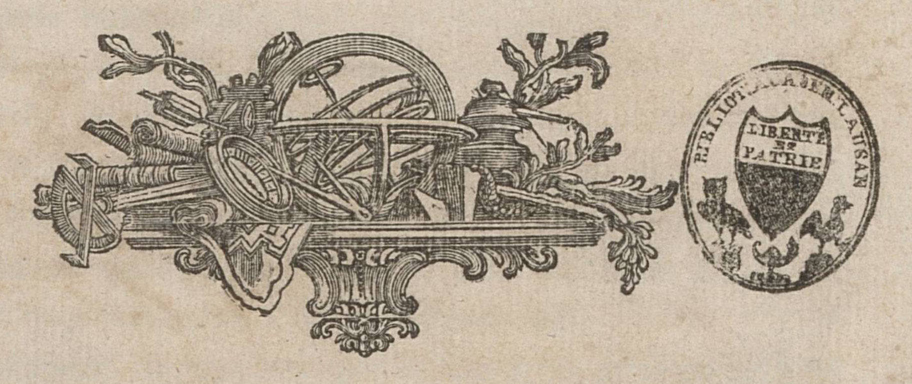
A L'ÉCOLE CENTRALE DES TRAVAUX PUBLICS,

PUBLIÉ

PAR LE CONSEIL D'INSTRUCTION ET ADMINISTRATION DE CETTE ÉCOLE.

PREMIER CAHIER.

MOIS DE GERMINAL.



A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE LA RÉPUBLIQUE.

AN III. [1795]

Et se trouve chez les citoyens REGENT et BERNARD, libraires, quai des Augustins, n.° 37.

AVANT-PROPOS.

L'OBJET de ce Journal, publié en vertu d'un arrêté des trois Comités de la Convention qui surveillent l'école centrale des travaux publics, se trouve dans les motifs exprimés au considérant de l'arrêté de ces Comités, savoir : de justifier l'emploi des moyens que la République fournit pour l'instruction des élèves ; de les encourager, ainsi que ceux qui concourent à leur enseignement, par la publicité donnée à leurs travaux et à leurs soins ; de faire prendre aux études une direction qui tende sans cesse à les perfectionner ; d'offrir un modèle propre à guider d'autres établissemens d'instruction ; enfin, de répandre des connaissances très-utiles relatives aux arts ou aux sciences, et de provoquer l'extension de leur domaine par des découvertes nouvelles ou des applications heureuses.

Pour bien juger, sous tous les rapports, ce qui se fait à l'école centrale des travaux publics, il faudrait connaître son organisation dans toutes ses parties ; savoir quel but on s'est proposé en formant ce vaste établissement, et peut-être l'avoir vu soi-même tel qu'il existe : mais ce n'est pas sous un aspect aussi général que l'on aura à le considérer ici.

Il suffira d'abord de rappeler que l'école a été mise en activité par un décret de la Convention nationale, du 7 vendémiaire dernier, d'après un rapport fait par *Fourcroy*, au nom des trois Comités réunis ; qu'elle doit contenir environ quatre cents élèves, ayant déjà, dans un examen, fait preuve d'intelligence et de connaissances acquises sur les élémens d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie ; qu'enfin ces élèves étant destinés à remplir un

jour, soit des fonctions d'ingénieurs de différens genres, soit des professions particulières qui exigent des hommes éclairés dans les sciences ou les arts, on leur apprend les parties de mathématiques et de physique qui sont effectivement la base des connaissances nécessaires à l'exercice de ces divers états.

Ainsi, l'enseignement de l'école a deux branches principales :

La première comprend, d'une part, l'analyse mathématique, avec ses applications à la géométrie et à la mécanique ; d'autre part, la géométrie descriptive divisée en trois parties : la stéréotomie, l'architecture et la fortification.

Le dessin s'y trouve joint, soit comme étant la description moins rigoureuse, mais souvent la seule possible, des objets ; soit comme art de goût.

Dans la seconde branche il s'agit de physique générale et de chimie : cette dernière a été partagée en trois cours ; le premier, où l'on s'occupe spécialement des substances salines ; le second, des substances végétales et animales ; et le troisième, des minéraux.

Toutes ces études se font dans l'espace de trois ans.

Il faut dire encore que l'école est tellement montée, que l'on s'y attache bien plus au travail que l'élève exécute de ses propres mains, qu'à ce qu'il peut apprendre en écoutant les professeurs, ou en étudiant dans des livres.

C'est en effet la meilleure méthode pour fixer dans l'esprit les connaissances que l'on acquiert, s'assurer de leur justesse, et être certain qu'on les possède complètement. La collection de ses ouvrages est d'ailleurs un témoin irrécusable de l'emploi que l'élève a fait de son temps.

Cette condition dans le mode du travail, distingue éminemment l'école centrale des travaux publics. Elle imite en cela l'école de

Mézières pour les ingénieurs militaires, mais qui n'existe plus, et l'école de Schemnitz en Hongrie, relativement à la pratique de la chimie.

On ne saurait trop, dans un moment où l'on va réorganiser l'instruction publique en France, insister sur la nécessité d'obliger les jeunes élèves de tout âge à un travail manuel; sans cela, ils n'auront que des notions superficielles, et seront incapables d'une occupation suivie.

Revenant à notre école, nous observerons que, dans ce Journal, il ne sera question de son organisation, qu'autant que cela sera utile pour faire apprécier le travail dont on a à rendre compte, et non pas uniquement sous le point de vue de son administration et de la police. Ceux qui desireraient connaître plus particulièrement son régime interne, pourraient se procurer l'organisation arrêtée par les trois Comités, et imprimée par leur ordre, ou prendre des renseignemens à l'école même.

Chaque mois il paraîtra un cahier de ce bulletin ; on y trouvera des comptes rendus, rédigés ordinairement par les instituteurs, chacun pour la partie qui le concerne. Ces comptes rendus donneront, en chaque genre, la notice du travail fait dans le mois. Les découvertes et les solutions élégantes de problêmes, fournies, soit par les instituteurs, soit par les élèves, y seront également insérées : ce cahier en présentera quelques exemples intéressans. Les instituteurs et tous les agens attachés à l'école pourront aussi faire paraître des mémoires relatifs aux sciences ou aux arts, quel que en soit l'objet ; il suffira qu'ils contiennent des vérités utiles à répandre, ou des nouveautés propres à avancer les lumières générales.

Comme les élèves ne s'exercent sur l'analyse que par des calculs qui offriraient peu d'intérêt au public, on a cru devoir y suppléer en donnant les feuilles distribuées à chaque leçon par l'instituteur,

Elles contiennent une manière nouvelle et serrée de présenter les formules analytiques, qui nous semble mériter d'être accueillie.

Par rapport au cours de physique, on a l'intention que les expériences qui s'y feront en présence des élèves, aient pour objet, autant qu'il sera possible, ou de constater quelque phénomène nouveau, ou de redresser des erreurs dans les explications des faits déjà connus. Dans cette vue, on formera le projet d'une série d'expériences les plus intéressantes à tenter; et la publicité qui leur sera donnée, à mesure qu'elles seront exécutées, contribuera efficacement au progrès de la science.

Enfin, pour bien comprendre la marche de l'école, il faut savoir que, quoique les études y aient été commencées dès le 1.er nivôse dernier, le travail effectif des élèves ne peut dater que du mois de germinal; en voici la raison :

A l'origine, tous les élèves qui composent l'école y ont été admis à la fois. Il fallait cependant pouvoir les distribuer en trois classes, pour suivre chacune des trois années d'études; sans cela, ce n'eût été que dans deux ans que l'enseignement complet eût pu être monté. D'ailleurs, le local de la maison n'était pas encore disposé dans toutes ses parties; et d'un autre côté, il y avait bien d'autres préparatifs à faire, soit pour la formation des collections, comme bibliothèque, cabinet de physique, de modèles de machines, d'instrumens de laboratoire, de minéraux, &c. &c., soit parce que les instituteurs devaient arrêter d'avance le plan de leur enseignement, afin que les dessinateurs, graveurs, ou autres artistes, eussent le temps de faire les ouvrages destinés à la démonstration, ou à être copiés par les élèves. On sent à cet égard combien il est important que rien n'entrave jamais le service courant.

Pour satisfaire à toutes ces conditions, on a imaginé de faire d'abord des cours préliminaires, qui ont duré trois mois, et

dans lesquels chaque instituteur a présenté le tableau concis de la science qu'il avait à traiter. Indépendamment des autres avantages, il en est résulté un ensemble précieux de programmes, d'après lesquels l'enseignement actuel est dirigé, et dont la collection a été imprimée. Il en sera parlé plus amplement à l'article STÉRÉOTOMIE, et dans quelques autres qui doivent suivre.

Le dessin a eu aussi son cours préliminaire comme toutes les autres parties ; mais il y a cela de particulier dans cette étude, que les élèves ne peuvent s'y exercer que suivant leur degré d'aptitude individuelle, en copiant des dessins, la bosse ou la nature vivante, et d'après les conseils de l'instituteur et de ses adjoints. Le cours préliminaire ne pouvait donner que les principes généraux de l'art : c'est peut-être la seule fois qu'ils aient été ainsi développés dans un cours suivi ; l'occasion de le faire étoit unique aussi, puisqu'il n'y a pas à l'école de cours habituel de ce genre. Sous ce double rapport, on a jugé convenable de rendre public ce que l'instituteur a rédigé de ces leçons : elles seront insérées successivement dans chacun des cahiers de ce journal.

Au reste, dans une institution aussi récemment formée que l'est l'école centrale des travaux publics, et aussi complexe dans son objet, il n'est pas possible que le travail, les réglemens et tous les détails du service, aient la perfection qui ne peut être que le fruit de l'expérience et du temps. Il n'y a donc pas lieu d'être surpris si quelques parties n'ont pas encore toute l'activité et l'ordre qui seraient à desirer.

Les différens comptes rendus que l'on va lire, n'ont pu être assujétis à un mode uniforme. Chaque instituteur s'est étendu plus ou moins, selon la nature de son objet, suivant le temps dont il a eu à disposer, ou d'autres circonstances : mais cette variété

n'empêchera pas de propager des vérités utiles ; les répétitions en style différent, qui pourraient s'y trouver, ne serviront même qu'à mieux faire juger des choses.

Si l'on se représente un moment par la pensée quatre cents jeunes gens, choisis par leurs premières connaissances en mathématiques, rassemblés sur un amphithéâtre, écoutant des instituteurs qui viennent successivement, dans l'espace de trois mois, leur présenter le magnifique tableau des sciences et des arts dont ils apprécieront en détail les diverses parties pendant leur séjour à l'école ; si l'on voit ensuite ces élèves, se distribuant par brigades de vingt, dans des salles où ils travaillent six heures chaque jour, tracer les nombreux objets de la géométrie descriptive qu'on leur enseigne ; si de-là on les suit dans un local orné de tout ce qui peut embellir leur imagination et former leur goût pour le dessin, sur lequel ils s'exercent dans les trois dernières heures du jour, en alternant par divisions pour l'étude de l'analyse pendant le même temps ; si enfin on les retrouve, deux jours de chaque décade, dans des laboratoires de chimie, manipulant eux-mêmes, après avoir reçu la leçon de leur instituteur, et s'y délassant, par l'exercice du corps et l'attrait de tant d'objets curieux, de l'application donnée, les autres jours, aux objets plus sérieux des mathématiques ; quel intéressant spectacle ! qui ne se sentira heureux et ne se glorifiera pas d'avoir à contribuer à l'instruction, aux premiers essais, aux progrès, d'une jeunesse si chère à la République par l'espoir qu'elle lui donne !

Ce sentiment pour les instituteurs, les administrateurs et tous les agens de l'école, est déjà pour eux la plus digne récompense de leurs soins ; et leur zèle pour remplir les devoirs de leurs fonctions, l'emportera toujours sur les fatigues qui en sont inséparables.

JOURNAL



JOURNAL POLYTECHNIQUE.

STÉRÉOTOMIE.

La géométrie descriptive est l'art de représenter sur des feuilles de dessins qui n'ont que deux dimensions, les objets qui en ont trois, et qui sont susceptibles d'une définition rigoureuse.

On a coutume de l'employer sous deux points de vue très-distincts, dans les arts qui exigent de l'exactitude :

Sous le premier point de vue, les artistes en font usage pour se transmettre les uns aux autres la connaissance des objets ; et c'est au moyen des méthodes qu'elle fournit, que l'on construit les cartes géométriques et topographiques, les plans de bâtimens et de machines, les dessins d'architecture, les cadrans solaires, les décorations de théâtre, &c. et dans ce sens, elle est le meilleur moyen que l'on puisse employer pour étudier et décrire les formes et les positions respectives des objets : c'est pour cela qu'elle est devenue une espèce de langue nécessaire à tous les artistes, même à ceux dont le talent consiste dans l'imitation libre des corps qui ne sont pas susceptibles de définition exacte.

Sous le second point de vue, elle est un moyen de recherche, par lequel on peut trouver tout ce qui résulte nécessairement de la forme et de la position respectives des corps rigoureusement définis ; c'est au moyen des méthodes de la géométrie descriptive que les appareilleurs, les charpentiers, les constructeurs de vaisseaux, les menuisiers, les serruriers, &c. trouvent les dimensions de toutes les parties individuelles de l'objet principal qu'ils veulent exécuter, lorsque ces dimensions, sans être données immédiatement, résultent nécessairement de la définition complète de cet objet.

C'est principalement sous le premier point de vue, que l'on emploie la géométrie descriptive à l'école des travaux publics, dans la seconde et troisième année du cours, consacrées, l'une à l'étude de l'architecture, l'autre à celle de la fortification ; dans la seconde année, pour donner aux élèves la connaissance des formes des différentes parties qui entrent dans la composition des bâtimens de tous les genres, et qui peuvent être relatives, soit à leur solidité, soit à leur décoration, et pour leur faire connaître les moyens d'exécution, tant ceux qui dépendent de la nature des matériaux, que ceux qui consistent dans l'emploi des forces ; dans la troisième année, pour leur apprendre à employer à la défense et à l'attaque des postes, des places, des frontières, tous les avantages naturels du terrain et les ressources que produisent l'art et l'expérience.

Mais pour que la géométrie descriptive soit employée pendant ces deux années de la manière la plus avantageuse, et pour ne pas joindre aux difficultés naturelles des objets d'instruction, celles mêmes de la méthode, il faut que les élèves soient déjà exercés dans la géométrie descriptive, et familiarisés avec les procédés qu'elle emploie, tant pour représenter les corps, que pour rechercher ce qui suit nécessairement, quoique d'une manière éloignée, des données immédiates. C'est à l'étude de ces procédés qu'est consacrée la première année du cours, et l'objet de cette étude s'appelle la *stéréotomie*.

Dans la marche ordinaire de l'école, les trois jours qui suivent le décadi, et les trois qui suivent le quintidi sont destinés au travail de la géométrie descriptive. Les élèves se rassemblent le matin à huit heures, sous leurs instituteurs respectifs, qui leur expliquent ce qu'ils doivent exécuter dans la journée. Après cette leçon, qui est environ d'une demi heure, ils se retirent par brigades de vingt dans les salles particulières, où jusqu'à deux heures ils exécutent la leçon qu'ils viennent d'entendre. Dans chaque salle, un chef de brigade surveille l'emploi du temps, lève toutes les difficultés qui peuvent se présenter dans le travail, et signe chaque jour les feuilles de dessin exécutées par les élèves. L'instituteur et son adjoint parcourent toutes les salles de la division à laquelle ils sont attachés; ils entretiennent le zèle, et ils dirigent perpétuellement les travaux des élèves vers la plus grande perfection. A

l'avenir, les chefs de brigade seront pris parmi les élèves qui dans le cours entier des études auront montré le plus de talent; mais à l'origine de l'école, on n'avait point encore d'élèves qui eussent suivi le cours; les chefs de brigade étaient cependant nécessaires, et c'est pour les former, qu'on a établi une école particulière, qui a été suivie avec activité, et des travaux de laquelle nous rendrons un compte particulier dans l'article I.er

Lorsque dans quelques années, l'expérience aura justifié le choix des objets d'instruction, et celui même de la méthode qui consiste principalement dans l'exécution, le travail de chaque année, de chaque mois et de chaque décade, sera déterminé; les instituteurs s'y conformeront, en le perfectionnant ainsi que pourra l'exiger le progrès des connaissances. Mais d'abord, il fallait fixer quels seraient les objets des études, quelle serait la méthode d'enseignement; il fallait faire connaître aux élèves, aux différens agens, aux instituteurs eux-mêmes, la marche qui serait propre à l'école. Cela ne se pouvait faire qu'au moyen d'un cours préliminaire, dans lequel chaque instituteur exposerait non-seulement de quelle manière la partie de l'enseignement dont il était chargé serait distribuée dans tout le cours de l'année, mais encore comment il emploîrait la méthode de l'exécution au succès de l'enseignement. Ce cours préliminaire a eu lieu pour toutes les parties de l'instruction, dans les trois mois de nivôse, pluviôse et ventôse. Pour la stéréotomie, ce cours a duré un mois, et nous en rendrons compte à l'article second.

Au 1.er germinal, la marche habituelle de l'école a commencé. Les élèves ont été distribués en trois divisions, destinées chacune à suivre les études d'une des trois années du cours. Les plus jeunes et ceux dont l'instruction était la moins avancée, ont été placés dans la division de la stéréotomie; les autres ont composé la division d'architecture et celle de la fortification.

Si la division des fortifications sortait de l'école l'année prochaine, elle n'y aurait été qu'une année, et elle n'aurait pas profité de toute l'instruction qu'elle peut y puiser. Il est arrêté que, pour la première fois, les deux divisions d'architecture et de fortifications alterneront la

seconde année. Cela n'empêchera pas que l'année prochaine il n'y ait admission d'une division nouvelle; et il y aura place pour cette division, tant parce qu'à cette époque les chefs de brigades qui aujourd'hui sont pris dans le nombre des élèves, seront alors pris en dehors, que parce que les retraites et les changemens de destination de quelques élèves donneront des places vacantes.

Les deux divisions d'architecture et de fortifications n'ayant encore aucune habitude des procédés de la stéréotomie, il a été arrêté en outre que pour cette fois seulement, pendant les deux premiers mois de germinal et de floréal, les trois divisions suivraient les travaux de la stéréotomie. Nous nous proposons dans le troisième article, de rendre compte du travail de l'école entière, pendant le mois de germinal. Ainsi, pour les deux divisions d'architecture et de fortification, qui ne commenceront leurs travaux ordinaires qu'au 1.er prairial, il n'y aura aucun compte particulier pour le mois de germinal, ni pour celui de floréal.

ARTICLE PREMIER.

DE L'ÉCOLE DES CHEFS DE BRIGADES.

Les élèves de l'école devant être distribués en vingt brigades, il fallait au moins vingt-cinq chefs de brigade, afin que le service, pour quelque cause que ce fût, n'éprouvât jamais d'interruption. Pour former ces vingt-cinq chefs de brigade, on a rassemblé, dès le mois de frimaire, les cinquante jeunes gens qui, d'après l'examen qu'ils avaient subi à Paris, pour être admis à l'école, avaient les notes les plus avantageuses.

Les instituteurs de géométrie descriptive, ceux de chimie et de physique allaient régulièrement leur donner des leçons, et les accoutumaient au genre de travail de l'école. Ces jeunes gens, qui dans les trois mois suivans fréquentaient aussi les cours préliminaires, ont fait de grands progrès; ils ont montré tous le plus grand zèle, et quelques-uns d'entr'eux ont développé de grands talens : non-seulement ils ont étudié avec fruit ce qu'ils étaient destinés à enseigner aux autres, ils

se sont encore occupés de recherches nouvelles, et ils ont fait faire à la géométrie descriptive quelques progrès dont nous allons donner une idée.

Dans le cours préliminaire, l'instituteur avait fait voir que lorsque les surfaces des corps sont arrondies, la position des points brillans n'a rien d'arbitraire ; et que les teintes des différentes parties de la surface sont entièrement déterminées d'après leur situation, tant par rapport à l'objet lumineux qui les éclaire, que par rapport à l'œil qui les voit : mais il n'avait indiqué l'intensité de ces teintes, que comme un objet de recherche, et il n'avait pas même mis sur la voie.

Les élèves de l'école des chefs de brigade ont saisi cette question, ils l'ont complètement résolue pour le cas général ; ils ont donné une construction très-élégante pour le cas particulier de la surface de la sphère, et ils l'ont exécutée par teintes plates, successivement appliquées les unes sur les autres, conformément à la loi de leur solution, et ce morceau de lavis produit parfaitement l'effet desiré. Cette méthode et le procédé auquel elle conduit, rédigés par les élèves eux-mêmes, seront exposés dans un mémoire particulier.

L'instituteur de stéréotomie, en parlant dans le cours préliminaire des surfaces engendrées par le mouvement d'une ligne droite, et que les arts emploient très-fréquemment, à cause des facilités que présente leur génération, avait considéré particulièrement celle qui est engendrée par une droite qui se meut sur trois autres, données d'une manière quelconque. Les élèves chefs de brigade ont recherché les propriétés de cette surface, et en ont découvert plusieurs très-remarquables. Ils ont reconnu, 1.° qu'elle peut être engendrée par le mouvement de deux lignes droites différentes, en sorte qu'il n'y a aucun de ses points par lequel ne passent deux lignes droites qui se trouvent entièrement sur la surface ; 2.° que cette surface est une des trois espèces dans lesquelles celles du second degré peuvent être divisées, de manière qu'elle a un centre et trois axes rectangulaires, par rapport auxquels elle est symétrique.

Sur la fin du cours préliminaire, et quelques jours avant le premier germinal, il fallait, parmi ces cinquante élèves, choisir ceux qui avaient montré le plus de talent, et qui étaient les plus propres à remplir les fonctions de chefs de brigade. Personne ne pouvait mieux faire ce choix

que les élèves eux-mêmes. Dans les leçons qu'ils avaient reçues, dans le travail qu'ils avaient fait, dans les recherches auxquelles ils s'étaient livrés à l'envi, ils avaient eu souvent occasion de se mesurer, et ils avaient le sentiment du rapport de leurs forces. On les convoqua pour procéder à l'élection des vingt-cinq d'entr'eux qui devaient passer au rang de chef de brigade. Cette élection a été bien faite. Les autres ont été distribués en qualité d'élèves dans les brigades, où, par l'instruction qu'ils avaient acquise, ils sont encore utiles aux progrès de l'école. On a lieu de se louer de la mesure qu'on a prise à cet égard; les vingt-cinq chefs de brigade remplissent bien leurs fonctions, et le zèle qu'ils y apportent est une des principales causes du succès de l'établissement.

ARTICLE II.

COURS PRÉLIMINAIRE.

POUR remplir le but qu'on s'était proposé, en établissant le cours préliminaire, il fallait non-seulement présenter un sommaire de toutes les parties qui doivent composer l'instruction de la première année, mais encore faire connaître les moyens qu'on emploîrait pour cette instruction. La stéréotomie avait plus besoin que toute autre partie des sciences, que l'on entrât dans de grands détails, parce que jusqu'ici elle avait été moins cultivée, et parce qu'il n'existe aucun ouvrage qui puisse diriger les élèves et tracer la marche de l'instruction.

Dans les vingt-quatre leçons qui ont composé le cours préliminaire de stéréotomie, on a d'abord exposé la méthode générale des projections, qui fait la base de toute la géométrie descriptive, et on a fait connaître les procédés que cette méthode fournit pour construire les intersections des surfaces courbes; on n'a laissé échapper aucune occasion de jeter de l'intérêt sur ces généralités, en en déduisant les conséquences qui peuvent être de quelque utilité dans les arts de goût et dans ceux d'exécution. Un des plus grands services que l'on puisse rendre aux arts, sur-tout aux arts de goût, c'est d'inspirer aux artistes le sentiment de la loi de continuité; et rien n'est plus propre à les accoutumer à ce sentiment, que les constructions des intersections des surfaces courbes.

On a profité de la méthode des projections, pour faire connaître aux

élèves un grand nombre de générations de surfaces courbes, principalement de celles qui sont employées le plus fréquemment dans les arts. On leur a fait voir que chacune d'elles a, dans chacun de ses points deux, courbures qui déterminent la forme de l'élément, et on leur a fait connaître l'emploi que l'on peut faire des lignes de courbure dans certains arts, comme par exemple en architecture, pour diviser les voûtes en voussoirs, de manière qu'ils dépendent de la nature même de leur surface.

On a fait ensuite l'application des méthodes de la stéréotomie à la coupe des pierres. Ce dernier art a deux parties distinctes : l'une a pour objet la détermination des dimensions et des formes que doivent avoir les parties d'un édifice, pour que leur assemblage ait une stabilité suffisante; elle exige la connaissance des qualités physiques des matériaux et celle des lois de la mécanique : le but de l'autre est de donner à chacune des pierres qui doivent entrer dans la composition d'un édifice, la forme qu'elle doit avoir, pour que, mise à sa place, elle produise l'effet demandé; elle est purement géométrique, et entièrement fondée sur les méthodes de la géométrie descriptive. On a exposé la manière générale de résoudre cette question, et on a eu soin de faire remarquer les lois auxquelles il fallait toujours obéir, et les convenances auxquelles il fallait satisfaire.

L'art de la charpenterie a, quant à son objet, le plus grand rapport avec celui de la coupe des pierres; quant aux moyens et aux procédés d'exécution, il en est très-différent. Il n'y a pas d'art dans lequel la géométrie ait été employée avec autant de succès; il n'y en a pas dans lequel on fasse tant de sacrifices à la loi de continuité; et, quelque extraordinaire que cela paraisse, on peut dire que la meilleure école préliminaire pour l'architecture, est l'étude de l'art de la charpenterie. Il est, pour ainsi dire, une application continuelle des principes rigoureux de la géométrie aux règles flexibles des convenances de plusieurs genres. La méthode qu'on y emploie pour transporter sur les pièces de bois les dimensions construites sur les projections, est aussi particulière à cet art; elle est à proprement parler l'inverse de la construction même de la projection; elle donne à l'artiste le sentiment de la verticale et de la ligne de niveau, auxquelles personne n'est aussi sensible que les charpentiers exercés et intelligens.

La projection d'un objet ne pouvant donner connaissance que de deux de ses dimensions, on ne peut avoir l'idée complète d'un corps, qu'au moyen de deux dessins sur des plans différens. Lorsqu'on emploie les projections comme moyen de recherche, ces deux dessins sont indispensables; mais, lorsqu'on fait usage des projections comme moyen de description, on peut éviter ou diminuer considérablement l'espèce d'embarras qu'entraîne la comparaison de deux dessins.

On a coutume de supposer que les objets éclairés par le soleil portent ombre les uns sur les autres, et l'on construit ces ombres, qui, par leur grandeur, leur forme et leur teinte, donnent une idée assez exacte de la troisième dimension qui n'est pas exprimée dans la projection. L'art de déterminer les ombres dans les dessins, est donc un supplément à la géométrie descriptive. Cet art a deux parties distinctes; l'une s'occupe de la détermination rigoureuse de la projection des contours des ombres, et de celle de la ligne qui, sur la surface d'un corps, sépare les faces éclairées de celles qui sont dans l'ombre: cette partie est purement du ressort de la stéréotomie. Quoique les livres que l'on a sur cette matière ne traitent ordinairement que quelques cas infiniment particuliers, elle est cependant susceptible de la solution la plus générale, et on a développé cette solution dans le cours préliminaire. L'autre partie de cet art est entièrement fondée sur des considérations physiques; elle s'occupe de l'intensité apparente des teintes des parties de la surface d'un corps, soit que les parties soient éclairées directement, soit qu'elles soient dans l'ombre: elle est le produit de l'observation de l'expérience; et quelques-uns de ses résultats dépendent des propriétés de la lumière, de la nature des corps qui la réfléchissent, et de celle du milieu dans lequel elle se propage; d'autres sont les effets de quelques qualités propres de l'organe, qui prolonge les sensations au-delà de la durée de l'action de la lumière, qui augmente les dimensions apparentes des corps, lorsque leur clarté est plus grande, et qui est moins sensible aux impressions faibles, lorsqu'il en éprouve de plus fortes; d'autres, enfin, proviennent des jugemens que nous portons, et tiennent à des causes que nous pourrions regarder comme purement morales; elles affectent principalement les couleurs apparentes des objets. Il s'en faut de beaucoup que cette partie de l'art soit

soit poussée aussi loin que la première : on a cependant eu occasion, dans le cours préliminaire, de développer plusieurs idées nouvelles et fécondes qui peuvent lui servir de base ; et ces vues n'ont pas été sans fruit, puisque, comme nous l'avons déjà observé, elles ont germé dans l'école des chefs de brigade, et donné lieu au mémoire dont nous avons déjà parlé, qui doit paraître dans ce Journal.

D'après les principes de géométrie, et d'après les considérations physiques dont nous venons de parler, l'art de la perspective n'est plus qu'une application plus ou moins ingénieuse de la méthode des projections : sous ce point de vue, il est susceptible de la solution la plus générale qui a été exposée dans le cours préliminaire.

Les cartes géographiques, les cartes réduites dont les marins font usage, les cartes topographiques, les plans de bâtimens, de travaux, de machines, ne sont que des projections exécutées suivant des lois différentes, et dont le choix a été fait de la manière la plus utile à l'objet qu'on avait en vue; on en a exposé les règles générales, et on est entré dans les plus grands détails, même sur les moyens d'exécution.

Enfin une des applications les plus utiles de la géométrie descriptive, tant parce qu'elle familiarise avec les procédés de la stéréotomie, que parce qu'elle donne les connaissances détaillées d'objets nécessaires à presque tous les arts, c'est la description effective des formes et de la construction des parties élémentaires des machines.

Les forces de la nature qui sont à la dispostion de l'homme, ont trois élémens distincts, la masse, la vîtesse, la direction du mouvement. Rarement, dans ces forces, les trois élémens dont il s'agit ont les qualités qui conviennent au but que l'on se propose ; et les machines ont pour objet principal de convertir les forces dont on peut disposer, en d'autres dans lesquelles ces élémens soient de nature à produire l'effet desiré. Chaque machine est composée de plusieurs parties élémentaires dont chacune a un but particulier, et ce but peut être atteint de plusieurs manières différentes suivant les circonstances. L'énumération complète de toutes les manières dont on peut changer les élémens des forces, et la description des moyens différens de produire le même changement dans des circonstances différentes, doivent offrir aux artistes les plus grandes ressources

pour les travaux de tous les genres. Dans le cours préliminaire on a exposé la méthode générale à suivre pour cet objet, qui fait encore partie de l'étude de la stéréotomie.

Telle est la matière de l'instruction que les élèves prendront à l'école centrale des travaux publics pendant la première année. Dans le cours préliminaire on a eu occasion, pour la stéréotomie elle-même, comme pour toutes les autres parties de l'enseignement, de développer plusieurs idées neuves, générales et fécondes; en sorte que ce cours, considéré dans toutes les parties qui l'ont composé, a été réellement une des choses extraordinaires que la révolution a produites en si grand nombre.

Cours ordinaire.

Les deux premiers mois de l'année sont destinés à l'étude des règles générales de la géométrie descriptive, qui doivent servir de base au travail du reste de l'année, et de moyen d'instruction pour les trois années d'études. Dans le mois de germinal, les élèves ont entièrement suivi la marche que l'on s'était proposée; ils ont été exercés à la méthode des projections. On leur a fait connaître les générations d'un très-grand nombre de surfaces courbes, et principalement de celles dont on fait un usage fréquent dans les arts. Ils ont construit les plans tangens et les normales à toutes ces surfaces. Le matin à huit heures ils ont entendu l'instituteur, qui leur a expliqué l'objet du travail du jour, et qui leur a aplani les difficultés qu'ils pouvaient rencontrer; et à la suite de cette courte instruction, ils ont chaque jour exécuté ce qu'ils venaient d'apprendre. On est satisfait du progrès qu'ils ont fait, soit dans la faculté de se représenter les objets à trois dimensions, soit dans l'adresse et l'exactitude des constructions graphiques.

On a lieu de se louer de la méthode qu'on a suivie, et qui consiste à assigner à chaque jour son travail particulier: il en résulte que les opérations sont exécutées à jour fixe, et que toute l'instruction qui entre dans le plan de l'établissement de l'école, sera réellement transmise année par année, conformément au projet.

On trouvera ci-après le tableau des opérations qui ont été exécutées par les élèves, jour par jour, pendant le mois de germinal.

Les différentes parties qui composent l'instruction entière de l'année de stéréotomie sont au nombre de six, et chacune d'elles doit occuper les élèves pendant deux mois. Par exemple, les deux premiers mois sont destinés aux principes généraux de la stéréotomie. Pour chacune de ces parties, à la fin du premier mois, on distribue aux élèves des problèmes relatifs à l'objet qui les occupe, et qui exigent pour leur solution l'emploi des méthodes qu'ils ont apprises. Ces problèmes ne sont pas tous de la même difficulté; et les chefs de brigade qui, parce qu'ils sont continuellement avec les élèves, connaissent mieux les degrés de leur intelligence, sont chargés de les leur distribuer proportionnellement à leurs forces. Le problème doit être résolu dans le mois suivant : aucun jour n'est affecté à ce travail, qui doit être exécuté dans le temps que les occupations ordinaires de l'école peuvent laisser à la disposition des élèves.

A la fin de germinal, on a distribué six problèmes de stéréotomie, dont on trouvera la liste ci-après. Les élèves sont actuellement occupés de leur solution, dont on ne pourra rendre compte que dans le mois suivant.

MONGE.

TABLEAU des opérations qui ont été exécutées par les Élèves de l'École centrale des Travaux publics, pendant le mois de Germinal.

PRÉLIMINAIRES.

1.

1.er jour. { Par un point donné dans l'espace, mener une droite parallèle à une autre droite donnée, et trouver la grandeur d'une partie déterminée de cette droite.

2.

Par un point donné, mener un plan parallèle à un autre plan donné. }

3.

2.e jour. { Construire le plan qui passe par trois points donnés dans l'espace.

4.

Un plan étant donné, trouver les angles qu'il forme avec les plans de projections }

5.

3.e jour. — Par un point donné, mener un plan perpendiculaire à une droite donnée, et construire les projections du point de rencontre de la droite et du plan.

6.

Par un point donné, mener une perpendiculaire à un plan donné, et construire les projections du point de rencontre de la droite et du plan.

7.

Par un point donné, mener une droite perpendiculaire à une autre droite donnée dans l'espace, et construire le point de rencontre des deux droites.

8.

4.e jour. — Deux plans étant donnés, trouver les projections de leur intersection.

9.

Deux plans étant donnés, construire l'angle qu'ils forment entr'eux.

10.

5.e jour. — Deux droites qui se coupent étant données, construire l'angle qu'elles forment entre elles.

11.

Construire l'angle formé par une droite et par un plan, donnés de position dans l'espace.

12.

6. et 7.e jours. — Dans un sommet de pyramide triangulaire, on peut considérer les trois angles que forment entr'eux les faces de la pyramide, et les trois angles que les arrêtes forment entr'elles. Trois de ces six angles étant donnés, construire celui des trois autres que l'on voudra; ce qui comporte toute la trigonométrie sphérique.

13.

Réduire un angle à l'horizon; c'est-à-dire, un angle étant observé dans un plan oblique à l'horizon, et connaissant les inclinaisons de ses deux côtés, construire la projection horizontale de cet angle.

14.

8.e jour. — Deux droites étant données dans l'espace, 1.° construire leur plus courte distance; 2.° déterminer la position de la droite sur laquelle se mesure cette distance.

15.

9.e jour. La distance du centre de gravité d'une pyramide triangulaire à un plan, est égale au quart de la somme des distances des sommets de ses quatre angles solides au même plan.

16.

Le quarré de l'aire d'une figure plane placée d'une manière quelconque dans l'espace, est égal à la somme des quarrés de ses projections sur trois plans rectangulaires.

Plans tangens aux Surfaces courbes.

17.

10.e jour. Par une droite donnée, mener un plan tangent à la surface d'une sphère................ *deux solutions.*

18.

11.e jour. Par un point donné, mener un plan tangent aux surfaces de deux sphères............ *quatre solutions.*

19.

Trois sphères étant données, leur mener un plan tangent commun.................... *huit solutions.*

20.

12.e jour. Par un point pris à volonté sur une surface cylindrique donnée à base quelconque, mener à cette surface un plan tangent.

21.

13.e jour. Mener un plan tangent à une surface cylindrique, par un point pris arbitrairement dans l'espace.

22.

14.e jour. Par un point pris sur une surface conique quelconque, mener un plan tangent à cette surface.

23.

Mener un plan tangent à une surface conique, par un point pris arbitrairement dans l'espace.

24.

15.e jour. Par un point pris sur une surface de révolution dont on connaît la section faite par l'axe, mener un plan tangent à cette surface.

25.

16.e jour. Résoudre la même question, lorsque la surface de révolution est engendrée par le mouvement d'une courbe à double courbure donnée.

26.

17.e jour. Par une droite donnée dans l'espace, mener un plan tangent à une surface de révolution.

27.

18.e jour. Si l'on conçoit qu'une droite horizontale se meuve de manière que, sans cesser d'être horizontale, elle s'appuie constamment, d'une part, contre une verticale, et de l'autre, sur une courbe à double courbure donnée, elle engendrera une surface courbe; cela posé, mener à cette surface un plan tangent, soit par un point sûr sur la surface, soit par une droite prise au dehors.

ÉTAT des Problèmes qui ont été proposés aux Élèves, et dont la solution doit être donnée daus le courant de Floréal.

1.

Construire les projections horizontale et verticale d'un dodécaèdre régulier, et la section faite dans ce solide par un plan quelconque donné de position.

2.

Par un point donné, faire passer un plan qui fasse des angles donnés avec les plans de projections, et n'employer dans cette solution d'autre courbe que le cercle.

3.

Par un point donné, faire passer une droite qui fasse des angles donnés avec les plans de projections, sans employer d'autre courbe que le cercle.

4.

Faire la projection d'une vis triangulaire, sur un plan parallèle à son axe.

5.

Si l'on suppose que le centre d'une sphère constante de rayon se meuve sur l'ellipse d'une vis, la sphère parcourra un espace qui sera enveloppé par une certaine surface courbe; cela posé, construire les sections que font dans cette surface un plan mené par l'axe de la vis, et un plan perpendiculaire à l'axe; et mener les tangentes à ces sections.

6.

Trois droites étant données d'une manière quelconque dans l'espace, si l'on conçoit qu'une quatrième droite se meuve de manière qu'elle coupe constamment les trois autres, elle engendrera une certaine surface courbe; cela posé, mener à cette surface un plan tangent en un point pris sur cette surface et donné par une de ses projections.

ARCHITECTURE.

L'ARCHITECTURE est l'art de projeter et de construire des ouvrages en terre, en maçonnerie, en charpente, &c..... d'après des principes et des proportions déterminées.

L'architecture comprend trois parties très-distinctes ; l'*architecture civile*, l'*architecture militaire* et l'*architecture navale*.

Celle-ci a pour objet de projeter et construire des vaisseaux, des navires, des barques, &c. . . . . Son enseignement n'a pas encore fait partie de celui qui se donne à l'école centrale ; mais les leçons de stéréotomie que l'on y développe, et qu'on fait exécuter aux élèves pendant la première année, forment un corps de principes dont l'étude est indispensable aux ingénieurs-constructeurs de la marine.

L'architecture militaire forme l'objet de l'enseignement de la troisième année. Cet art exige la connaissance, non-seulement des principes nécessaires pour projeter et construire tous les ouvrages qui sont relatifs à l'attaque et à la défense, mais encore de tous les moyens nécessaires pour tirer de ces ouvrages le parti le plus avantageux.

On exposera séparément les principes de cet art, qui ont été développés aux élèves pendant le cours préliminaire.

Enfin l'architecture civile, qui forme l'enseignement de la seconde année, se divise elle-même en deux parties : l'une consiste dans l'art de projeter, de construire et d'embellir les édifices que les hommes destinent à leur habitation, ou consacrent à l'utilité publique ; l'autre a pour unique objet de projeter et de construire tous les ouvrages qui peuvent faciliter la communication des hommes entr'eux, et leur donner les moyens de faire prospérer l'agriculture et le commerce. C'est de celle-ci que nous allons d'abord nous occuper.

ARCHITECTURE CIVILE.

PREMIERE PARTIE.

Communications.

APRÈS avoir exposé aux élèves le but et l'utilité générale des communications, on leur en a fait connaître les différentes espèces, qui se réduisent à trois; les *communications par terre*, les *communications par eau* et les *communications souterraines :* ce qui a donné lieu de leur indiquer l'art de projeter et de construire, 1.° les routes et les ponts; 2.° les ouvrages relatifs aux canaux de navigation et à l'amélioration des rivières navigables, et ensuite les travaux des rades et des ports maritimes; 3.° enfin, les galeries des mines à exploiter, et des carrières.

Tous ces objets devaient être parcourus en dix-huit leçons. L'instituteur a donc cru ne pas devoir s'appesantir sur les détails, mais développer aux élèves les principes généraux qui devaient en être la base, et leur servir, pour ainsi dire, de points de repaire propres à les guider dans tous les travaux qu'ils auraient à faire exécuter.

Il a fallu en outre faire un choix dans la manière d'énoncer ces principes, qui exigent à la rigueur, pour être développés, des connaissances assez étendues en mécanique et en hydraulique, connaissances que la majeure partie des élèves n'était pas supposée devoir posséder encore, et n'avait pas réellement. D'ailleurs, les difficultés augmentaient encore par l'embarras de mettre en corps de doctrine une science sur laquelle on n'a publié que quelques mémoires isolés, et qui exigerait, pour être convenablement traitée, des connaissances étendues tant en théorie qu'en pratique, qui se rencontrent rarement dans un même individu.

Il a donc fallu s'en tenir à des généralités, en les rendant plus sensibles par quelques applications, lorsque les objets ont permis de citer des exemples. Tels sont les principes qui ont guidé dans l'enseignement du cours préliminaire de la partie de l'architecture civile qui traite des communications, et dont on va donner une courte analyse.

SECTION I.re

COMMUNICATIONS PAR TERRE.

1.° *Des Routes.*

Les routes ont été classées en raison des points principaux d'où elles partent, et auxquels elles aboutissent. On a développé les principes qui servent de base à leur tracé tant dans les plaines que dans les pays de montagnes, en indiquant les principaux moyens que l'art met en usage. On a sur-tout fait sentir que dans ce cas, comme dans tout autre, l'administration devait chercher, non-seulement à concilier la plus sévère économie avec le respect dû aux propriétés, mais ne pas dédaigner aussi les moyens d'embellissement que l'art pouvait tirer de l'exécution d'une route, dont la position, les alignemens et le genre de construction peuvent faire un monument national.

On a insisté sur les avantages de ne donner aux routes qu'une largeur convenable et relative aux besoins, qui se composent de la fréquentation de la route, du genre ainsi que de la qualité des matériaux dont la chaussée est construite, et dont les approvisionnemens pouvant être plus ou moins considérables, en raison de l'entretien, exigent par conséquent une plus ou moins grande largeur d'accotemens pour les déposer.

On a développé les avantages que présente la plantation des routes, et les différens moyens à employer pour ne point gêner l'agriculture, en indiquant l'attention à donner, soit au choix des arbres, en raison des qualités et de l'exposition du sol, soit à leur conservation et à leur entretien.

On s'est ensuite occupé de l'exécution des routes, en parcourant tout ce qui avait rapport au règlement des pentes, aux déblais et remblais, et à la construction de la chaussée; construction qui varie et se modifie en raison de la nature du sol, et du genre, ainsi que de la qualité, des matériaux que le pays traversé par la route peut fournir.

On a terminé cette partie par des observations sur les moyens d'entretenir les routes; objet d'autant plus important, qu'il présente une

dépense qui se renouvelle sans cesse, et qui, par cela même, intéresse essentiellement l'économie du trésor public.

Cette économie ne peut s'obtenir que par des soins constans, et en s'occupant dans les temps, et d'une manière convenable, des réparations et de l'entretien. Elle ne peut encore avoir lieu qu'en employant des moyens de transport qui ménagent les routes; car il est bien évident que moins elles seront dégradées, et plus aussi les dépenses de leur entretien devront diminuer.

Or l'exécution de ces conditions dépend non-seulement de l'art, mais bien plus encore de l'administration qui prescrit souvent les moyens d'entretien, ou réduit et modifie considérablement ceux qui lui sont proposés.

Nos moyens de transport détruisent évidemment, et en très-peu de temps, les chaussées les mieux construites. Le peu de largeur des jantes des roues, la charge excessive des voitures, sont des causes de dégradation qu'on pourrait éviter, soit en réglant le poids à transporter, soit en ordonnant une augmentation déterminée dans la largeur des jantes. Le premier de ces moyens pourrait entraîner quelques inconvéniens; le second semble les éviter tous; et cependant, quoique sa mise à exécution paraisse présenter peu de difficultés, le gouvernement ne s'en est presque pas encore occupé.

On peut compter encore parmi les causes générales de la dégradation des routes, ou plutôt de l'augmentation de la dépense de leur entretien, l'inexécution des réparations dans les temps convenables.

Bien des administrateurs ont pensé que c'était une grande économie de ne s'occuper de ces réparations que lorsque les travaux de l'agriculture étaient terminés, afin d'y employer les mêmes moyens d'exécution : mais c'est précisément à l'époque des labours, des semailles, du transport des engrais, que les routes exigent plus de réparations; c'est encore à cette époque que l'on peut ramasser ou extraire les matériaux dont on a besoin; et d'ailleurs le seul moyen d'économiser la dépense des entretiens, c'est de ne point laisser s'accroître les dégradations, et de les réparer à mesure qu'elles se forment.

L'entretien des routes exige donc une main-d'œuvre constante, et

cette main-d'œuvre est d'autant moins à négliger, qu'elle est le seul moyen de suppléer, pendant quelques années, aux matériaux qui commencent à manquer dans beaucoup de départemens, et qu'on est déjà forcé de prendre à des distances considérables des routes à réparer.

Il est donc bien essentiel d'apporter la plus scrupuleuse économie dans l'emploi des matériaux qui servent à l'entretien des routes, et d'y suppléer, le plus qu'il sera possible, par un excédant dans la main-d'œuvre. Tous les jours il naît des hommes; mais la nature met bien du temps à former des pierres. Ainsi l'emploi des cantonniers présente un mode de réparation, plus économique et plus avantageux que celui des rechargemens : avec ce dernier moyen, les routes ne sont jamais roulantes ni en bon état.

2.° *Des Ponts.*

Les ponts sont exécutés en maçonnerie ou en charpente; et l'on a fait voir que pour l'un et l'autre genre de construction, le projet général devait être rédigé d'après les mêmes principes (1); qu'ainsi,

1.° La largeur d'un pont doit être proportionnée à celle de la route dont il n'est que le prolongement.

2.° Que sa longueur dépend entièrement du débouché qu'exige le cours des eaux de la rivière, considérée dans le moment de ses plus grandes crues; que conséquemment cette longueur se compose, non-seulement de la largeur effective du débouché, mais encore de l'épaisseur à donner aux piles dans les ponts en maçonnerie, ou de la largeur des palées dans les ponts en charpente.

3.° Que la hauteur à donner aux ponts dépend de beaucoup de considérations : de l'élévation des eaux de la rivière dans les plus grandes crues; de la position des abords de la route, considérée par rapport aux différentes pentes qu'on peut lui donner pour arriver jusqu'au pont; de la détermination précise du point où la navigation doit cesser, si la rivière est ou peut être rendue navigable; enfin, de la hauteur des bateaux, ou de leur agrès au-dessus de la flottaison.

(1) On fait aussi des ponts en fer, et d'autres suspendus par des cordes; mais la construction de ces différens genres de ponts est si rare, qu'il a paru suffisant de les indiquer.

4.° Dans un pont en maçonnerie, avec un débouché donné, le nombre plus ou moins grand des arches dépend de leur moindre ou plus grande ouverture, et par conséquent de l'élévation du pont; de la qualité, de la densité et de l'appareil des matériaux qu'on peut employer à sa construction. Les besoins de la navigation servent à déterminer aussi la largeur des arches. Dans un pont en charpente, c'est la longueur et l'équarrissage des bois, le système d'assemblage que l'on peut employer, et les besoins de la navigation, qui déterminent la largeur et conséquemment le nombre des travées.

5.° Dans les ponts en maçonnerie, l'épaisseur des piles se détermine par le calcul de la poussée des voûtes; l'élévation et le poids des arches, leur rayon de courbure, la nature et l'espèce des matériaux à employer, forment les données du calcul. Dans les ponts en charpente, la largeur des palées dépend de considérations analogues à celles indiquées ci-dessus, puisque plus les travées sont grandes et plus il faut multiplier les points d'appui.

La rapidité de la rivière, le chariement des glaces sont encore des données qui servent à déterminer la résistance qu'il convient de leur donner.

6.° On a présenté quelques réflexions sur cette question: *Les piles d'un pont en maçonnerie doivent-elles être considérées seulement comme points d'appui, ou doit-on leur donner assez d'épaisseur pour qu'elles puissent résister à la poussée d'une des voûtes du pont, dans le cas où l'une ou l'autre arche collatérale viendrait à manquer !*

On a fait voir que la solution de cette question dépendait absolument de quelques considérations, tant sur le régime de la rivière que sur la nature du terrain dans lequel les piles du pont doivent être fondées. En effet, si l'on est assuré par un résultat constant d'observations, et par des sondes faites avec soin, que le terrain est solide et que les fondations des piles ne peuvent jamais être affouillées, alors on peut sans inconvénient considérer les piles comme points d'appui; mais s'il y a du doute sur la solidité du fond, et si par la nature des matières qui servent de lit à la rivière, les grands affouillemens sont à craindre, alors il n'y a pas à balancer, et l'on doit donner aux piles assez d'épaisseur pour qu'elles fassent culée. Cette règle, ou plutôt cette précaution, est

fondée sur ce qu'il est impossible à l'art de se mettre au-dessus des grands effets de la nature, et encore moins de les prévoir.

Au reste, on a cru remarquer qu'il ne devait pas suffire à un ingénieur d'être assuré de la solidité de son ouvrage, en considérant les piles comme points d'appui; mais qu'il devait en outre balancer les avantages avec la dépense qui devait en résulter. Or les avantages sont, plus de facilité dans le débouché des eaux, et quelque économie résultant d'une diminution dans l'épaisseur des piles : mais aussi, dans ce cas, on est obligé de cintrer toutes les voûtes à la fois, au lieu que les piles faisant culées, un même cintre peut servir successivement à plusieurs arches.

Cette question tient donc encore, comme on le voit, à des circonstances locales qui influent sur le prix des matières et sur la main-d'œuvre.

Après avoir indiqué ces principes généraux, on en a développé d'autres sur la construction des ponts, tant en maçonnerie qu'en charpente, et pour cet objet on n'a eu besoin que d'énoncer dans un ordre convenable, tout ce qui a été écrit à ce sujet par feu *Perronet*, auquel la France doit les plus beaux ouvrages qui existent dans ce genre.

C'est d'après ces préceptes et d'autres renseignemens donnés par deux autres habiles ingénieurs (1), qu'on a exposé tout ce qui était relatif aux principes qui doivent guider, et aux soins qu'il faut prendre dans le tracé des épures, tant des voûtes que de leurs cintres; dans le cintrement, la pose des voussoirs, le décintrement, et en un mot dans tout ce qui peut concourir à la solide et belle construction de ces ouvrages.

Les moyens d'exécution pour la fondation des ponts, s'appliquant également à tous les ouvrages hydrauliques, on a réservé pour la fin du cours, l'enseignement de cette partie très-intéressante de l'art de l'ingénieur.

On a fini ce qui concerne les ponts en charpente par une analyse succincte de ceux qui sont mobiles, tels que les ponts-levis, les ponts-tournans, ceux à bascule, les ponts de bateaux, &c. Des modèles de ces différens genres d'ouvrages, mis sous les yeux des élèves, ont facilité l'explication rapide qui a été donnée de leur construction et de leur usage.

---

(1) Les citoyens *Chezy* et *Dumoustiers*.

SECTION II.e

COMMUNICATIONS PAR EAU, OU NAVIGATION.

Pour mettre l'ordre et la méthode nécessaires dans cette partie de l'enseignement, la navigation a été divisée en *intérieure* et *extérieure;* la première comprenant les canaux naturels et les canaux de l'art, et la deuxième les ports maritimes et les rades.

Dans ce champ vaste de l'enseignement, qui exige un grand nombre de connaissances acquises, on n'a pu développer aux élèves que les principes les plus généraux et les plus saillans, qui forment la principale base de l'instruction qu'ils doivent recevoir.

On a commencé par leur indiquer l'origine, les progrès et les avantages de la navigation; on leur a rappelé que bien avant que les principes de l'hydraulique fussent connus, on avait observé qu'un très-grand nombre de corps avaient une pesanteur spécifique moins grande que celle de l'eau.

Les premiers hommes ont tiré parti de cette observation, d'abord pour descendre et remonter une rivière en côtoyant ses rives, bientôt après pour communiquer de l'un à l'autre bord; enfin, ils ont hasardé de plus longs trajets.

Un tronc d'arbre a probablement été le premier corps flottant dont ils se sont servis; ensuite plusieurs arbres accolés leur ont donné un moyen de navigation plus stable et moins périlleux; enfin un arbre creusé leur a offert un moyen plus sûr et plus commode, et ce moyen a tellement été perfectionné jusqu'à nos jours, que la construction des vaisseaux de ligne en est le résultat.

C'est donc à l'observation d'un effet simple et naturel, qu'est due l'origine d'un art qui, plus qu'aucun autre, montre les progrès de l'esprit humain, et auquel nous devons en grande partie ceux qui ont eu lieu dans la civilisation et dans les arts de tout genre, dont la société a déjà tiré tant d'avantages.

Mais il en reste encore bien d'autres à obtenir par la perfection de la navigation. Ses moyens ont été, presque jusqu'à nos jours, subordonnés aux localités auxquelles on a sacrifié la forme et les dimensions des navires et des bateaux de transport, tandis qu'il est possible, et même essentiel

à la prospérité du commerce, d'assujétir la localité des rivières et des fleuves, celle des ports et des rades, aux besoins de la navigation. D'ailleurs la grande économie qui résulte des transports par eau, quoique bien connue du Gouvernement, ne paraît pas encore avoir assez fixé toute son attention.

Cependant cinq hommes peuvent, dans un temps donné, conduire par eau un poids qui, pour être transporté à une égale distance par terre, exigerait dans le même temps l'emploi de quatre-vingt-trois chevaux, conduits par vingt-un hommes. Or, le terrain ensemencé pour nourrir un cheval, peut suffire pour nourrir huit hommes; ainsi, abstraction faite des autres dépenses, celles des deux moyens de transport que l'on vient d'indiquer, sont entre elles :: 1 : 137.

Après avoir fait connaître sommairement l'origine, les progrès et les avantages de la navigation, on a passé aux principes qui concernent l'art de projeter et construire les ouvrages qui y sont relatifs, en suivant l'ordre indiqué ci-dessus.

1.° *DE LA NAVIGATION INTÉRIEURE DES CANAUX NATURELS ET ARTIFICIELS.*

1.° *Des Canaux naturels, ou des Fleuves et des Rivières.*

Les fleuves et les rivières qui forment l'objet des ouvrages qui concernent cette première partie de la navigation intérieure, ont été considérés sous quatre points de vue différens; relativement à la formation de leur lit, à leur régime, aux obstacles qui gênent la navigation, et enfin aux moyens d'enlever ces obstacles.

La formation du lit des rivières et celle des vallées, sont dues à la même cause; elles sont le même résultat d'un grand effet de la nature.

Les vallées ont été plus profondes qu'elles ne le sont : on observe que leur sol se relève constamment; leur creusement n'est donc pas un effet lent et successif des eaux dans l'état où nous les voyons maintenant couler dans les fleuves, mais plutôt celui de l'action des eaux qui ont primitivement sillonné la surface du globe, en entraînant les matières qui leur ont offert le moins de résistance.

Les vallées principales qui portent les eaux à la mer, ont été formées

les premières : c'est dans le courant auquel elles servaient de lit, qu'ont afflué ceux qui ont creusé les vallées secondaires; et ainsi de suite en remontant jusqu'aux points de partage, où la partie la plus élevée des montagnes circonscrit leurs bassins et forme leurs limites.

Les bassins peuvent donc se diviser en primitifs, secondaires, tertiaires, &c. Dans les premiers coulent les fleuves qui portent leurs eaux à la mer; ils comprennent les bassins secondaires, et ces derniers ceux d'un ordre inférieur : dans ceux-ci coulent les ruisseaux qui versent leurs eaux dans les bassins secondaires, lesquels reçoivent à leur tour les rivières qui affluent dans les bassins primitifs.

Les fleuves et les rivières doivent être observés et étudiés dans leur régime, lorsqu'on veut perfectionner leur navigation, ou les rendre navigables s'ils ne le sont pas.

Ce régime n'est autre chose que le rapport assez souvent variable entre la force du courant et la résistance du fond et des rives du canal qui leur sert de lit.

Les élémens qui composent les termes de ce rapport, sont 1.° le volume d'eau qui s'écoule dans un temps donné, la vîtesse du courant, la pente et la largeur du lit; 2.° la nature, la densité, la ténacité des matières qui forment le fond du lit du canal et ses rives.

La différente combinaison de ces élémens donne lieu à différens résultats dont on a déduit des principes sur le régime des rivières et des fleuves.

A l'égard des obstacles qui s'opposent à ce qu'ils soient convenablement navigables, on peut les considérer, soit dans leurs parties supérieures, soit à leur embouchure.

Les obstacles qui s'opposent à la navigation dans la partie supérieure des fleuves et des rivières, sont ou naturels ou artificiels; les premiers peuvent avoir pour cause une hauteur d'eau insuffisante, et ce défaut peut provenir du faible produit des sources, de la trop grande largeur du lit, d'une vîtesse considérable, occasionnée par une trop forte pente. Ces obstacles peuvent être encore le résultat du surhaussement du fond dans quelques endroits du cours de la rivière ou du fleuve; surhaussement dont la cause peut se trouver, soit dans la ténacité de quelques parties du lit que le courant n'aura pu corroder, soit dans l'agrégation

de plusieurs matières qui auront été chariées dans le temps des crues, et que les eaux auront déposées, lorsque leur niveau venant à baisser, elles auront été dépourvues de la force nécessaire pour les entraîner.

On peut aussi compter parmi les obstacles qui gênent la navigation des fleuves et des rivières, les changemens de lit occasionnés, 1.° par les alluvions constamment versées par les affluens ; elles tendent à détourner les eaux de leur cours, en leur faisant continuellement dégrader la rive opposée ; 2.° par les remous et les verhaules provenant des différentes directions des courans : il en résulte toujours des dépôts au-dessous des parties d'eau stagnante qui séparent ces courans ; 3.° enfin, par les matières que les eaux sauvages et les vents régnans apportent sans cesse dans le lit de la rivière : cette dernière cause agit si constamment et en même-temps si efficacement, que c'est à elle seule que sont dus deux effets liés entr'eux, et desquels il résulte que les fleuves sont toujours plus profonds au pied des côteaux les plus escarpés.

Les crues doivent être encore rangées parmi ces obstacles : si les eaux ne couvrent pas alors les chemins de halage, au moins leur trop grande vîtesse s'oppose au remontage des bateaux, ou donne beaucoup de difficultés pour les diriger en descendant.

Les obstacles artificiels qui s'opposent à la navigation, ou la gênent au moins considérablement, peuvent se réduire à quatre : 1.° les anciens ponts qui produisent les cataractes ; 2.° les usines et les digues : non-seulement elles entravent la navigation, mais encore elles perdent les pâturages par les inondations fréquentes qu'elles occasionnent ; elles dépeuplent les vallées par les maladies épidémiques, dont la stagnation des eaux est la première cause ; 3.° les barrages pour le flottage des bois et pour la pêche ; ils parsèment les rivières d'autant d'écueils, qui occasionnent souvent la perte des bateaux ; 4.° enfin, le mauvais état des chemins de halage, soit qu'ils soient gênés par des plantations trop rapprochées du bord de la rivière, soit qu'ils soient dégradés par les entreprises des propriétaires riverains.

Tels sont les obstacles qui gênent la navigation dans le cours supérieur des fleuves : ceux qu'on rencontre dans la partie inférieure, sont d'une autre nature. 1.° Dans l'Océan, leur embouchure est parsemée de

bancs changeans ; la mobilité des alluvions et l'action des vents variables sont la cause principale du déplacement de ces bancs.

2.° Sur les bords de la Méditerranée, ce sont des attérissemens constans et progressifs qui obstruent l'embouchure des fleuves. Ici les eaux se rendent à la mer, après s'être ouvert à travers ces attérissemens un très-grand nombre de canaux connus sous le nom de *bouches*, dans lesquelles l'eau coule sur une hauteur d'autant moins grande, que les bouches sont plus multipliées; il est impossible d'y établir une navigation sûre et convenable.

Dans l'Océan, au contraire, si les eaux n'ont pas un lit constant, elles ne se subdivisent pas au moins en rameaux; et au moment de la pleine mer, les navires trouvent toujours assez d'eau pour descendre ou remonter l'embouchure. La cause de cette différence vient de ce que, dans l'Océan, les eaux que le flot refoule très-haut dans l'embouchure des fleuves, ont assez de force pour entraîner, en descendant, les alluvions apportées par la marée montante; au lieu que, dans la Méditerranée, les affluens roulent sans cesse vers leur embouchure de nouveaux attérissemens, qui sont encore accrus par ceux que le courant littoral y apporte.

Mais aussi cet effet alternatif du flux et du reflux produit des obstacles qui gênent beaucoup la navigation.

L'embouchure de ces fleuves est traversée par des barres de sable, sur lesquelles il ne se trouve que peu de hauteur d'eau, même au moment de la pleine mer. Ces barres ne sont pas sujettes à un grand déplacement; et l'espèce de variation qu'elles éprouvent, n'est due qu'à l'effet alternatif du flux et du reflux, auquel leur formation doit être attribuée.

On éprouve encore auprès de ces barres un effet assez dangereux, et très-marqué dans les temps des vives eaux. Cet effet qui se nomme aussi *barre* ou *mascaret*, est dû à la hauteur croissante que prend le courant de la marée qui refoule les eaux du fleuve. Le courant se trouve de plus en plus resserré dans les différentes parties du lit qu'il parcourt en montant, et qui vont en diminuant de largeur. Il se forme alors une espèce d'onde très-élevée qui ne se soutient que peu d'instans; mais son effet rapide est tel que, si un navire se trouve à son passage

sans y être préparé, c'en est fait et du bâtiment et de l'équipage, tout est englouti sans espérance de voir rien reparaître.

Après avoir donné les développemens convenables sur les obstacles qui gênent la navigation des fleuves et des rivières, et dont on vient de donner une courte analyse, on a sommairement indiqué les principaux travaux au moyen desquels on pouvait faire disparaître ces obstacles; et l'on a vu que dans presque tous les cas que l'on vient d'exposer, l'art n'offrait souvent que des palliatifs, et que ses ressources passagères étaient bien au-dessous des effets constans de la nature.

Les élèves ont donc dû facilement se convaincre qu'il est peu de rivières dont on puisse tirer parti pour une navigation prompte, sûre et commode, soit en descendant, soit en remontant; qu'on ne doit jamais construire d'ouvrages dans leur lit, sans avoir médité les effets qui doivent en résulter, sans être bien assuré que ces ouvrages ne feront pas naître des obstacles plus dangereux encore que ceux qu'on a le projet de détruire; et qu'enfin le meilleur parti à prendre, est presque toujours de laisser les lits des rivières remplir le but pour lequel la nature les a formés, et d'employer les ressources de l'art pour établir des canaux de navigation dans les vallées que parcourent ces rivières.

2.° *Des Canaux artificiels.*

On distingue plusieurs genres de canaux artificiels; savoir : des canaux de navigation, de desséchement, de flottaison et d'irrigation.

On a considéré les canaux de navigation, ou comme pouvant servir à former une communication par eau dans le même bassin d'un fleuve ou d'une rivière, ou comme étant le seul moyen d'établir cette communication entre des fleuves et des rivières coulant dans des bassins différens. Dans le premier cas, on emploie un canal, lorsqu'il est bien constaté qu'un fleuve ou une rivière ne peut pas procurer une navigation sûre et commode, soit en remontant, soit en descendant; quelquefois aussi il ne sert qu'à éviter des obstacles qui s'opposent à la navigation dans quelques parties de leur cours.

Dans le second cas, le canal doit franchir les chaînes des montagnes qui forment la séparation des bassins. Un canal de ce genre a toujours

un seuil ou point de partage, où l'on doit rassembler une quantité d'eau suffisante pour que tous les bateaux qui passent d'un bassin à l'autre, puissent franchir le seuil qui les sépare.

La prospérité du commerce est principalement fondée sur les échanges, et par conséquent sur la facilité du transport des objets à échanger ou échangés ; il ne suffit donc pas de communiquer aisément d'un point à un autre, il faut encore que le retour puisse avoir lieu d'une manière aussi prompte et aussi commode. Si le commerce emploie des moyens comme 1, pour importer, tandis que la même communication exige des moyens comme 2, pour exporter, la valeur des objets d'importation sera bien plus grande qu'elle ne devrait l'être, et cela à cause des difficultés qu'on rencontre dans l'exportation ; et *vice versâ*.

La prospérité du commerce exige donc que les communications en tout sens soient également faciles; il est donc indispensable que l'eau d'un canal ne soit animée d'aucune vîtesse, et qu'elle conserve constamment son niveau.

Mais les canaux descendent ou remontent les vallées ; ils franchissent des montagnes; et comme la pente, et des montagnes et des vallées, ne permet pas d'établir un canal dans un même niveau sur toute sa longueur, on est forcé de mettre ses parties successives dans des niveaux différens; et la longueur de chaque partie est, en général, d'autant plus grande, que la pente des vallées est plus petite. Ce sont ces parties de niveau d'un même canal qu'on nomme *biez;* et la différence du niveau d'un biez à celui du biez suivant, s'appelle *chute*.

La localité détermine souvent la hauteur des chutes; mais cette hauteur a ses limites. Une trop grande chute exigerait souvent des moyens d'exécution plus difficiles et plus dispendieux que deux ou plusieurs chutes plus petites qui remplaceraient la grande.

Il résulte de l'observation et de l'expérience, que des chutes de deux à trois mètres de hauteur, offrent communément plus d'avantages.

Les bateaux passent d'un biez à l'autre, soit pour monter, soit pour descendre, par le moyen de deux *écluses* séparées par un bassin qu'on nomme *sas*. La grandeur du sas et la largeur des écluses, sont ordinairement fixées par celles des bateaux de transport. Pour l'ordinaire, il n'en passe qu'un à la fois, et le sas n'en peut contenir plusieurs.

Après avoir exposé l'objet des canaux de navigation, et indiqué les principales parties qui les forment, on a donné quelques développemens sur la construction des écluses, et sur leur manœuvre pour faire passer les bateaux d'un biez à l'autre. On a fait connaître quelques moyens employés pour économiser les eaux des biez supérieurs, les inconvéniens des sas accolés, et les avantages de les séparer les uns des autres par des biez. On a ensuite donné l'idée de quelques autres ouvrages dont on fait ordinairement usage dans la construction des canaux; tels que des deversoirs et reversoirs de différens genres, des aqueducs simples et à siphon, des ponts-canaux, &c.

Ces différentes parties de l'enseignement concernaient également les canaux qui ne parcourent que le même bassin, et ceux qui servent à passer d'un bassin dans l'autre. Mais ceux-ci diffèrent des autres, en ce qu'ils ont un point de partage, tandis que les premiers peuvent toujours être alimentés par les eaux qui coulent dans la même vallée; leur exécution exigeait donc d'autres développemens, pour faire connaître les difficultés qu'on rencontre, soit pour les projeter et les tracer, soit pour les construire.

Lorsqu'on veut projeter un canal qui doit communiquer à deux bassins, et par conséquent franchir la montagne qui les sépare, il est nécessaire, avant tout, de s'assurer de la quantité d'eau que l'on peut conduire dans le biez de partage qui est le plus élevé. Cette quantité doit être relative aux besoins de la navigation, et par conséquent au nombre de bateaux qui doivent passer par le biez de partage. Or, comme un bateau a besoin d'une éclusée d'eau pour monter, et d'une éclusée pour descendre, il faut compter deux éclusées d'eau par bateau, et les multiplier par le nombre des bateaux qui doivent passer.

A cette quantité d'eau, l'on doit ajouter celle qui est nécessaire pour remplacer les pertes qui ont lieu, soit par l'évaporation, soit par les filtrations. Cette évaluation exige beaucoup d'expérience, et sur-tout une parfaite connaissance des localités, et de la nature, tant du sol sur lequel le canal doit être établi, que des terres dont ses digues doivent être formées.

La quantité d'eau nécessaire pour alimenter le canal étant bien connue, il faut jauger toutes les sources que l'on peut conduire au point de

partage, et s'assurer par des nivellemens bien précis et soigneusement vérifiés, si elles peuvent y être amenées.

Le jaugeage des eaux doit se faire à différentes époques de l'année. Vers l'automne, les sources sont ordinairement dans leur plus faible produit; mais celui qu'elles donnent à la fin de l'hiver est plus considérable, et peut, étant conservé dans des réservoirs assez grands, servir à compenser le manque d'eau dans des temps de sécheresse.

Après avoir développé tous ces principes, et indiqué les soins que l'on doit apporter au tracé des réservoirs, des rigoles qui conduisent les eaux au point de partage, ainsi qu'à celui du canal, on a fixé l'attention des élèves sur la recherche des moyens à employer pour débarrasser le canal des eaux sauvages et superflues; objet d'art qui demande beaucoup d'adresse et d'expérience, et sur-tout une étude particulière des localités, au moyen de nivellemens faits avec soin.

Telle est l'analyse succincte de l'enseignement qui a été donné sur les canaux de navigation; et le rapport qu'ils ont avec les canaux de flottaison, d'irrigation et de desséchement, a donné l'occasion de développer les principes qui servent à l'exécution de ces derniers.

Ces divers genres de canaux ont ensuite été comparés relativement à leur objet, et l'on a fait voir les rapports et les différences qu'ils avaient entre eux.

Dans les canaux de desséchement, d'irrigation et de flottaison, le fond du lit est en pente réglée; l'eau coule avec plus ou moins de vîtesse, et sa hauteur y est variable suivant les saisons : ils ont un régime analogue à celui des rivières.

Dans les canaux de navigation, le fond de leur lit est sur leur longueur, formé de plusieurs parties de niveau; l'eau ne doit y avoir aucune vîtesse sensible, et sa hauteur y est constante; l'eau qui les alimente ne passe qu'à volonté dans les différens biez, et par des moyens artificiels.

Les canaux de navigation peuvent servir à l'irrigation, mais jamais pour la flottaison *à bûches perdues;* ils peuvent encore moins devenir canaux de desséchement. En effet, comme servant à la navigation, les canaux doivent avoir le moins de pente possible; et au contraire pour les desséchemens, on doit donner à leur lit toute la pente que peut permettre celle du sol

de la vallée dans laquelle il est établi : or il est impossible qu'un même canal remplisse deux buts si différens, avec des moyens d'exécution si diamétralement opposés.

2.° DE LA NAVIGATION EXTÉRIEURE.

Des Rades et des Ports maritimes.

De toutes les parties de la science de l'ingénieur, celle qui traite de la construction des ports maritimes et des rades est encore la moins avancée : nous n'avons, sur cet objet intéressant, que la description de quelques ouvrages anciennement exécutés, et très-peu de principes qui puissent guider sur la manière de bien projeter.

Nous devons au célèbre *Vauban* les premiers travaux de ce genre : ils se trouvent décrits dans l'architecture hydraulique de *Bélidor;* mais avec trop peu d'observations sur leurs défauts. En effet, *Vauban* plus occupé de l'art militaire, et sur-tout de l'attaque et de la défense des places de l'intérieur, que des ouvrages maritimes, n'a jamais pu donner tout le temps nécessaire pour observer les rivages de la mer et ses effets. Cependant ce n'est que par des observations constantes et réitérées sur les mouvemens de la mer, l'effet et la direction des vents, le gisement des côtes, la destruction des rivages, &c. que l'on pourra parvenir à établir les principes qui doivent servir à projeter convenablement, et à bien conſtruire les ouvrages maritimes. Il ne paraît pas qu'on ait fait encore, ou au moins publié beaucoup d'observations de ce genre; aussi, depuis *Vauban* et presque jusqu'à nos jours, on a, pour ainsi dire, servilement copié les projets que cet ingénieur a fait exécuter.

Dans l'enseignement donné aux élèves sur cette partie des travaux publics, on a donc cru devoir leur montrer le champ vaste qu'ils avaient à parcourir, et leur indiquer ce qui devait être le principal objet de leurs observations.

Les ports maritimes et les rades ont donc été considérés sous deux points de vue, relativement à leur objet, et par rapport à la disposition générale de leur ensemble.

Un port est un espace circonscrit que la mer remplit ou constamment

ou alternativement, dans lequel les navires peuvent se réparer, prendre ou déposer leur chargement, sans être exposés aux effets dangereux des vents et de la mer.

Une rade est un espace de mer en avant d'un port ou d'une plage, où les navires doivent toujours trouver assez d'eau pour mouiller, et un fond assez solide pour que leurs ancres puissent tenir. Les convois s'y rassemblent, et les bâtimens y attendent un vent favorable pour se rendre à leur destination, ou les circonstances nécessaires pour entrer dans un port.

Les ports de l'Océan dans lesquels on ne peut entrer de basse mer, s'appellent *ports de marée.*

Les rades exposées aux vents régnans s'appellent *rades foraines.*

Les ports et les rades ont un objet commun; c'est de procurer un abri contre la tempête, et un refuge pour éviter l'attaque d'un ennemi supérieur.

La disposition générale de leur ensemble dépend, 1.° de l'action et des effets de la mer et des vents; 2.° de la destination des établissemens maritimes qu'on veut former ou améliorer.

L'on a donc considéré, 1.° les mouvemens de la mer occasionnés par le flux et reflux; ce qui a donné occasion de parler des causes des marées, et de développer les phénomènes de leurs périodes journalières, menstruelles et annuelles. On a fait connaître leurs époques remarquables, leurs variations, ainsi que les phénomènes extraordinaires que l'on remarque quelquefois dans leur mouvement. Enfin, l'on a expliqué ce qu'on entendait par l'*établissement* d'un port.

2.° On a indiqué l'effet que produisaient le gisement et les inégalités du fond sur le mouvement et la direction des marées; c'est de-là que naissent les courans principaux et secondaires, les contre-courans, les verhaules et les sous-courans, &c.

Les courans principaux ont lieu de cap en cap; les anses, les baies, les renfoncemens produisent les courans secondaires, les contre-courans, les verhaules. Une ligne très-remarquable sépare toujours les courans des contre-courans : on la nomme *lime*, du mot latin *limes*; et on observe que cette ligne est d'autant plus éloignée des renfoncemens qui les occasionnent, que ces renfoncemens sont plus grands.

3.° On

3.° On a parlé des ondes, des vagues et des lames produites par l'action des vents sur la mer, et de la différence de ces trois effets. On a fait observer le rapport qu'il y avait entre le mouvement des ondes et celui d'une masse d'eau qui oscille dans un tube recourbé, et l'on a remarqué que l'un et l'autre étaient *isochrones;* et que, contre l'opinion vulgairement reçue, les ondes n'étaient point animées d'un mouvement de translation, mais uniquement d'un mouvement d'élévation et d'abaissement.

L'action des vents sur les mers qu'ils agitent, a fait placer ici des observations sur les vents régnans, et sur la nécessité de bien remarquer leur direction et leur intensité, pour les comparer aux effets qui en résultent. Ces effets principaux, et qu'il importe à l'ingénieur de bien connaître, sont le résultat des efforts de la mer contre les obstacles qu'on lui présente; la destruction des côtes et les attérissemens en sont la suite.

La mer tend à détruire les obstacles qu'on lui présente, soit en les attaquant directement, soit en les affouillant à leur base; la grande hauteur à laquelle s'élève en lames, la mer qui choque les parois de ces obstacles, est la principale cause des affouillemens: la forme et la position de ces parois influent diversement sur les résultats du choc, considéré relativement à sa direction: elles influent de même sur ses effets, qui varient d'ailleurs comme le genre de construction des obstacles attaqués.

Si les obstacles ont leurs parois verticales, alors ils offrent une plus grande réaction à la lame qui les frappe, et les affouillemens à leur pied sont beaucoup plus à craindre. Cette réaction et l'effet des affouillemens diminuent en raison de l'inclinaison des parois.

La destruction des côtes est encore un des grands effets de la mer agitée. Le mouvement des ondes et celui des vagues ne suivent pas la même loi: les premières, abstraction faite des courans, oscillent sans aucun mouvement de progression; les vagues au contraire viennent se briser et porter leur action sur les rivages, dans une direction parallèle à celle des vents régnans.

La destruction des côtes est en raison de leur gisement, et de la plus ou moins grande densité des matières qui les forment; delà naissent les alluvions et les attérissemens, qui peuvent être considérés, par rapport à leur mouvement, à leurs effets, et à la forme de leur dépôt.

Leur mouvement dépend de l'action des vagues, et de la direction des vents régnans. Leurs effets sont d'accélérer quelquefois la destruction des côtes qui les produisent, de combler l'entrée des ports, et d'obstruer l'embouchure de tous les affluens qui se rendent à la mer : de là des inondations, des eaux stagnantes, des exhalaisons pestilentielles, des maladies putrides, &c. Leur dépôt n'a jamais lieu dans une direction rectiligne ; les attérissemens ont dans leur plan et dans leur profil une courbure qui leur est propre.

C'est de l'analyse des observations indiquées ci-dessus, sur les effets qui résultent des différens mouvemens de la mer, que l'on a déduit des principes applicables à la construction des jetées, des moles, des digues, des écluses, et d'une grande partie des ouvrages qui constituent les établissemens maritimes que l'on veut former ou améliorer.

Ces établissemens peuvent avoir des destinations différentes, d'où dépend la disposition des projets ; ils peuvent être relatifs à la guerre maritime, ou seulement au commerce.

Dans l'un et l'autre cas, les rades doivent être abritées contre les vents régnans. — Leur superficie doit être relative à leur objet : une rade trop vaste est souvent trop agitée ; dans trop peu d'étendue, les convois ou les escadres exécutent avec gêne les mouvemens et les manœuvres nécessaires. — Elles doivent jouir d'une bonne hauteur d'eau : trop de profondeur rend le mouillage moins assuré ; il faut filer une trop grande longueur de cable : trop peu de profondeur serait dangereux ; il faut que dans le tangage, les navires ne talonnent point. — Elles doivent être d'une bonne tenue : avec un fond trop dur, l'ancre dérape, et prend difficilement ; elle chasse dans un fond trop mou. — Il n'y faut point de roches, ni bancs d'huîtres ou de corail ; ils usent les cables et les coupent. — Un fond herbeux est suspect. — Les sables vaseux, les argiles, et ce que les marins appellent terre marneuse, forment les meilleurs fonds.

Les rades doivent être d'un accès facile, et sur-tout par les vents les plus à craindre ; en un mot, elles doivent pouvoir être protégées contre les attaques d'un ennemi puissant.

Le développement des différentes propriétés qui doivent constituer une

bonne rade, a fait naître des observations sur la superficie et la hauteur d'eau nécessaire au mouillage; sur la grandeur des passes; sur la nécessité de s'assurer de la permanence du fond.

On a passé ensuite aux considérations relatives aux ports, soit pour la marine, soit pour le commerce.

Le choix de l'emplacement à donner à un port de marine militaire, est un des objets les plus importans dont on doive s'occuper. On doit considérer, dans sa position, celle des ports militaires des nations rivales ou ennemies; les parages plus ou moins fréquentés par les bâtimens de commerce; les attérages plus ou moins dangereux, et les courans ou les raz qui peuvent les faciliter ou les contrarier; le gisement des côtes adjacentes, qui permet le louvoyage, ou s'y oppose; les vents régnans qui doivent favoriser, s'il est possible, autant la sortie que l'entrée du port; les alluvions que les vagues transportent vers son entrée; enfin la possibilité de le couvrir d'une rade plus ou moins abritée, et sur-tout d'une bonne tenue.

Les accès doivent toujours en être faciles, sûrs et débarrassés de tous obstacles; il faut qu'ils soient praticables à toutes les marées, sur-tout si le port n'est pas précédé d'une bonne rade.

A l'égard de l'intérieur du port, les vaisseaux et les autres bâtimens de guerre doivent y être tranquillement et toujours à flot. Il doit y avoir des moyens faciles de construction, de radoub et d'armement.

Toutes ces conditions à remplir exigent l'exécution de beaucoup d'ouvrages différens : des jetées, des moles et des digues; des murs de quai et des écluses de différens genres ; des formes et des cales, des pégoullères, des aiguades, des mâtures, des corderies, des forges; en un mot, des ateliers et des magasins de toute espèce.

Le temps n'a permis que d'énoncer, pour ainsi dire, le but et l'utilité de tous ces ouvrages, et d'indiquer quelques détails de leur construction. Au reste, l'enseignement de cette partie ne peut avoir tout son avantage, qu'en faisant étudier et dessiner tous les détails, ce qui ne peut avoir lieu que dans le cours annuel.

A l'égard des ports maritimes de commerce, ils exigent dans leur ensemble, et dans les dispositions particulières des ouvrages, à-peu-près

les mêmes considérations que les ports militaires ; avec cette différence néanmoins, que ces dispositions doivent être subordonnées à des besoins beaucoup moins étendus, et qu'on laisse au commerce le soin de l'exécution des établissemens qui le concernent, tels que les ateliers, les magasins, les forges, les corderies, &c.

On a de plus observé, que l'emplacement d'un port de commerce, ou celui d'un port militaire, ne devaient pas être choisis d'après les mêmes principes. Un port de commerce doit être à portée des communications de l'intérieur, afin de diminuer les frais d'exportation et d'importation : il doit par conséquent n'être pas éloigné des embouchures des grandes rivières, ou des canaux de navigation, qui offrent les moyens de transport les plus économiques; tandis qu'un port militaire dont l'objet est de porter au large des forces maritimes qui doivent agir avec célérité, chercher et attaquer l'ennemi, protéger des convois, doit être placé dans la partie la plus saillante des côtes, afin que les escadres gagnent plutôt la pleine mer, et puissent, soit en sortant, soit en revenant au port, louvoyer avec plus de facilité.

Tel est le précis de ce qui a été enseigné sur la première partie de l'architecture, pendant le cours préliminaire. On a peu parlé des galeries des mines à exploiter, ainsi que des carrières; et c'est avec regret qu'on n'a pu donner que quelques développemens sur la construction des ouvrages, et que le temps n'a pas permis de parler des moyens d'exécution. Cette partie la plus intéressante de l'art de l'ingénieur, sur-tout dans les constructions hydrauliques, n'est pas encore bien connue : nous n'avons sur cet objet que quelques mémoires épars qu'il faudrait rassembler. On doit espérer que ce travail essentiel naîtra de l'enseignement qui sera donné aux élèves de l'école centrale; et l'on doit d'autant plus le desirer, que c'est un des grands moyens de mettre de l'économie dans l'exécution des travaux publics.

LAMBLARDIE.

SECONDE PARTIE.

L'INSTITUTEUR de la seconde partie de l'architecture civile ne peut donner qu'une note abrégée du cours préliminaire, qui n'offre encore

que le tableau rapide des grands principes de l'architecture, que les hommes de génie ont développés et appliqués dans leurs ouvrages, et qui malheureusement ont été si long-temps méconnus ou négligés. Les développemens de ces principes feront l'objet de l'enseignement et le complément de la première partie de l'art, qui fait en ce moment l'occupation des élèves.

Le peu d'espace dans lequel l'instituteur a été obligé de se renfermer, l'a mis dans la nécessité de réduire, et par conséquent de changer le plan d'instruction qu'il avait donné dans le programme ; ce qui suit, offre l'analyse succincte des principes qu'il a développés dans son cours.

Dans les premières leçons, l'instituteur a fixé l'attention des élèves sur les divisions dont l'architecture est susceptible ; savoir, sur la construction, la distribution et la décoration des bâtimens particuliers, des édifices publics et des monumens. C'est après avoir établi ces différences, qu'il a présenté l'histoire des progrès de l'art chez les Égyptiens, chez les Grecs et chez les Romains. A l'égard des premiers, il a fait connaître les grandes constructions et le but d'utilité vers lequel elles sont dirigées ; il a offert ensuite le tableau des édifices qu'ont fait construire les derniers, et dont les ruines attestent encore la magnificence, les lumières et le génie des peuples qui les firent élever. Il s'est aussi appliqué à faire sentir que si la nécessité et le besoin avaient donné naissance aux premières constructions, c'était à l'utilité publique que ces grands monumens devaient la leur. Il a ensuite jeté un coup-d'œil sur les édifices modernes ; il en a indiqué les défauts les plus frappans, et comment ces défauts étaient nés de l'ignorance des vrais principes de l'art, ou de leur abandon. Enfin, dans les dernières leçons, il s'est occupé d'en retracer la marche, comme la seule qu'on doive suivre désormais, si l'on veut rendre l'architecture à sa dignité, et donner à nos édifices et à nos monumens le caractère qui leur convient.

BALTARD.

FORTIFICATION.

INTRODUCTION. ON rencontre bien quelquefois des hommes qui, animés peut-être par des motifs particuliers, voudraient, comme *Machiavel*, faire douter de l'utilité de la fortification; mais il en est si peu qui en doutent de bonne foi, que nous croyons superflu de prouver ici que la fortification ne cessera d'être utile, que quand les hommes seront assez sages pour vivre paisiblement entr'eux sans avoir besoin de lois. Les places fortes sont, pour les nations qui veulent être libres et justes, ce que les lois ou les clôtures des propriétés sont pour les citoyens honnêtes.

Ce n'est pas que le sentiment de cette utilité ne soit plus ou moins confus dans presque toutes les têtes; mais il y existe aussi réellement que celui en vertu duquel l'astronomie est rangée dans la classe des plus précieuses connaissances de l'humanité, quoique le plus petit nombre des hommes sache à peine pourquoi, et sur-tout comment.

Quoi qu'il en soit, on ne s'aperçoit que trop en ce moment, malgré les signalés services que les places fortes ont déjà rendus à la République, que les individus au fait de la fortification sont beaucoup trop rares, et que de plus il est impossible d'y suppléer, parce que l'enseignement de cette science a été trop concentré jusqu'à présent.

Elle a besoin du secours de presque toutes les sciences ou arts connus, et elle exige en outre dans ceux qui la cultivent, une longue suite d'études qui lui sont particulières, et une pratique consommée. Il suit de-là, entr'autres conséquences majeures :

1.° Qu'il n'y a que ceux qui s'en sont occupés toute leur vie, c'est-à-dire les ingénieurs militaires qui la possèdent réellement;

2.° Que par conséquent il faut entretenir beaucoup plus d'ingénieurs dans les temps ordinaires qu'il n'en est besoin, si l'on veut en avoir assez dans les temps de presse;

3.° Que cette partie de l'art de la guerre, qui exige le plus de connaissances préliminaires, se trouve presque étrangère aux officiers généraux et aux autres citoyens appelés subitement à la défense de la patrie, tandis

qu'en même temps les ouvrages qu'elle crée, doivent servir de cadres ou de pivots à toutes leurs opérations ;

4.° Que presque tous ces militaires sont alors obligés d'accorder une confiance aveugle aux ingénieurs, ou de s'exposer à faire fautes sur fautes. Dans le premier cas même, les opérations sont embarrassées par la difficulté de faire concevoir rapidement des idées souvent compliquées, à ceux qui s'en occupent pour la première fois.

5.° Que l'on est d'autant moins disposé à consulter les ingénieurs, que l'on a des notions moins nettes de la science dont ils s'occupent ;

6.° Qu'à l'époque des besoins vivement sentis, le charlatanisme peut avoir les suites les plus funestes ; car, exagérant lui-même ces besoins, il cherche par-tout à établir des fortifications à sa manière ;

7.° Que les constructions conseillées de longue main par la prudence, restent sans exécution, faute de pouvoir être appréciées par les membres du gouvernement ou par les généraux ;

8.° Que les hommes instruits les plus propres à seconder les ingénieurs dans les cas urgens, regrettent de n'avoir point ajouté à leurs connaissances acquises, des principes de fortification puisés dans des sources certaines ;

9.° Que les plus initiés dans la science dont il s'agit, risquent de perdre cette émulation qui guide presque toujours les premiers pas de l'homme de bien dans une carrière utile, par cela même qu'en s'enfonçant dans la leur, ils échappent de plus en plus aux yeux de ceux dont ils recherchent l'estime : et il est à craindre que, dans cette espèce d'obscurité, quelques-uns d'entr'eux ne s'endorment, et ne laissent tomber des pavots sur la science elle-même ;

10.° Qu'enfin, faute de lumières suffisantes, il est à présumer que les gouvernemens, quoique bien intentionnés, contribueront à perpétuer cet engourdissement, jusqu'à ce que tous les genres de connaissances soient plus généralement répandus.

Si, voulant écarter la cause de ces inconvéniens, on remarque en même temps que la publicité des sciences en hâte nécessairement les progrès, on ne balancera pas à croire qu'il faut étendre, plus qu'on ne l'a fait jusqu'à ce jour, l'étude de la fortification, sur-tout si l'on observe que le régime militaire,

auquel les ingénieurs ne peuvent manquer d'être assujettis jusqu'à un certain point, tend sans cesse, même sous le gouvernement le plus libre, à retrécir le champ indispensable aux élans du génie.

Cette idée s'est présentée bien souvent, et on ne lui oppose qu'une seule objection raisonnable en apparence. Cette objection pourrait arrêter, si on ne l'examinait pas avec assez d'attention. « On dit que le secret est » l'ame de la guerre, et qu'il est de la plus grande importance de laisser » ignorer à l'ennemi les moyens de défense que l'on compte lui opposer. »

Cela est rigoureusement vrai quand il s'agit de combat ou de guerre de campagne, parce qu'alors le secret n'a pas le temps de se divulguer entre le projet et l'action; mais il n'en est pas de même du secret employé dans des constructions qui passent quelquefois des demi-siècles avant de commencer à servir. Les murailles en ce cas n'ont pas seulement des *oreilles*, mais elles finissent par avoir des *bouches ;* et le secret qu'elles renferment, devient celui de tout le monde.

C'est pour éviter cet inconvénient, que les meilleurs ingénieurs, d'après l'exemple que *Vauban* leur en a donné, s'attachent principalement à disposer des masses d'ouvrages grandes et simples, mais propres à recevoir, peu de temps avant de servir, quelques-unes des constructions les plus propres aux chicanes militaires.

D'ailleurs il ne s'agit pas, pour enseigner la fortification, de faire voir comment nos places de guerre sont construites, ni comment on s'y prendra pour les perfectionner : tout ce que l'on doit se proposer, c'est de développer des considérations, et, s'il se peut, une série suffisante de préceptes sur cette science, afin de pouvoir traiter le mieux possible les différens problèmes à résoudre dans chaque application particulière. Les ennemis, instruits de cette théorie, ne connaîtraient pas mieux pour cela nos places, qu'un homme qui n'aurait vu de *Despréaux* que son Art poëtique, n'en connaîtrait les autres ouvrages.

Craindrions-nous de leur apprendre à se mieux fortifier? Mais qui est-ce qui voudrait se priver de mettre un verrou à sa porte, dans la crainte de faire naître à son voisin l'idée d'employer la même précaution?

Enfin qui ne conviendra pas qu'il vaut mieux opposer à l'ennemi une bonne

bonne place bien connue de lui, telle que Landau, qu'une mauvaise place dont il ne prendrait connaissance qu'en l'attaquant ?

Continuons donc d'insister sur la nécessité de propager les lumières en fortification, comme en toute autre science.

Ce but se trouvera parfaitement rempli, en suivant exactement les mesures arrêtées par le gouvernement, concernant l'école centrale des travaux publics.

S'il ne s'agissait que d'enseigner l'un ou l'autre des ouvrages imprimés sur la fortification, on pourrait le faire dans presque toutes les écoles, parce que ces ouvrages supposent infiniment peu de connaissances préliminaires. Et, à ce sujet, on remarquera que peu de ces ouvrages se ressemblent, précisément parce que toutes les fois que leurs auteurs ont voulu faire un pas d'eux-mêmes et sortir des premiers élémens, l'instrument essentiel, celui que donnent des connaissances approfondies en mathématiques et en physique, leur a manqué : l'expérience même, et quelquefois de bonnes notions sur l'art de la guerre, n'ont pu les sauver de cet inconvénient. Ils ont été réduits à discourir dans le vague, ou à enfanter des systèmes plus ou moins ingénieux, mais sans base, comme lorsque nos pères voulaient expliquer le mouvement des marées, celui de la lune, &c., sans savoir le calcul intégral.

Ces connaissances préliminaires indispensables, sont d'abord celles dont ne peuvent se passer les ingénieurs chargés des principaux travaux civils: celles-ci sont fort étendues; il faut en jeter les fondemens à une grande profondeur, et dans l'âge où l'esprit, quoique formé, n'a point encore été agité par les tourmentes ordinaires de la vie; et si l'on ne profite pas de l'occasion pour fonder en même temps les connaissances supplémentaires qu'exige la fortification, et leur poser des pierres d'attente, plus on différera, plus il deviendra difficile d'obtenir par la suite dans la même tête, une réunion de connaissances que le besoin pourrait faire desirer fortement.

Le gouvernement a évité cette faute, et l'école centrale des travaux publics deviendra la pépinière de toutes les espèces d'ingénieurs.

Il en sortira tous les ans environ cent trente élèves, capables de faire des progrès certains dans quelque genre que ce soit.

Ceux d'entr'eux qui se destineront aux ponts et chaussées, par exemple,

acquerront en très-peu de temps dans une école particulière, les moyens d'entrer en activité de service; de même que d'autres après avoir examiné avec attention une place importante, comme Metz, sous les yeux des chefs de l'école qui y est établie, et après avoir employé quelques mois à cette école en simulacre de siége, &c., seront très-propres à commencer les fonctions d'ingénieurs militaires.

L'école du génie établie à Mézières était la meilleure de l'Europe; mais outre qu'elle était isolée, et que l'éducation y était trop concentrée, il s'est trouvé des hommes qui, loin d'écarter ces deux obstacles nuisibles au développement des connaissances qu'on y avait introduites, ont craint d'en voir sortir des élèves trop profonds en théorie.

Ce qu'on y enseignait de fortification mettait néanmoins dans la bonne route. En sortant de là, les élèves étaient aptes à devenir de bons ingénieurs; mais dispersés dans les différentes places, et faute de pouvoir se communiquer commodément leurs idées, tous n'achevaient pas de s'instruire, et la plupart le pouvaient à peine dans le courant de toute leur vie.

Le comité des fortifications créé depuis peu d'années a déjà produit d'excellens effets, en procurant un point de réunion pour les écrits des ingénieurs. Si la disette extrême de ces officiers permettait d'y en appeler un plus grand nombre, toute l'année, ce foyer deviendrait encore plus utile. En attendant, l'école centrale des travaux publics en tire le plus grand parti; et il y a lieu d'espérer que le rapprochement de ces deux établissemens laissera peu de chose à desirer.

Cette réunion est d'autant plus nécessaire, que les expériences qui manquent encore à la science, quant aux constructions, ne peuvent être faites que par le gouvernement, et à cause de leur excessive cherté, il faut même profiter pour cela des momens où se font les constructions indispensables, dans quelque partie que ce soit de la république. Le comité peut seul les demander et les recueillir. Lui seul peut aussi fournir les expériences militaires proprement dites; car elles ne sont que le recueil exact des actions relatives à la guerre des siéges. Ces dernières expériences sont au surplus bien difficiles à constater, et il n'est que trop aisé d'en tirer de fausses conséquences, lorsque l'on n'apporte pas à leur examen beaucoup de connaissances et d'impartialité. Il reste sur cette matière bien des recherches à entreprendre.

Ce que nous venons de dire du comité des fortifications, peut s'appliquer à l'administration centrale des ponts et chaussées; et l'école placée entre deux, leur procurera les moyens de se rendre des services réciproques qui tourneront entièrement au profit de l'état.

Combien de fois les meilleurs ingénieurs, forcés de suivre exclusivement quelques branches de leur art durant une longue suite d'années, n'ont-ils pas été embarrassés pour en avoir perdu de vue quelques autres pendant ce même temps, ou pour n'avoir pas eu sous les yeux le recueil des travaux faits par d'autres sur l'objet de leurs recherches?

Combien de questions importantes ce genre d'embarras n'a-t'il pas fait abandonner?

Lorsque l'école des travaux publics sera tout-à-fait montée, on trouvera de grandes ressources chez elle en pareil cas : au moindre appel, toutes les sciences qu'on y professe, et dont aucune, à coup sûr, ne s'y oubliera, fourniront leur contingent; les instituteurs et les plus instruits des élèves, forts de leur réunion et de leur zèle, seraient bien malheureux, s'ils ne venaient pas à bout de faciliter la solution d'un problème, soit par eux-mêmes, soit avec le secours du dépôt précieux de livres et de mémoires qu'ils auront sous la main.

Un problème résolu de cette manière, le serait pour toujours; car on en demanderait l'impression, *s'il en valait la peine*, ou bien on le conserverait dans les archives : et si même l'on n'était pas parvenu à le résoudre, ce serait déjà beaucoup que de le savoir et de pouvoir retrouver au besoin la trace des tentatives qu'il aurait occasionnées.

Sans qu'il vienne dans l'idée de repousser les services des hommes suffisamment instruits, par cela seul que l'on ne saurait pas où ils auraient acquis leur instruction, il faut s'attendre que, vu l'extrême danger du charlatanisme en fortification, il conviendra souvent sans doute au gouvernement d'employer des individus dont l'éducation aura été constatée, comme quand ils se seront distingués à l'école des travaux publics, et dans le service qu'ils auront entrepris en en sortant.

Au reste, on sait bien qu'il ne faut pas s'attendre à retirer cette année de cette école tout le fruit qu'on en attend un jour : sa marche a dû être resserrée ; et les instituteurs occupés de recueillir les matériaux de leurs

institutions respectives, n'ont point encore eu le temps de communiquer les uns avec les autres, autant qu'il serait nécessaire, pour pouvoir tirer le plus de parti possible de la réunion de leurs différentes connaissances.

Les matériaux de la fortification étaient extrêmement épars : leur rassemblement n'est point fini ; il est possible qu'il occupe encore un peu de temps ; cependant l'enseignement n'en a pas beaucoup souffert : voici où il en est.

Cours préliminaire.

FRAPPÉ des avantages que l'institution de l'école centrale des travaux publics promet à la patrie, le général *Michaud (Darçon)*, ingénieur très-connu, s'est chargé d'ouvrir le cours préliminaire de fortification. Il a lu en douze séances plusieurs cahiers qu'il venait de composer sur les généralités les plus importantes de la fortification, et il y a joint d'abondance, et avec le feu qui lui est propre, autant de développement que le temps le permettait. Nulle part on ne trouve un pareil ensemble d'idées sur la manière de tirer parti de l'art de fortifier, pour assurer la tranquillité des hommes. L'auteur considère cet art sous presque tous ses rapports militaires et politiques, et il en discute les bases avec profondeur et intérêt. Ses cahiers sont actuellement à l'impression. Les hommes qui ne cherchent qu'à s'instruire ou à voir prendre aux sciences une véritable assiette, y trouveront les connaissances d'un très-bon ingénieur et les vues d'un excellent citoyen, sous le style sans art d'un homme de guerre. D'autres peut-être ne s'attacheront qu'à l'écorce, mais un pareil ouvrage n'est pas fait pour eux. Les instituteurs de la fortification discuteront les principes qu'il renferme avec les élèves. Ce sera un moyen d'instruction d'autant plus complet qu'ils y joindront tous les développemens nécessaires jusqu'aux moindres détails.

Quant à présent, il est inutile de rendre compte de cet ouvrage qui paraîtra bientôt imprimé ; nous nous contenterons d'indiquer la suite des matières qu'il contient, avant de passer aux leçons que les instituteurs ont données pour terminer le cours préliminaire.

Nous devons prévenir qu'il serait impossible de mettre ici ces leçons à la portée de tous les lecteurs. On ne doit s'y attendre que pendant le cours annuel, parce qu'elles ont besoin du concours de figures compliquées,

et d'autant plus détaillées, que le lecteur est supposé peu familier avec les objets qu'elles représentent, et en outre qu'elles exigent des explications trop étendues, pour être placées dans un même cahier.

Nous allons seulement nous borner à donner les premières notions de la fortification en faveur de ceux qui n'en ont pas une idée suffisante, et à faire connaître aux hommes instruits dans cet art, ou, si l'on veut, rappeler à ceux qui nous ont écouté, la marche que nous avons suivie.

---

§. Notions sur la fortification. Définition.

LA FORTIFICATION est une branche principale de l'art de la guerre, qui enseigne à déterminer l'emplacement, la grandeur et la forme d'ouvrages de diverses natures, dont l'objet est essentiellement conservateur pour celui qui les emploie, soit qu'il se défende, soit qu'il attaque.

Ainsi, toute construction faite à dessein de retarder la marche de l'ennemi, ou de se garantir plus ou moins de ses armes, dans l'attaque comme dans la défense, est un ouvrage de fortification.

Première idée du parti qu'on en peut tirer.

Cet ouvrage peut être plus ou moins susceptible de résistance; cela dépend de l'objet que l'on a en vue, et du temps que l'on peut employer à sa construction. On se contente souvent d'une fortification élevée à la hâte, et que l'on nomme *passagère*, derrière laquelle une certaine quantité d'hommes ne pourrait résister que pendant quelques heures à une quantité à peine deux fois plus grande. D'autres fois on emploie le temps et tous les moyens nécessaires pour construire des ouvrages permanens, derrière lesquels quelques milliers d'hommes pourraient résister à des millions d'autres pendant plusieurs mois, et même toujours, si les munitions de guerre et de bouche ne manquaient jamais, et si les attaquans ne construisaient pas eux-mêmes des ouvrages de fortification pour réussir.

§. Ce qu'il faut entendre par fortifier un pays.

IL ne s'agit pas pour fortifier un pays, de le border par une ligne continue d'ouvrages de fortifications. Indépendamment de ce que ce projet a de gigantesque, on n'obtiendrait pas de son exécution ce qu'on en aurait attendu, à beaucoup près; car une fois que l'ennemi aurait percé ou surpris un seul point de cette ligne, ce qui évidemment n'offrirait pas plus de difficulté que si ladite ligne, au lieu de renfermer un pays entier, ne renfermait qu'une simple ville, le reste de la ligne deviendrait inutile,

et l'ennemi pénétrerait dans le pays sans en avoir la moindre chose à craindre.

C'est de même que jamais, non plus, il n'est venu dans l'idée des hommes de défendre leur pays, en le faisant border par une ligne continue de soldats. Ils ont toujours senti qu'une égale distribution de forces ne devait pas avoir lieu, puisque la nature d'un pays quelquefois offre des obstacles plus ou moins grands à la marche de l'ennemi, et d'autres fois semble destinée à favoriser ses desseins; que d'ailleurs l'ennemi peut toujours enfoncer une pareille ligne, quand des obstacles ne la couvrent pas, en en faisant attaquer un point à son choix par des forces infiniment plus grandes que celles qui y sont réparties, sans qu'on en puisse être prévenu à temps pour s'y opposer.

Pays d'une forme peu compliquée pour servir d'exemple.

Qu'on se figure un peuple habitant un pays presque plat, à-peu-près rond, de cinq à six lieues de diamètre, bordé sur les neuf dixièmes de son pourtour par une ou plusieurs rivières beaucoup plus larges et plus profondes que la Seine, ayant dans quelques endroits des bords fort escarpés, et dans d'autres des rives plates; que quelques ponts soient établis sur ces rivières; qu'ensuite un vingtième de la frontière de ce pays soit non-seulement ouvert, mais au pied d'une chaîne de montagnes appartenant à l'ennemi; et qu'enfin le dernier vingtième soit disposé en sens inverse. Quant au pays environnant qui est à la disposition de l'ennemi, nous supposerons qu'il le peut parcourir à volonté.

Distribution des troupes chargées de sa défense; ce qui amène l'idée des ouvrages de fortification à faire.

Il est évident que le peuple dont il s'agit, pour se tenir en défense en attendant qu'il puisse attaquer ses ennemis avec avantage, n'établira pas un cordon uniforme de troupes sur toute sa frontière; mais qu'il en fera une distribution à peu-près comme il suit: il placera,

1.° Vis-à-vis la partie qui est dominée par l'ennemi, la majeure partie des forces;

2.° Vis-à-vis la partie qui domine l'ennemi, des forces beaucoup moindres;

3.° Un corps de troupes bien moins considérable encore vis-à-vis chaque pont;

4.° Des sentinelles de distance en distance et des signaux le long

des rivières, pour être averti promptement des mouvemens qu'on verrait faire à l'ennemi de l'autre côté;

5.° Des corps-de-garde pour protéger les sentinelles contre des surprises faites dans l'obscurité par des chaloupes, en les multipliant bien moins sur les rives escarpées que sur les rives plates;

6.° Vers le centre du pays, un corps de troupes assez fort seulement pour défendre le passage d'une grande rivière, et qui n'ayant que deux ou trois lieues à faire pour se porter sur le point d'attaque, serait toujours sûr d'être en mesure avant l'ennemi, qui ne peut d'ailleurs dérober jusqu'au dernier moment, les mouvemens qu'exige une pareille entreprise.

7.° Pour placer le mieux possible ce corps, on ferait entrer en considération la facilité des communications, on en ouvrirait au besoin, on le rapprocherait plus des rives plates que des autres, &c. On sent qu'il faudrait prendre aussi en considération la position et la population des différentes villes ou bourgades du pays, soit pour être plus à portée de garantir d'un premier choc les plus importantes, soit pour compter sur le secours de leurs habitans; enfin mille autres choses auxquelles nous ne nous arrêterons pas à présent, parce qu'il ne s'agit ici que d'un exemple.

C'en est assez pour qu'on voie suffisamment que la répartition des troupes chargées de la défense d'un pays, ne se fait pas symétriquement.

Il en est de même de la fortification; point de doute qu'il ne soit venu dans l'idée à tous ceux qui ont fait attention à notre exemple, de couvrir les différens corps de troupes, distribués comme on l'a indiqué, par des ouvrages de fortification d'une importance proprotionnée à celle de ces corps, et non de fortifier également toute la frontière du pays.

Ils laissent plus d'hommes disponibles.

Puisque des ouvrages de fortification mettent un petit nombre d'hommes en état de résiter à un plus grand, dès que les ouvrages jugés nécessaires dans l'exemple ci-dessus seraient faits, on pourrait retirer de chaque poste une quantité d'hommes d'autant plus grande que ces ouvrages seraient meilleurs. Les hommes ainsi économisés sur chaque poste, pourraient former par leur réunion, des corps qui seraient entièrement en

bénéfice pour les opérations de la guerre ; soit qu'on les tînt en réserve pour aller renforcer au besoin quelques points attaqués, soit qu'on les portât dans le pays même de l'ennemi.

Variétés dans les ouvrages.

On sent qu'en se bornant à la défensive, il ne faut que des ouvrages extrêmement simples à l'extrémité intérieure de chaque pont pour empêcher l'ennemi d'y passer ; et que pour l'offensive, il serait avantageux d'avoir en avant de leur extrémité extérieure, des ouvrages capables d'une grande résistance, parce qu'alors on resterait maître des ponts et par conséquent de choisir les instans favorables à des entreprises sur le terrain de l'ennemi. Ce sont de semblables considérations qui ont donné naissance à tant de grosses villes établies sur le Rhin, la Meuse, l'Escaut, &c.

Avant de prendre un parti sur la fortification à établir au pied des hauteurs par où l'ennemi aurait le plus de facilité pour entrer, on tâcherait de s'assurer si, en soutenant les eaux de l'une ou de l'autre des rivières environnantes pendant quelque temps, on ne pourrait pas en faire épancher une certaine quantité dans les parties basses du terrain à défendre, et par-là former une inondation capable d'en fermer une bonne partie. Dans ce cas, on ferait les écluses nécessaires ; et pour que l'ennemi ne les détruisît pas, on les couvrirait par des fortifications.

Plusieurs autres circonstances dépendantes du terrain, et dont il n'est pas encore temps de parler, pourraient pareillement déterminer l'établissement de quelques ouvrages.

§.

Comment défendre une entrée étendue, facile et unie !

Mais supposons que l'on ne puisse jeter des eaux dans aucune partie du terrain dont on veut défendre l'entrée à l'ennemi, et que ce terrain soit uni, comment conçoit-on généralement que des ouvrages de fortification puissent couvrir les troupes chargées de cette défense ?

Dans le cas actuel, il y a plus d'une lieue d'étendue à défendre, et cependant il ne s'agit que d'un pays qui n'a pas la cinquantième partie de la circonférence d'un grand état, tel que la France, et dont la nature défend elle-même à-peu-près les neuf dixièmes. Ainsi on doit naturellement se demander, comment peut-on, à l'aide de la fortification, faciliter à des troupes la défense d'une frontière ouverte de plusieurs lieues d'étendue ?

D'abord,

D'abord, comment distribuerait-on les troupes sur cet intervalle, sans le secours de la fortification ? Il est évident que tout étant égal d'ailleurs entre deux corps qui se combattent, le plus nombreux doit avoir l'avantage.

D'abord par des troupes seules.

L'art de celui qui charge, consiste en conséquence à porter sur une partie foible de l'armée de son ennemi une partie de la sienne qui soit plus forte, ce à quoi il peut toujours parvenir, si ses troupes sont tellement disposées, qu'il puisse à volonté en grossir quelques corps avant que l'ennemi ait pu grossir de même les corps opposés. Il s'agit donc principalement pour vaincre, de se tenir ensemble, de cacher à l'ennemi les mouvemens que l'on veut faire et de tâcher d'éclairer les siens (1).

Considérations sur la manière de les disposer pour combattre.

Quand nous disons qu'il faut se tenir ensemble, nous ne prétendons pas qu'il faille entasser les corps les uns sur les autres ; car on empêcherait par-là les différens corps de se mouvoir à volonté, et nous verrons plus loin que la nature des armes en usage contribue beaucoup à déterminer les distances convenables. Enfin, pour dérober à l'ennemi les mouvemens qu'on se propose, il est indispensable d'avoir un cordon de sentinelles qui se correspondent, afin d'empêcher l'ennemi d'introduire des hommes chargés d'examiner nos mouvemens. Il faut ensuite que les sentinelles aient derrière elles de petits pelotons, qui leur donnent protection, reçoivent leurs avis et les transmettent plus en arrière encore, et ainsi de suite jusqu'aux grands corps de l'armée, lesquels doivent être assez reculés, pour qu'ils n'aient pas sensiblement plus de chemin à faire pour se porter sur l'un des points par où ils peuvent être attaqués, que sur l'autre, et assez rapprochés pour qu'ils y arrivent à temps.

De ce que nous venons de dire, et de ce que nous avions déjà fait entrevoir en commençant, il est évident qu'il ne faut pas répartir sur une ligne, quand même on aurait assez de troupes pour cela, les soldats destinés à défendre une grande ouverture de frontière.

Une ligne continue n'est pas convenable.

(1) C'est ce qui fait qu'un aréostat nous a été si utile dans la fameuse journée de *Fleurus*, époque décisive des plus étonnans succès. C'est ce qui fait que la plupart des hauteurs, quoique non escarpées, sont très-avantageuses à celui qui les occupe; qu'il n'est pas possible de suivre un ennemi en force dans les bois, ou les pays fourrés, &c.

Un seul corps d'armée ne suffirait pas, il en faut plusieurs.

Mais on sent en même temps que, quand cette ouverture est extrêmement grande, un seul corps d'armée quelque considérable qu'il fût, ne pourrait pas suffire; car, de quelque manière qu'il se plaçât, l'ennemi pourrait toujours attaquer loin de lui, sur-tout en employant un moyen qui consiste à faire d'un côté tout ce qui donne les apparences d'une grande attaque, et à attaquer réellement bien loin de là, quand on voit que l'adversaire a pris le change en portant la majeure partie de ses troupes sur la fausse attaque. Dans le cas d'une aussi grande ouverture, il faut par conséquent plusieurs corps d'armée, si l'on ne veut pas laisser pénétrer l'ennemi trop loin dans le pays, avant qu'on le puisse joindre.

Application aux fortifications.

Ces idées générales sur la disposition des troupes, s'appliquent tout naturellement à la disposition des ouvrages de fortification. On a toujours senti, ainsi que nous l'avons dit en commençant, qu'une ligne continue serait gigantesque; qu'une fois percée, tout serait perdu, quelle que fût sa longueur; que d'ailleurs il est au-dessus du pouvoir des hommes d'élever des ouvrages que d'autres hommes ne trouvent le moyen d'escalader ou de franchir, quand ces ouvrages ne sont pas suffisamment défendus; que dès-lors, par le moyen de quelques fausses attaques ou menaces, une ligne continue extrêmement longue, ne pourrait guère éviter d'être surprise en quelques points éloignés; que sur-tout une pareille ligne ne pourrait être d'aucune utilité, qu'elle n'eût toute sa longueur terminée, quand même ses extrémités seraient tellement appuyées par des obstacles naturels, qu'on pût les regarder comme impossibles à tourner.

La ligne continue serait absurde.

Il faut des ouvrages détachés renfermant des espaces.

La ligne continue qu'on avait, comme on voit, tant de raison de ne pas adopter, ne pouvait être remplacée que par des ouvrages détachés, de même qu'on a dû substituer des corps détachés, à la ligne continue de soldats. Ces ouvrages devaient chacun faire front de tous les côtés, ou, si l'on veut, entourer entièrement les corps de troupes qu'ils étaient destinés à couvrir, pour que l'ennemi ne pût les rendre inutiles en les tournant, c'est-à-dire, renfermer des espaces plus ou moins étendus: c'est ce qu'on appelle *camps retranchés fermés*, *places de guerre*, *forts*, &c.

Le diamètre intérieur de celles des places qui passent communément pour grandes, n'est guère que de sept à huit cents toises, de sorte que les troupes qui y sont enfermées ne peuvent jamais être surprises, à moins d'une négligence extrême; car, dans le cas même où la totalité de ces troupes aurait fait la sottise de se porter du côté d'une fausse attaque, il ne lui faudrait pas un quart d'heure pour réparer sa faute. Leur avantage contre les surprises.

Il n'y a pas très-long-temps que les peuples ont, à proprement parler, des frontières, à moins que la nature ne leur en ait donné. On était obligé de fortifier chaque grosse habitation, où l'on retirait, quand on en avait le temps, les plus précieux produits de la campagne. La fortification des frontières a été substituée peu-à-peu à celle des habitations de l'intérieur; mais ce travail n'est fini chez aucun peuple.

Un pays entier, à l'exception des places, était exposé sans cesse à la dévastation; il n'y avait de sauvé que ce qu'on avait pu retirer dans les villes ou dans une multitude de châteaux propres à cet usage: c'était une cause perpétuelle de guerre. De bonnes frontières mettent à l'abri de ces guerres continuelles, ou au moins de la majeure partie de leurs ravages. La nature avait bien posé quelques bornes; les petits états qui étaient derrière, après s'être déchirés pendant bien des siècles, ont fini par être réunis, soit par la nécessité de résister à des peuples errans, soit pour avoir été conquis par un seul; de grands états ont alors touché aux bornes de la nature, et ont cherché à s'en couvrir de plus en plus en y ajoutant des ouvrages de l'art; mais chez aucun peuple ce travail n'est encore entièrement fini.

Ce que nous allons continuer de dire, comme ce qui vient d'être dit, de la fortification des frontières, est applicable à l'ancienne fortification et à la moderne, mais plus particulièrement à cette dernière.

§.

POUR peu que les forteresses bordant une frontière, soient distantes l'une de l'autre, il est incontestable que l'ennemi peut passer entr'elles pour pénétrer dans le pays, si des troupes en quantité suffisante ne s'opposent point à son passage: arrêtons ici notre attention. Moyens de défendre les intervalles entre les places.

Une forteresse renfermant mille hommes, par exemple, peut au moyen de ces mille hommes, et d'après la nature de ses ouvrages, représenter, ainsi que le portent nos premières définitions, seulement quinze Idée de la valeur des fortifications actuelles.

cents hommes, ou jusqu'à plusieurs milliers, quant à l'objet de conserver un emplacement, et tout ce qu'on peut y avoir déposé pendant la durée d'une attaque ordinaire, de corps à corps, ou d'armée à armée, et même pendant un temps d'autant plus considérable, que la place est meilleure. Pour s'en faire une idée, nous dirons que dans l'état actuel de l'art de la fortification, le temps qu'une excellente forteresse défendue par mille hommes seulement peut résister aux plus grands efforts, est d'environ trois décades. Avant l'invention de la poudre, ce temps pouvait aller à plusieurs années. (Un pareil rapprochement, soit dit en passant, doit conduire à faire en sorte que l'art de la défense se perfectionne à mesure que les armes destructives deviennent plus dangereuses.)

Discussion approfondie sur le parti à tirer des forteresses.

Mais les forteresses ont-elles uniquement la propriété de représenter des corps plus ou moins considérables, quant à l'objet de conserver les points qu'elles occupent ? Sans pouvoir se rapprocher au besoin, comme ces différens corps, ne procurent-elles pas des moyens de nuire à l'ennemi qui passerait entr'elles ? c'est ce qui mérite un sérieux examen.

Nous supposons le pays absolument plat, et la terre assez ferme pour que les grandes routes puissent être regardées comme inutiles aux mouvemens des armées : c'est la supposition la plus défavorable aux fortifications, puisque c'est celle qui donne le plus de facilité à l'ennemi pour les éviter.

Exemple en grand: suite d'hypothèses.

Soient quatre places en première ligne dans une trouée de quinze à dix-huit lieues de longueur; quatre autres places à cinq ou six lieues en arrière, et répondant à-peu-près au milieu des intervalles qui se trouvent entre les premières; et quatre dernières places situées semblablement en troisième ligne. Supposons que dans chaque place une garnison de trois mille hommes soit nécessaire pour la défendre contre une armée entière, et que cinq cents hommes seulement suffisent pour la défendre de toute surprise ou coup de main, contre des corps particuliers. Supposons que l'ennemi ait cent cinquante mille combattans à sa disposition, et que nous en ayons autant.

Supposons que nous n'ayons pas l'avantage de pouvoir compter sur les gardes nationales environnantes, pour fournir, indépendamment de ces cent cinquante mille hommes, une partie de la garnison des places, et que

nous soyons obligés de réduire à cent vingt-quatre mille hommes notre corps d'armée, pour mettre trois mille hommes dans chacune des huit places des deux premières lignes, et cinq cents hommes dans chacune des autres.

Supposons que, gouvernés par la prudence, nous ayons pendant la paix fait tous les préparatifs nécessaires pour munir chaque place au moment du besoin, d'abord de ce qui est indispensable à sa défense, et ensuite de munitions de guerre et de bouche pour l'armée entière pendant deux ou trois jours, ainsi que de quelques rechanges pour les machines lourdes, et de ce qui est nécessaire au campement du soldat.

Supposons encore qu'on ait eu la précaution de faire rentrer dans les places de seconde ligne particulièrement, ou sur leurs derrières, les grains et les bestiaux d'approvisionnement répandus dans les campagnes environnantes.

Supposons enfin, qu'attenant à chaque place on ait entouré un grand espace, capable de renfermer une armée entière pendant deux ou trois jours, par des ouvrages simples, et où un corps de dix mille hommes seulement puisse résister à un coup-de-main de la part d'une armée de cent cinquante à deux cent mille; que de plus cet espace soit disposé de telle manière, que sa possession, sans celle de la place, n'avançât pas plus l'ennemi que s'il ne l'avait pas. (Nous verrons par la suite que cela est toujours possible, principalement avec les armes actuelles. C'est ce qu'on appelle *Camp retranché sous une place.*) Admettons que l'ennemi, comptant sur la supériorité que donne un sixième environ de combattans de plus, et favorisé par la possibilité qu'il avait de préparer ses mouvemens pendant qu'il était sur son territoire, se soit porté en une journée de marche, qui est de cinq à six lieues, entre les deux lignes de nos places.

Comparaison des deux armées supposées.

Maintenant comparons les deux armées agissantes.

L'ennemi a six combattans contre cinq; voilà un avantage réel.

Attirail immense de l'ennemi.

Mais l'armée ennemie a un surcroît d'embarras occasionné par un excédant immense d'attirail indispensable : il est aisé de s'en faire une idée. Vers le milieu de l'an I.er, si l'on n'avait fait qu'une seule armée de toutes les armées de la République, on aurait trouvé que pour

armée moyenne de cent cinquante mille combattans, il était employé,

1.° Pour le transport de l'artillerie, mille chevaux;

2.° Pour les munitions de bouche, les effets de campement, les hôpitaux et les forges, quarante-cinq mille chevaux, cinq mille voitures et vingt mille hommes, dont environ un tiers avec le corps d'armée, et les deux tiers en mouvement continuel sur les derrières et sur les côtés, dans un cercle de quelques lieues de rayon, afin de renouveler presque jour par jour les approvisionnemens. On sait que cinq mille voitures sur une file, occuperaient douze lieues de longueur. Ainsi, de quelque manière qu'elles soient occupées pour le service, on peut toujours compter sur un très-grand embarras.

Or, nos armées ont presque toujours eu des moyens de subsistance à leur portée, soit en France, soit dans la Belgique, soit dans le Palatinat; et l'armée ennemie de cent cinquante mille hommes, dont il s'agit dans notre exemple, est dans une position toute contraire : les villes qui l'entourent ne lui appartiennent point; la campagne qu'elle parcourt a été dégarnie de ses approvisionnemens. Il faut donc supposer à cette armée un attirail beaucoup plus grand encore.

Attirail bien moindre de l'armée défensive.

Notre armée de cent vingt-quatre mille hommes, au contraire, n'a besoin, pour ainsi dire, que de ses chevaux d'artillerie, dont le nombre à proportion n'est que d'environ huit cent cinquante. N'étant jamais qu'à deux ou trois lieues d'une ville approvisionnée de tout ce qui lui est nécessaire pendant deux ou trois jours, elle est toujours maîtresse de s'y rendre. Le remplacement de ses approvisionnemens se peut faire après, et sans jamais nuire à la marche des troupes; tandis que l'existence de l'armée ennemie dépend des approvisionnemens qui la suivent; elle ne peut faire un pas sans eux; il faut qu'elle s'en occupe sans cesse. Elle défendra bien le tiers de l'attirail qui est avec elle : mais comment protégera-t-elle les deux tiers en mouvement, et qui ne peuvent passer qu'entre des forteresses qui nous appartiennent, et où nous pouvons envoyer une quantité de troupes indéterminée, et même notre armée entière, sans que l'ennemi puisse s'y opposer, à moins de revenir sur ses pas avec la presque-totalité de la sienne?

Dès que l'armée de l'ennemi sera entre nos places, nous aurons beaucoup plus de facilité pour *éclairer* ses mouvemens, qu'il n'en aura pour éclairer les nôtres : il est certain même que nous pourrons lui dérober toutes les marches de nuit. En effet, si l'on se rappelle que de chacune de nos places nous pouvons tirer deux mille cinq cents hommes, sans les exposer à être surprises, on verra qu'indépendamment des supplémens que peut fournir l'armée en campagne, chacune des places environnant l'ennemi a, pour *éclairer* ses environs, deux mille cinq cents hommes qui, avec un peu de précautions, sont toujours sûrs de pouvoir se retirer dans leur propre place, ou dans une des voisines, et de plus, le renfort que sont à même de lui fournir les places en arrière.

Connaissances réciproques des mouvemens.

L'armée ennemie ayant à passer la nuit entre nos places, est nécessairement sur le *qui-vive*. Ce n'est pas là le cas de se reposer sur une petite supériorité de nombre, et nous allons le prouver tout-à-l'heure. Elle enverra de tous côtés des corps qui en pousseront d'autres en avant, et ainsi de suite, jusqu'à former un cordon de sentinelles qui se trouveront en opposition avec les sentinelles placées de la même manière par les places environnantes.

Première supposition : état de l'armée ennemie passant la nuit entre nos places.

L'ennemi ne pourra rien savoir de ce qui se passera au-delà de ce cordon; en conséquence notre armée, débarrassée de ses bagages, et par conséquent beaucoup plus légère que l'armée ennemie, se disposera, sans que l'ennemi s'en aperçoive, à l'exécution du plan d'attaque qui lui conviendra le mieux.

Avantages de la nôtre pour faire une attaque.

Par exemple, elle pourra faire attaquer le cordon ennemi sur trois points opposés par des corps médiocres, composés entr'autres des garnisons occupées déjà à envelopper ce cordon, pourvu que lesdits corps soient plus forts que ceux que l'ennemi aura mis en avant pour soutenir son cordon.

Manière dont elle peut commencer une attaque générale.

Les points attaqués se replieront nécessairement avec précipitation sur leur corps d'armée, par la crainte d'en être séparés, sur-tout si chacun d'eux entend les cris de guerre ou le bruit des armes des autres points. Les corps intermédiaires non-attaqués auront évidemment la même

Mouvemens indispensables de l'ennemi.

Il ne peut connaître les nôtres, l'obscurité et la terreur produisent chez lui la confusion, et il est battu.

inquiétude et le même desir de s'appuyer à leur armée principale. Cette armée elle-même, dans la crainte de tourner le dos à la nôtre, si elle faisait un faux mouvement, et aussi dans la crainte d'abandonner à eux-mêmes les corps dont elle s'éloignerait en prenant une direction quelconque, restera à sa place : elle ne tentera pas non plus de faire soutenir les corps attaqués par des corps plus gros ; car elle ne se trouverait plus avoir sa partie principale ni aucune des autres, en état de lutter contre notre armée entière.

Pendant ce temps-là notre armée marchera sans se faire entendre, et, lorsqu'elle le jugera convenable, elle frappera ensemble ou par grande masse, du côté qu'elle voudra, et où l'ennemi n'aura pas eu plus de raison de l'attendre que d'aucun autre côté.

En pareil cas, ceux qui attaquent exécutent des mouvemens réglés d'avance, et peuvent se reconnaître malgré l'obscurité. Ceux qui sont attaqués, au contraire, par un ou plusieurs côtés indéterminés, sont obligés d'imaginer sur-le-champ des mouvemens qu'ils n'auraient pu prévoir plutôt, et en craignant toujours de prendre le change sur les véritables points d'attaque. Il n'est pas nécessaire d'avoir médité sur les combats, pour se faire une idée de la grande différence qui se trouve entre les deux armées que nous mettons aux prises : la confusion est inévitable dans celle de l'ennemi. D'ailleurs, une circonstance majeure affecte d'une manière diamétralement opposée le moral des troupes : celles qui composent nos masses ne voient point d'ennemis derrière elles, et aperçoivent en même temps au-delà de l'ennemi, par le moyen du bruit, toujours très-remarquable si on se sert d'armes à feu, des amis dont les efforts coïncident : les troupes de l'ennemi, au contraire, se sentent entre plusieurs feux ; ce qui se passe derrière elles et dont elles ne peuvent avoir une idée juste, les inquiète plus que l'ennemi qu'elles ont en face : elles sentent que si celles qui se défendent sur leurs derrières venaient à être forcées, elles ne pourraient point échapper à une mort certaine, quand même de leur côté elles auraient de l'avantage.

Voilà une armée évidemment battue ; eh bien, que deviendra ce qui n'aura pas resté sur le champ de bataille, sur-tout si notre principale charge s'est faite du dehors au dedans ?

D'abord,

D'abord, les bagages ne peuvent avoir manqué de tomber en notre pouvoir. Les troupes battues s'échappent ordinairement à la faveur de l'obscurité ou de la vîtesse de leurs jambes, sans choisir, au moment de leur départ, et tant qu'elles se sentent poursuivies, d'autre chemin que celui qui se trouve libre. Dans le premier moment, les débris d'une armée battue peuvent se comparer à ceux d'un vase que l'on brise. Rien n'est si facile, dans un pays ouvert de toute part, pour une armée victorieuse, que d'empêcher ces débris de se réunir, et par conséquent de lui nuire. Si ces débris sont dans leur propre pays, ils trouvent encore des subsistances; mais en pays ennemi, ils ne peuvent trouver que la mort au bout de très-peu de temps. Dans le cas dont il s'agit, cette destinée est d'autant plus prochaine pour les restes de l'armée battue, qu'ils ne peuvent même gagner notre pays ouvert qu'en passant entre des places, d'où l'on a la facilité d'envoyer contre eux des détachemens qui, ayant la certitude de leur retraite, n'agissent qu'à coup sûr.

Suites terribles de sa défaite.

Si notre armée pouvait être battue, sa position serait bien moins fâcheuse; car, premièrement elle ne perdrait point de bagages; secondement, ses débris, dans leur première course, trouveraient une protection assurée sous l'une ou l'autre des places : l'armée ennemie pourrait bien les empêcher de se rejoindre promptement en se tenant entre eux; mais en ce cas, ils y parviendraient en circulant par-derrière les places.

Si par impossible il n'était pas battu, notre armée trouverait une retraite facile entre nos places.

Mais comment se pourrait-il qu'une armée qui, au moyen des renforts des garnisons, ne diffère pas d'un douzième de celle de l'ennemi, qui attaque quand et comment elle veut, et qui, loin de pouvoir être tournée, a de toute part derrière elle des lieux de sûreté, pût être battue? Le pire qui puisse lui arriver, est sans doute de ne pas battre l'ennemi autant qu'elle le voudrait.

Supposons à présent que, par une négligence inexcusable, et qu'on ne doit pas même prévoir, on ait laissé faire à l'ennemi trois journées de marche, accompagné de tous ses bagages, et qu'il soit parvenu en deça de nos places frontières, dans un pays ouvert. Supposons encore que, par un autre excès de négligence, on ait laissé des approvisionnemens courans en vivres dans les villes et les campagnes voisines des frontières. Pendant

Deuxième supposition : l'armée ennemie parvenue dans le pays ouvert après trois journées de marche entre nos places.

les premiers instans, la position de l'ennemi sera en apparence meilleure.

La nôtre se renforcera des garnisons éloignées.

Mais notre armée renforcée par la presque-totalité des garnisons, qui auraient toujours au besoin le temps de retourner dans leurs places, se mettra à suivre l'armée ennemie, en se tenant toujours entre les places et elle.

Les vivres lui arriveront facilement des places.

Les vivres lui arriveront desdites places sans qu'il soit besoin de les faire escorter par des troupes.

L'ennemi n'en pourra tirer que devant lui.

L'ennemi au contraire sera obligé d'employer des forces pour escorter les transports qu'il aura à faire sur ses côtés ou dans l'intérieur du pays, afin de renouveler journellement ses subsistances. Il est même plus que probable que, vu la position de notre armée, il n'osera rien tirer des lieux situés sur ses côtés; et que, réduit à faire venir de l'intérieur, il sera forcé à de plus longs transports. C'est ici l'occasion de faire remarquer que quoique nous ayons supposé que nous ne pouvions avoir sur pied, ainsi que l'ennemi, qu'une armée de cent cinquante mille hommes, l'ennemi craindra assez les habitans seuls, pour ne pas envoyer chercher des vivres au milieu d'eux sans y employer des escortes un peu respectables.

On peut même lui ôter cette ressource.

D'ailleurs cette ressource même peut lui être enlevée facilement; car on peut toujours, à une journée de distance de lui, retirer les vivres plus en dedans, ou les brûler si l'on n'a pas des moyens de transport.

Alors il cherchera à livrer bataille, mais il ne tient qu'à nous de l'éviter.

L'ennemi se trouvant réduit promptement, par ce dernier moyen, à manquer de vivres et de fourrages, n'aura plus d'espoir que dans le gain d'une bataille. Il cherchera à nous la livrer; mais nous l'éviterons à volonté en nous retirant entre nos places. S'il nous y suit, nous le traiterons comme nous l'avons fait voir dans la première hypothèse, et avec d'autant plus d'avantage qu'il aura déjà souffert de faim et de fatigue.

S'il veut repasser entre nos places, il y courra plus de risque que jamais.

Si nous avions accepté et perdu la bataille, quelles seraient les tentatives de l'ennemi!

Si, au lieu de nous retirer derrière nos places, nous hasardions le combat dès qu'il nous serait offert, et si par malheur nous étions obligés de nous retirer un peu battus, l'ennemi pourrait, avant que nous eussions le temps de nous rallier, repasser entre nos places pour s'en retourner chez lui, ou bien reprendre son projet, en envoyant de gros corps de cavalerie, à grandes journées, dans les parties de notre territoire dont on n'aurait pas

eu le temps d'évacuer les vivres, et, par ce moyen, se mettre en mesure de gagner la capitale.

Mais, dans ce second cas, ceux qui gouvernent, se retirent avec les trésors dans une ville quelconque, qui devient capitale à son tour.

Ce qui arriverait s'il marchait sur la capitale.

Pendant ce temps les débris de l'armée qui s'est fait battre mal-à-propos, se rallient. Après leur réunion, ils doivent former une armée presqu'égale à celle de l'ennemi, puisque la proximité des places a dû les empêcher d'être poursuivis après leur séparation ; et il est impossible que, dans cet état de choses, notre armée bien ralliée ne devienne pas le noyau, ou plutôt le point autour duquel viendront se réunir les citoyens les plus déterminés. Enfin, de quelque manière que cela s'arrange, il est impossible qu'un état capable d'entretenir sur pied une armée de cent cinquante mille hommes, ne puisse pas dans cette occasion fournir un grand supplément d'hommes à cette armée, supplément qu'on armerait avec les armes de rechange qui, dans tous les cas, doivent se trouver dans les places. En même temps l'ennemi se trouve entièrement privé d'une pareille ressource ; les hommes que son pays pourrait lui fournir, ne viendront pas à coup sûr le rejoindre au travers des obstacles qu'ils auraient à franchir. Mais, quand même notre armée ne pourrait pas augmenter en nombre, elle se mettrait en marche pour rejoindre l'ennemi ; et il est certain que de toutes parts on se mettra en mouvement pour lui apporter le nécessaire, sans qu'elle soit obligée de distraire un seul de ses combattans ; au lieu que l'ennemi ne pourra jamais se rien procurer qu'en allant le chercher lui-même et à la pointe de l'épée. Lorsque les deux armées se retrouveront en présence, l'abondance sera d'un côté et la misère de l'autre ; l'ennemi cherchera à en venir aux mains, quoique la perte d'une bataille dans une pareille situation ne puisse manquer de lui coûter jusqu'à son dernier homme ; mais nous ne ferons pas deux fois la même sottise, nous éviterons le combat avec soin, et l'ennemi périra en détail ou de misère.

En le serrant de près, sans le combattre, il périra de misère.

On dira peut-être : Si vous n'aviez pas de places frontières, vous pourriez de même laisser pénétrer l'ennemi, et en reculant les vivres à fur et à mesure, et en le suivant avec votre armée, le détruire pareillement.

Nous ne pourrions pas avoir les mêmes avantages sur lui sans l'existence des places frontières.

D'abord, n'oublions pas qu'en évitant la faute que nous avons supposée ci-dessus, l'ennemi ne pénétrera guère au-delà de nos frontières; et que ce sera pour bien peu de temps, s'il a cette témérité. Voyons à présent ce qu'il ferait, si nous n'avions pas de frontières.

§.

Dans le cas d'une frontière ouverte, conduite et embarras de notre armée, quoiqu'égale à celle de l'ennemi.

Nous supposons toujours que le pays est parfaitement plat, et peut se parcourir indifféremment dans tous les sens.

Il est évident que si notre armée est aussi forte que celle de l'ennemi, aussi bien organisée, disciplinée, commandée et servie de toutes les manières, elle pourra tenter de tenir l'ennemi sur la frontière, en se portant toujours devant lui. Mais elle fatiguera beaucoup plus; car, au moyen du cordon ordinaire de sentinelles, ce ne sera jamais que quand un mouvement de l'ennemi sera en train, et même bien avancé, que nous en serons prévenus, et ce mouvement réussira presque toujours, si, à force de vîtesse, nous ne réparons pas l'inconvénient d'être parti trop tard. Or, à combien d'erreurs de mouvemens une pareille armée décidée à la défensive n'est-elle pas exposée? Elle ne peut négliger aucun de ceux de l'ennemi; elle est forcée de tenir compte de toutes les fausses attaques; si elle en négligeait une, celle-là deviendrait bientôt la principale; en un mot, elle ne pourrait rien prévoir du soir au lendemain. Quel embarras pour les approvisionnemens! quelle fatigue pour les troupes!

Il faudrait toujours en venir à une bataille, pour empêcher la dévastation totale des frontières.

Aussi une semblable défensive n'a-t-elle presque jamais eu lieu, et les armées en pareil cas ne manquent-elles jamais d'en venir aux mains. N'oublions pas qu'il s'agit ici d'un pays plat et entièrement ouvert.

Si les deux armées ne s'observaient pas sans cesse, chacune détruirait à son aise le pays de l'autre. Quelque attention même qu'elles portassent à s'observer, le territoire des frontières sur presque toute sa longueur, et sur une largeur d'autant plus considérable que cette longueur serait plus grande, ne tarderait pas à être dévasté, non-seulement par les stations successives de deux grands corps d'armée, dont le mouvement naturel est de se porter, par leur droite ou par leur gauche, le long des frontières, chaque fois qu'elles trouvent de la résistance en face, mais encore par une infinité de petits corps, dont les mouvemens peuvent se croiser à l'infini, et être faits à de grandes distances des

armées principales : les villes frontières étant ouvertes, chacune pourrait changer de maître dix fois par jour.

Il ne serait guère proposable pour diminuer cet inconvénient, de faire porter dans l'intérieur, seulement à deux journées moyennes de cavalerie, les vivres et effets précieux des habitans des frontières; car ce transport, comparé à celui à faire dans le cas des places de guerre, serait tout entier un excédant pour ce que renferment dans ce genre les villes fortifiées, et environ douze fois plus grand pour tout ce qui se trouve hors de ces villes.

D'ailleurs, quand des vivres ou autres approvisionnemens sont renfermés dans une place à trois lieues au plus d'un habitant des bourgs, villages ou fermes, il n'en est pas entièrement privé pour cela; tous les quatre ou cinq jours il peut aller rechercher en ville des provisions courantes. Cet habitant au contraire se trouverait entièrement privé de ces approvisionnemens, s'ils étaient à quinze ou dix-huit lieues de lui.

Les deux armées s'observeront donc sans cesse; et comme nous l'avons dit plus haut, le rôle de la défensive sera si fatigant pour l'une ou pour l'autre, qu'une affaire générale paraîtra un besoin pour l'armée même qui d'abord y aurait été le moins disposée.

Rien ne peut maîtriser les hasards dans une bataille à forces égales.

Or, qu'est-ce qu'une bataille entre deux armées égales en nombre, en valeur, en discipline, enfin en tous points? Un jeu de hasard effrayant, quand il n'existe pas en arrière du champ de bataille des lieux de sûreté, où les débris de l'une ou de l'autre armée puissent se mettre à couvert contre les poursuites du vainqueur. Mille causes qu'on ne peut prévoir, décident souvent la victoire. La poussière, la fumée, le soleil peuvent gêner une armée, et favoriser l'autre. Un grand mouvement peut avoir été dérobé par une de ces causes. Des coups meurtriers peuvent avoir frappé les plus braves et les chefs les plus expérimentés d'une armée, et avoir épargné ceux de l'armée opposée. Le hasard peut avoir fait tuer le porteur d'un ordre de la plus haute conséquence. Un faux bruit peut avoir occasionné de la terreur et de faux mouvemens, &c.

Ce qui arrive à l'armée battue.

Au défaut de retraites pour l'armée battue, celle qui est victorieuse ne lui laisse point reprendre haleine après le combat; elle la harcèle continuellement et la poursuit sans relâche, pour retarder ou empêcher la

réunion de ses parties ; ce qui force celle-ci à des retraites souvent longues, toujours pénibles, et où périt plus de monde encore que sur le champ de bataille. Si enfin elle parvient à se rallier et qu'une seconde défaite suive la première, il n'en faut pas davantage pour que tout le pays reçoive la loi du vainqueur, poursuivant les débris de l'armée battue jusqu'à son entière destruction.

Si elle l'est une seconde fois, le pays entier passe sous le joug.

L'histoire fournit mille exemples de pays immenses, conquis en peu de temps, et qui n'ont coûté aux conquérans que quelques batailles, faute de places de guerre sur leurs chemins pour les arrêter; tandis qu'elle nous montre des pays faibles et en apparence sans ressources, se soutenir au moyen de leurs places fortes, contre des ennemis supérieurs, qui après bien du temps, beaucoup de dépenses et une perte d'hommes considérable, ont été forcés de renoncer au projet de les conquérir.

La perte de plusieurs batailles ne suffirait pas pour y faire passer un pays quoique faible, ayant encore des places fortes.

Tant qu'il reste des places fortes dans un pays, le parti de l'ennemi se soutient avec peine. Ce sont des points de ralliement où viennent se rassembler les vaincus, et protégés par elles ils reprennent de nouvelles forces et se défendent de nouveau. Les armées battues et dispersées, la résistance ne peut plus avoir lieu dans un pays ouvert et sans forteresse; leurs débris se trouvent isolés, et trop faibles chacun en particulier, pour tenter quelque chose.

Jusqu'ici nous avons toujours supposé les deux armées parfaitement égales, de même que les facultés des deux peuples ; mais combien il est rare que cela arrive ! Premièrement il faudrait que les préparatifs eussent commencé en même temps de part et d'autre : or, comme d'avoir une armée formée la première, équivaut à la certitude d'un succès total, lorsque les pays sont ouverts, il arrivera de deux choses l'une ; ou le peuple le moins vertueux préparera en secret la conquête de l'autre; ou la crainte d'être surpris fera faire des préparatifs à celui qui n'aura d'autre but que la défensive. Dans ces deux cas, on voit s'ouvrir une source de menaces et de défiances, dont une guerre prochaine est toujours le résultat, principalement quand des esprits remuans s'en mêlent. De quelque manière que cela arrive, une armée est toujours plutôt prête que l'autre, et par conséquent l'équilibre, mettant à part même le hasard des

Sans les places fortes on ne serait pas sûr d'avoir assez à temps une armée aussi forte que celle de l'ennemi, quand même on aurait les moyens de la composer.

combats entre des armées égales, ne peut jamais avoir lieu de peuple à peuple.

Mais il peut y avoir de plus grandes causes encore de cette rupture d'équilibre : un peuple peut avoir affaire à la fois à plusieurs peuples de même force que lui. S'il a son pays ouvert, la volonté la plus déterminée ne lui suffit pas pour résister ; l'amour de la liberté, ce grand véhicule, ne pourrait pas même y remédier.

On peut d'ailleurs avoir affaire à un ennemi plus fort, ou à plusieurs à la fois.

Voyez ce qui vient d'arriver à la Pologne ; elle n'a prolongé un peu sa résistance qu'à la faveur des mauvaises fortifications de Varsovie ; et la France, sans Cambrai, sans Landau, Maubeuge, &c. n'eût pas eu le temps de lever cette immortelle réquisition qui vient d'acquérir tant de gloire, ou de fabriquer cette immensité de fusils, de canons, de salpêtre, &c. qui lui était indispensable.

Situation défavorable de la Pologne.

Les places fortes ont garanti la France malgré les fautes qui en ont fait perdre quelques-unes dans la guerre actuelle.

Il est nécessaire d'observer ici que les moyens extrêmes que la France a été obligée de développer, et dont elle se ressentira encore pendant plusieurs années malgré ses triomphes, n'auraient pas été nécessaires, si nous n'eussions pas d'abord perdu trois ou quatre de nos places ; et que nous n'aurions pas perdu ces places si nous n'avions pas été nous faire battre loin de nos frontières. Notre armée poursuivie pendant plusieurs jours de suite à la fin de la première campagne de la Belgique, aurait été anéantie, s'il lui avait fallu quelques jours de plus pour arriver à nos places. Elle est parvenue à se refaire sous leur protection ; mais pendant long-temps elle s'est trouvée si faible, qu'il ne lui a pas été possible d'empêcher l'ennemi de conduire des siéges à leur fin. Si notre armée avait eu sa force primitive, l'ennemi n'aurait pas même pu investir une seule de nos places, et dès-lors nul parti n'aurait osé se remuer en sa faveur, et par conséquent lui faciliter la réduction d'aucune d'elles ; réduction qui d'ailleurs aurait été beaucoup plus tardive, en les supposant livrées à elles-mêmes, si la déroute de la Belgique n'avait pas nécessairement occasionné du découragement, et si la vanité de nos triomphes momentanés ne nous avait pas fait négliger nos moyens de défense.

Les ennemis n'en ont pas pu prendre assez pour se soutenir. Exemples frappans.

Enfin, nos ennemis à leur tour nous ont fourni un exemple à-peu-près semblable ; leurs armées, même après la conquête de nos villes, ne se trouvaient point avoir encore un cordon suffisant de forteresses (les places que l'empereur *Joseph* a eu la mal-adresse de faire démanteler, ne méritant pas ce nom). On les a attaqués avec des forces supérieures, loin des villes qu'ils nous avaient enlevées et entre lesquelles seulement ils pouvaient être en force réellement. La bataille de Fleurus les a forcés d'aller chercher un abri derrière la Meuse, en fuyant à leur tour au travers de la Belgique ; et sans quelques obstacles naturels dont ils ont profité, tels que des bois, des petites rivières, ils auraient été forcés de fuir encore plus vîte. Ils auraient tenu derrière la Meuse s'ils y avaient eu d'autre place, à proprement parler, que Maestricht; mais la Meuse n'est pas très-difficile à passer ; l'intrépidité française a franchi cet obstacle ; les ennemis ont craint d'être tournés, ils ont regardé derrière eux, et n'ont trouvé d'autre moyen d'avoir une véritable frontière, qu'en repassant le Rhin. La garnison de Maestricht voyant bien qu'il n'y avait pas de secours à attendre d'une armée qui avait été obligée de se retirer aussi loin, fut un peu découragée, et quelques opérations de siége firent bientôt apercevoir que les fortifications de la ville avaient été négligées, au point que les ennemis n'avaient pas seulement fait faire le moindre ouvrage du côté qui est jugé généralement d'une faiblesse extrême, quoiqu'il eût été possible de tripler la résistance de ce côté, par des ouvrages très-simples et peu dispendieux, dont la construction n'eût pas exigé trois semaines de travail.

La guerre actuelle fournit plusieurs autres exemples frappans sur lesquels nous n'insisterons pas pour le moment. Nous dirons seulement qu'il est évident que ce sont les places que le roi de Prusse laissait derrière lui, lorsqu'il a pénétré dans la Champagne, qui l'ont forcé à se retirer précipitamment ; que Landau a frappé de nullité toutes les opérations des ennemis dans le bas Rhin ; que Mayence seul nous oblige au développement de la plus grande partie de nos forces depuis un temps infini ; que Perpignan a empêché l'invasion que les Espagnols auraient faite à coup sûr dans un temps où nos armées étaient trop éloignées pour s'y opposer, &c.

Au reste, nos ennemis ont cherché à suppléer à leurs places de guerre, en multipliant les ouvrages faits à la hâte, qu'on appelle *ouvrages de campagne;* mais ils n'entendent rien à ce genre de construction, ainsi que nous le leur avons prouvé cent fois en les enlevant à la baïonnette, et que nous le prouverons ici par la suite.

Les ennemis n'ont pu suppléer aux places de guerre par des ouvrages de campagne.

§.

Nous venons d'en dire assez pour faire voir qu'avec des ouvrages de fortifications, on peut se procurer de très-grands avantages pour défendre une frontière étendue et privée de défenses naturelles.

Avec des fortifications bien distribuées, on peut donc fermer avantageusement une grande étendue de frontière privée de défenses naturelles.

Nous avons fait voir qu'il ne fallait pas pour cela une ligne continue de fortifications, et que des places de guerre distribuées sur trois lignes, et distantes entr'elles de cinq à six lieues, ou une journée de marche d'armée, suffisaient : nous ferons voir par la suite, qu'il ne doit pas être question d'une distribution aussi régulière dans un terrain un peu varié, et que plusieurs causes dépendantes de la nature d'un terrain ordinaire, augmentent l'utilité des places. Par exemple, quelqu'uni que soit un terrain cultivé, il est clair que, principalement dans la saison des pluies, les gros équipages y passent plus difficilement que sur les grandes routes : or les grandes routes s'établissent naturellement d'une place à l'autre ; donc, dans ce cas, la marche des bagages de l'ennemi est très-gênée par nos places, tandis que celle de nos bagages en est directement favorisée, &c.

Cette distribution dépend des localités.

La construction des places que nous avons supposées dans notre dernier exemple, est au pouvoir des hommes ; car nos places frontières des Pays-bas sont, l'une portant l'autre, aussi multipliées, et quantité sont plus considérables.

La supposition des places fortes que nous avons faite ici, n'est pas outrée.

Il est clair aussi qu'il est au pouvoir des hommes d'en augmenter encore le nombre. C'est un problème intéressant à résoudre que celui de savoir juqu'à quel point il peut être utile de l'augmenter, en entrant, si l'on veut, dans la considération de la dépense ; considération à laquelle au reste on ne doit pas avoir trop d'égard : car en ne faisant une place neuve que tous les cinq ans, il n'en coûterait pas par an, calcul fait, à chaque individu de la France, la vingtième partie d'une journée de son temps : aussi ne faut-il s'occuper de la dépense que pour être sûr de

On pourrait en augmenter le nombre. Jusqu'à quel point peut-il être utile de le faire en général !

Rapports sous lesquels il faut envisager le surcroît de dépense qui en résulterait.

pouvoir finir à chaque époque ce qu'il y a de plus pressant. D'ailleurs, les dépenses employées en constructions circulent dans la classe laborieuse ou pauvre, et par conséquent ne sont point une surcharge réelle pour la nation, à moins que cela ne nuise à la culture des terres : mais à l'égard de cette culture même, que l'on compare le mal que lui ferait la privation de plusieurs milliers de bras pendant quelques années, aux dévastations que les fortifications élevées par eux peuvent empêcher pendant une durée de plusieurs siècles ! Lorsque les gouvernemens estimaient autrefois la vie d'un homme cinquante livres, il est clair qu'ils aimaient mieux perdre un homme à la guerre que de donner cinquante-une livres à un ouvrier pour sa part d'un travail fait à des ouvrages de fortification ; mais on ne calcule pas comme cela dans la République. Les cinquante-une livres entretiennent un homme et lui aident à en élever d'autres. Celui-ci peut venir un jour avec ses enfans, défendre le rempart auquel il aura travaillé, tandis que l'on n'aurait à cette époque ni l'homme estimé cinquante livres, ni sa postérité disparue avec lui. C'est un calcul de ce genre qui a conduit l'empereur *Joseph* à démolir les places des Pays-bas au lieu de les perfectionner. Voyez ce qui en arrive à ses successeurs.

Anciennes erreurs à cet égard.

Faux calculs de *Joseph* en faisant démolir les places des Pays-Bas.

§.

Objections tirées de la crainte de voir l'ennemi employer contre nous les places qu'il nous aurait prises.

Mais, dira-t-on, l'art de la fortification fournit des moyens de prendre, avec plus ou moins de temps, les ouvrages qu'il a créés ; en conséquence l'ennemi, en employant cet art, attaquera vos places successivement, et, avec du temps, non-seulement il s'ouvrira un passage, mais il se servira de vos propres places pour assurer sa marche et ses opérations ultérieures. Il s'agit donc d'apprécier cette possibilité.

Difficultés qu'il a à surmonter pour en attaquer une.

L'armée ennemie ne peut entreprendre un siége en présence de la nôtre, que quand elle lui est très-supérieure : voici pourquoi. Son opération consiste à détruire nos ouvrages assez pour que ce qui reste de la garnison à la fin du siége ne puisse plus résister à une attaque ordinaire, faite par le nombre d'hommes que l'armée assiégeante peut employer ; d'où il suit que plus la garnison est forte comparativement, plus la destruction des ouvrages doit être complète, et par conséquent coûter à l'assiégeant de peines, de temps et de monde. Il lui importe donc beaucoup d'empêcher

que la garnison, au lieu de se détruire peu-à-peu, ne reçoive des renforts en hommes, et, par suite, en munitions de guerre et de bouche.

Pour détruire nos ouvrages, il faut qu'il en construise lui-même, derrière lesquels il puisse se couvrir un peu, ainsi que ses machines; car si elles peuvent entamer nos ouvrages à une certaine distance, il est évident qu'à l'aide de semblables machines, presque entièrement couvertes, nous détruirions les siennes avec la plus grande facilité, s'il ne les couvrait pas du tout. Ses travaux commencés d'abord hors la portée des armes, doivent s'étendre peu-à-peu jusqu'au pied de nos ouvrages, sur-tout si ce pied ne peut être vu, ou, si l'on veut, détruit que de près.

Quand les travaux du siége qui sont près de la place ne sont point achevés, ils ne sont guère capables de fournir des moyens de résistance aux travailleurs et aux troupes armées, développés derrière. C'est alors que la garnison, sûre de pouvoir rentrer à volonté, quand les ouvrages de la place sont bien disposés, en sort à la faveur des ténèbres, dans l'instant qui lui convient le mieux, et presque toujours avec la certitude de jeter le trouble parmi les travailleurs ennemis, et de culbuter une partie de leur ouvrage avant qu'ils soient secourus par des forces suffisantes. Une garnison renouvelée souvent pourrait entreprendre fréquemment de pareilles expéditions, et retarder extrêmement le travail de l'assiégeant, et même le lui faire abandonner tout-à-fait, ainsi que l'expérience l'a fait voir nombre de fois. Sous ce rapport, il importe donc encore beaucoup à l'assiégeant que l'assiégé ne reçoive point de renfort.

Il est même nécessaire pour lui que les assiégés ne reçoivent point d'avis des leurs; car s'ils apprenaient, par exemple, qu'ils seront secourus sûrement dans quelques jours par une armée en force, il est incontestable que, quelle que fût leur détresse, ils feraient les derniers efforts, tous ceux dont l'humanité est capable, pour prolonger leur résistance jusqu'à cette époque; tandis que dans l'incertitude, de fausses nouvelles et de grandes menaces les auraient vraisemblablement décidés à se rendre.

Voilà donc l'ennemi forcé d'entourer la place, de faire ce qu'on appelle une circonvallation: or dans cet état son armée est bien faible.

Il est obligé de faire une circonvallation. Dangers de

sa position, s'il n'a pas une armée d'observation à opposer à l'armée de secours.

Rappelons-nous d'abord ce que nous avons dit quand nous avons supposé cette armée ayant la nuit à passer entre nos places de guerre. Notre armée a sur lui, comme dans ce cas, le choix du lieu et du moment de l'attaque, et de plus une place dans son centre, qui peut nous servir au besoin de ralliement après avoir percé l'ennemi sur un ou plusieurs points, pendant que cette même place nuit au contraire à la réunion de ses parties : considération qui agit beaucoup sur le moral des troupes, et principalement sur la valeur du moment, dont l'influence, tout étant égal d'ailleurs, est majeure dans les affaires.

L'armée assiégeante a en conséquence toujours grand soin de se retrancher contre l'armée de secours; mais cette opération exige du temps, ce qui suppose l'armée de secours éloignée ou faible, et elle ne remplit pas toujours son objet. Ces retranchemens, qu'on appelle lignes de circonvallation, ont presque toujours été enlevés quand ils ont été bien attaqués; de sorte que de nos jours on n'assiège guère une place que quand on a deux armées contre une, ou qu'après avoir battu l'armée de l'adversaire au point de l'avoir mise hors de combat pour un peu de temps.

On suppose qu'après un mois il ait pu emporter une place, et successivement deux autres, malgré nos efforts pour les secourir.

Admettons cependant qu'il ne nous soit pas possible, pendant un mois, par exemple, que durera le siége de la première place, de troubler l'ennemi dans son opération. Admettons encore que pendant la durée d'un second siége, nous ne puissions pas non plus parvenir à renforcer suffisamment notre armée pour battre l'ennemi dans une position défavorable, et déja affaibli par un second siége. Admettons même que nous ne le puissions pas encore à un troisième siége. Qu'en conclura-t-on? L'ennemi, après avoir pris une place dans chaque ligne, aura sans doute un grand avantage qu'il n'avait pas quand nous l'avons fait pénétrer la première fois, sans prendre de places; il aura une trouée deux fois plus grande et des points d'appui. Mais qu'on y réfléchisse bien, et l'on verra que les autres places de droite et de gauche lui seront encore très-nuisibles. Ce qui est arrivé en 1792 aux Prussiens, en est une preuve récente. N'importe, convenons si l'on veut encore, que la perte des trois places soit irréparable, et qu'après avoir sacrifié beaucoup plus de monde

Les places collatérales le gêneraient encore beaucoup. Exemple des Prussiens en 1792.

pour les prendre que nous n'en avons perdu pour les défendre, comme cela arrive toujours, même dans une grande proportion, l'ennemi soit plus assuré de la conquête de notre pays que s'il n'avait point eu de places à prendre. Mais en revanche, faisons une observation importante. Puisque pendant trois mois nous n'avons pu nous procurer, à l'abri de nos places, les secours nécessaires pour mettre notre armée en état de tenir tête à celle de l'ennemi, postée désavantageusement et faisant des pertes, comment aurions-nous pu tenir devant cet ennemi en commençant la campagne, si nous n'avions pas eu de places de guerre; et comment l'aurions-nous pu empêcher de ravager notre pays ou d'en faire la conquête, puisque, comme nous l'avons vu, cela est si difficile et si hasardeux à forces égales?

Si l'on ne peut alors lui résister, comment eût-on fait au commencement de la campagne avec une frontière toute ouverte!

§.

Les places fortes unies aux obstacles naturels, complètent la fermeture des états.

Nous affirmerons donc et nous ne nous occuperons plus de le prouver, qu'avec des ouvrages de fortification, qu'il est au pouvoir des hommes de construire, on peut se procurer de très-grands avantages pour défendre une grande étendue de frontières privées de défenses naturelles. Nous ne nous arrêtons point au cas où il s'agirait de protéger par des forteresses un grand pays également ouvert de tous les côtés; car nous sommes persuadés qu'aucun peuple n'aurait pu faire un pareil effort, ou qu'on ne lui en aurait pas donné le temps; c'est-à-dire, que sans les bornes posées par la nature, telles que sont autour de l'Espagne la mer et les Pyrénées; autour de la France, les deux mers, les Pyrénées, les Alpes, le Rhin, &c., la fortification n'aurait servi, comme autrefois, qu'à couvrir des habitations trop éparses pour empêcher de grandes dévastations, et par conséquent pour donner de la consistance à aucun peuple de la terre. Les conquérans continueraient de se succéder rapidement, et de disparaître en s'étendant trop, ou en montrant aux autres les armes avec lesquelles il faut les combattre. La Pologne, par exemple, ne pourra jamais se fortifier; et quel que soit l'esprit qui anime ses habitans, ou le génie qui lui dicte des lois, elle dépendra d'autant plus servilement de ses voisins, que l'art de la guerre se perfectionnera davantage. Heureuse France! rendons grâces aux siècles qui lui ont permis d'atteindre à deux mers, à deux chaînes d'énormes montagnes, à un des plus grands fleuves

Exemples fournis par la France et l'Espagne.

Sans les bornes naturelles, aucun peuple de la terre n'eût acquis de consistance. La Pologne risque de n'en jamais avoir.

La France doit sa sécurité à ses bornes naturelles et à ses fortifications.

de l'Europe. Rendons grâces à nos pères pour avoir fortifié Lille, Douai, Dunkerque, Cambray, Maubeuge, Metz, Landau, Strasbourg, et les autres places de nos frontières. Bénissons à jamais le génie protecteur qui nous a appris à les conserver malgré tant d'efforts réunis contre nous, et qui nous apprendra par la suite à les conserver plus facilement, et à les perfectionner de manière à économiser de plus en plus le sang des Français.

Puisqu'on peut avec de la fortification défendre une partie de frontière privée de défense naturelle, et susceptible d'être parcourue dans tous les sens, il est évident que plus une partie de frontière offrira à l'ennemi d'obstacles naturels, et plus il sera facile de la fermer avec de la fortification.

Conclusion relative à la fermeture du petit pays pris d'abord pour exemple.

Si donc nous revenons un moment au petit pays que nous avons pris pour exemple en commençant, nous concevrons aisément comment il s'agissait de le fermer. Nous avons vu généralement ce qu'il convenait de faire le long des rivières en deçà et au delà des ponts. Nous voyons à présent que la partie très-accessible à l'ennemi peut être fortifiée convenablement, et à plus forte raison celle qui est d'un accès beaucoup plus difficile. Enfin il pourrait exister quantité de suppositions intermédiaires auxquelles il serait possible d'appliquer des fortifications de nuances convenables, même de celles que nous avons désignées en commençant sous le nom de passagères.

Elle donne, avec ce qui précède, une idée de l'usage des fortifications.

Ce petit exemple, et ce que nous avons dit d'une frontière ouverte de dix-huit à vingt lieues de longueur, défendue par une armée de cent à cent cinquante mille hommes, doit suffire pour donner une idée nette de l'usage des fortifications dans le sens le plus général. Nous n'y reviendrons par la suite, qu'à fur et mesure des développemens que nous donnerons concernant l'art en lui-même.

§.

Les fortifications servent aussi dans l'offensive, et comment.

Les forteresses ont bien encore des propriétés dont nous n'avons pas parlé, et qui pourraient favoriser des excès que l'humanité et même la bonne politique réprouvent, mais qui ne servent que mieux dans une cause juste, et en en faisant un usage bien entendu.

Nous n'avons pas besoin d'explications particulières pour faire voir que

ce sont des points de dépôts, de ralliement, &c., pour l'offensive comme pour la défensive; par exemple, elles nous permettent d'être sur la défensive dans une partie de notre frontière, que peu de troupes peuvent garder, pendant que nos forces principales se portent ailleurs pour conquérir ou faire diversion. Elles soutiennent l'armée qui s'avance sur les terres ennemies, dont elles assurent la retraite en cas d'accident; de plus elles protègent ses convois et gardent ses magasins. Elles protègent les partis de troupes légères ou franches qui s'enfoncent hardiment dans le pays ennemi pour le mettre à contribution, ayant la certitude d'être soutenus par leurs garnisons, s'ils sont obligés de se replier. Enfin elles rendent le général plus entreprenant; car il craint moins de se compromettre étant sûr de sa retraite, qui ne peut être ni longue ni funeste, comme elle risquerait de le devenir s'il avait un pays ouvert derrière lui.

Ainsi, par la raison même que les places de guerre peuvent donner à celui qui les possède, le desir et le pouvoir trop facile de l'offensive, et par conséquent des agressions, elles sont funestes à celui qui ne les possède pas; et sous ce point de vue seul, il ne faut jamais être moins bien pourvu en places fortes que ses voisins : mais, pour cela, il ne s'agit pas de songer à bâtir une forteresse seulement, quand on leur en voit bâtir une; car une place ne sert que quand elle est achevée. En général, sans s'embarrasser de ce que fait l'ennemi, il est de la prudence d'agir de son côté, comme s'il se préparait aux plus grands efforts dont il soit susceptible. Bâtissons des places quand nous les croirons utiles à notre défense; que l'ennemi en fasse autant s'il le veut; qu'il apprenne même de nous à bien construire les siennes. Plus occupés de la contemplation de nos propres forces, que de l'idée du mal qu'il eût été possible de faire à l'ennemi, s'il n'avait pas pris de nos leçons, nous serons toujours justes comme doivent l'être des républicains; et quand nous aurons forcé nos ennemis à vivre en paix avec nous sur la terre que nous habitons ensemble, il nous deviendra bien facile de bannir du sol français jusqu'au moindre germe de la discorde.

Il ne faut donc les négliger sous aucun rapport.

Ni craindre de donner à l'ennemi l'exemple des plus sages précautions.

Ah! qu'il nous soit permis de le dire; c'est à une paix perpétuelle que tend l'art dont nous avons à nous occuper.

Elles tendent à une paix universelle et perpétuelle.

Sur l'équilibre entre l'attaque et la défense.

Il est vrai que cet art se combat lui-même, car il apprend à attaquer et à détruire les ouvrages qu'il a créés. La partie de l'art qui enseigne à construire, a eu l'avantage pendant bien des siècles. Depuis, l'autre partie, celle de l'attaque, semble avoir repris le dessus; mais il n'est pas démontré que la première ne rentrera pas dans ses anciens droits.

Au reste, la fortification n'a jamais peut-être rendu autant de services que de nos jours, quoique les places résistent moins long-temps qu'avant l'invention de la poudre. Situées aux frontières, elles couvrent des pays entiers, au lieu de couvrir simplement des habitations; et d'ailleurs, pénétré de leur avantage dans cette position, on a réparé par leur nombre ce que les armes modernes ont fait perdre à leur force comparative, et ce que la plupart des généraux ont mis souvent de négligence à étudier les meilleurs moyens de s'en servir ou de les défendre. Il en est d'une bonne place, comme d'une ferme munie des bâtimens convenables, des outils nécessaires et à portée des engrais: entre les mains de gens qui savent la faire valoir, elle produit beaucoup; en d'autres mains, elle ne produit que fort peu de chose, ou rien. Enfin, le canon ayant une plus grande portée que les anciennes armes de jet, un corps d'armée trouve plus sûrement protection sous les murs d'une place, qu'il ne la trouvait autrefois.

Tout considéré, on peut persister à croire que la fortification rendra de plus en plus à l'humanité les grands services que nous en attendons.

§.

Causes générales qui ont retardé la science.

De grands obstacles ont empêché l'art de la fortification de faire des progrès rapides.

Essais trop longs et trop dispendieux.

Les ouvrages permanens, dont les places de guerre ont été composées dans tous les temps, ont toujours exigé des constructions lentes, dispendieuses et durables. Une fois faites, il n'appartient plus à leur auteur de les changer; et les gouvernemens, que les événemens emportent toujours, songent plus à tirer parti de ce qu'ils ont à leur disposition, qu'à employer beaucoup de temps et de dépenses à détruire d'abord, pour réédifier ensuite sur des idées nouvelles, qui n'ont guère d'utilité évidente que pour leur auteur, quelque profondément méditées qu'elles soient.

Leur utilité rarement assez évidente pour décider les gouvernemens.

Il

Il n'en est pas du résultat qu'on attend d'un ouvrage de fortification, comme de celui d'une machine, d'une opération physique ou chimique: on ne peut prouver par le fait l'utilité d'une construction nouvelle en fortification, que quand elle a été attaquée par l'ennemi. Une telle preuve ne suffit pas encore, car il reste toujours à savoir ce qui serait arrivé, si l'ouvrage avait été attaqué et défendu différemment. Cette incertitude est d'autant plus grande, que les moyens d'attaque sont plus variables. Ces moyens dépendent essentiellement des machines que l'on peut employer à la destruction des fortifications; et les machines sont susceptibles d'être perfectionnées promptement, parce qu'elles sont sous la main de l'homme: il peut, à peu de frais, éprouver une baliste, un pierrier, un boulet; faire et défaire un affût plusieurs fois de suite. Il a pu, par des milliers de combinaisons différentes, découvrir la poudre, le bronze, &c., dont l'effet était incontestable le jour même de la découverte; de sorte qu'on peut dire que les constructions sont presque toujours vieilles, par rapport aux machines destinées à les détruire.

Un siége ne suffit pas pour constater entièrement la valeur d'un ouvrage.

La facilité des épreuves a dû perfectionner plus vite l'artillerie et les travaux de siége, que les moyens de défense.

L'usage de l'artillerie a annullé les fortifications qui existaient auparavant. On n'a pu se dispenser de refondre toutes les places; l'artillerie a acquis différens degrés d'amélioration. Des siéges nombreux ont promptement perfectionné les travaux de l'attaque, qui ne sont, pour ainsi dire, que des remuemens de terre exécutés rapidement. Cela a conduit à recouvrir, par de nouveaux ouvrages, les places existantes, et à faire proposer quantité de petites corrections, dont les trois quarts ont resté sur le papier. *Vauban*, homme d'un génie profond, grand administrateur, grand militaire, grand sur-tout dans l'attaque des places, se trouva, par sa position, le constructeur et le restaurateur d'une immensité de forteresses, que l'ambition de *Louis XIV* avait rendu indispensables. Sa touche se reconnaît par-tout où il a mis la main; mais l'artillerie a continué de se perfectionner, et si lui-même avait imaginé plutôt une manière de tirer qu'on appelle à ricochet, il aurait peut-être donné une autre forme à ses constructions, et il y a lieu de croire que la mort l'a surpris cherchant d'autres méthodes.

L'invention du ricochet, par *Vauban*, lui faisait déjà sentir la nécessité de retravailler ses méthodes.

Depuis lui les ingénieurs français n'ont eu, pour ainsi dire, que des rhabillemens à faire, ou des accessoires. Beaucoup de peines, de soins,

Depuis lui, les ingénieurs les ont améliorées sans faire, en apparence, des choses neuves.

d'idées heureuses, se trouvent employées dans ce genre. Quelques travaux un peu en grand, ont cependant mis en évidence un petit nombre d'ingénieurs. Des idées entièrement nouvelles auraient été rejetées par le gouvernement, naturellement peu disposé à souffrir de grands changemens, comme on l'a dit plus haut; mais des améliorations qui ne changeaient pas sensiblement les formes aux yeux du vulgaire ou des ministres, n'ont point été empêchées. Ces améliorations ont exigé des écritures. L'ingénieur *Cormontagne* nous a laissé, dans ce genre, des travaux et des écrits qui sont peut-être ce qu'il était possible de faire de mieux, en ne touchant point aux formes primitives. Une école commune, établie à Mézières depuis *Cormontagne*, a répandu ses idées dans le corps du génie, où elles ont fructifié exclusivement à tous autres individus, conformément aux intentions du gouvernement sous l'ancien régime. Ce gouvernement connaissant sa faiblesse, et se voyant sans cesse entraîné dans des dépenses imprévues ou frivoles, il a cru qu'il n'avait pas le moyen de perfectionner tout-à-fait les places de guerre; et il a voulu y suppléer en employant le mystère, non-seulement quant à l'état réel des constructions existantes, mais aussi quant aux principes suivant lesquels s'en occupaient les ingénieurs.

Le gouvernement gênait la communication de leurs idées.

Enfin, les ingénieurs eux-mêmes une fois sortis de l'école, malgré le desir de communiquer entr'eux, ne le pouvaient que très-difficilement, se trouvant dispersés tout autour de la France, et étant privés du secours de l'impression et d'aucune réunion centrale. Bien loin de cette réunion, il a existé, pendant grand nombre d'années auprès des ministres de la guerre, des hommes qui ne voulaient pas que les ingénieurs prissent connaissance de certains détails de fortification dont ils faisaient cas, s'ils n'avaient quinze ans de service dans le corps.

Le mystère a beaucoup nui aux progrès de l'art, et a fait croire qu'il était moins avancé qu'il ne l'est en effet.

Il est résulté de-là que les ingénieurs étant gênés et privés d'ensemble, n'ont pas pu tirer tout le parti possible du dépôt de connaissances qu'ils possédaient; et que quantité d'écrivains étrangers à leur corps ne leur voyant rien produire, ont cru que tout l'art de la fortification se trouvait renfermé dans quelques livres élémentaires, faits par des écrivains du même genre qu'eux. Plusieurs alors ont cru qu'il leur restait encore à moissonner

un champ plus vaste qu'il n'était en effet. Le plus grand nombre s'est donné une peine incroyable, sans atteindre le point où l'art était déjà chez les ingénieurs; d'autres l'ont peut-être dépassé à certains égards, sans l'avoir atteint dans des points plus ou moins essentiels. Déjà les ingénieurs ont eu la liberté d'écrire, et de faire voir que la science était plus avancée entre leurs mains, qu'on ne le supposait. Il s'est établi une certaine fermentation d'idées qui tournerait au profit de la chose, si l'on pouvait la saisir à son véritable point. Malheureusement jusqu'ici la discussion a resté sans juge; car on peut dire qu'elle est réellement hors de la portée de ceux qui n'ont point étudié profondément cette matière, ou qui n'en ont pas fait leur métier, d'autant que les plus intéressans détails en ce genre, sont encore dans les cartons des ingénieurs. Un ingénieur pourtant *(Noizet Saint-Paul)* a hasardé de faire publier, il y a cinq ou six ans, le commencement d'un traité sur la fortification. Cet ouvrage, fort bien fait, donne déjà une idée juste de l'état actuel d'une partie de la science. Il est à desirer que l'auteur le continue.

La liberté d'écrire a déjà produit de bons effets : mais les juges manquent encore.

5.

On doit sentir déjà que l'étude de la fortification tient à un grand nombre de connaissances; en effet, elle se lie avec les principales manœuvres des troupes, l'artillerie, la marine et les constructions civiles. Aussi les connaissances préliminaires dont elle ne peut se passer, sont-elles d'abord, comme on l'a dit ailleurs, toutes celles qu'exigent les constructions civiles, savoir; l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie, la mécanique des corps solides, celle des fluides, ainsi que le calcul différentiel et intégral nécessaire à cet effet; la stéréotomie et toutes ses applications, le nivellement, le levé des plans, la géographie, la physique générale et particulière, et le dessin; et ensuite évidemment des idées nettes sur l'art de la guerre en général, y comprenant de toute nécessité l'artillerie et la marine, mais en exceptant si l'on veut, 1.° la tactique proprement dite, considérée seulement comme fixant les détails au moyen desquels on fait développer ou resserrer en toutes sortes de sens, une troupe quelconque sur un terrain donné; 2.° l'organisation et la discipline particulière des corps de toutes les armes et des diverses administrations.

Rapports nécessaires entre la fortification, l'artillerie, la marine, la grande tactique et toutes les constructions civiles.

Connaissances préliminaires indispensables.

Complication qui résulte des rapports avec les constructions civiles.

Toutes les constructions civiles se répètent dans les fortifications avec des variations très-multipliées. Ces constructions pour l'ordinaire, n'ont à résister qu'au temps et aux élémens ; celles de la fortification doivent de plus soutenir l'effet des machines de guerre. Il ne suffit pas, par exemple, qu'une voûte soit en équilibre avec ses pieds droits, il faut encore qu'elle résiste à la bombe : il ne suffit pas qu'un mur retienne les terres appuyées derrière ; en le construisant on ne doit oublier ni le canon qui peut le frapper, ni celui qu'il est destiné à soutenir par-dessus ces terres, &c.

Des considérations dépendantes de la forme des ouvrages ne permettent pas toujours de placer une écluse où elle serait le mieux par rapport aux eaux à gouverner ; cependant il faut qu'elle produise un effet déterminé dans un temps donné. Une mine doit être chargée et placée de manière à culbuter certaines parties sans en endommager d'autres. Des casemates, que l'ennemi ne saurait détruire par leur position, doivent cependant être construites de manière à résister à la commotion des différentes machines de guerre, placées dessous ou dessus. De plus, beaucoup de constructions militaires sont limitées et resserrées par des formes bizarres qui en augmentent la difficulté et forcent presque à chaque fois de recourir à des calculs physico-mathématiques.

De même avec la grande tactique.

Quant aux idées sur l'art de la guerre en général ou grande tactique, il est aisé d'en sentir la nécessité, ne fût-ce que par les combinaisons simples que nous avons été obligés de faire pour indiquer l'usage de la fortification.

Nous avons laissé entrevoir, relativement aux mouvemens des troupes, qu'il devait se rencontrer une infinité de cas différens, plus ou moins compliqués, suivant les différentes natures de terrain et autres circonstances locales; et il est clair qu'à mesure que l'occasion s'en présentera par la suite de nos leçons sur la fortification, nous ne pourrons nous dispenser de traiter avec les développemens convenables, quelques-unes des questions de guerre analogues, et en suivant la même marche.

De même avec l'artillerie et la marine.

Enfin, les machines de l'artillerie et de la marine servant à l'attaque et à la défense de la fortification, leur forme et leur effet sont des

données indispensables pour la construction et l'établissement des ouvrages. On peut même ajouter qu'avant de se déterminer pour une construction, il est de la prudence de s'assurer si par des changemens dont ces machines seraient susceptibles, on ne se trouverait pas dans le cas d'obtenir des compositions plus parfaites pour la défense, ou de craindre une destruction inattendue.

---

5. Fin des premières notions sur la fortification. Deux branches principales dans cette science.

Nous terminerons ici les premières notions que nous avons cru devoir donner sur la fortification, en faisant distinguer deux branches principales dans cette science. L'une a pour objet de rechercher, d'après toutes les combinaisons militaires possibles, le lieu où il est nécessaire d'établir une fortification, et le degré de force qui lui convient. L'autre consiste à déterminer les formes d'un ouvrage de fortification, pour que, dans un local déterminé, il ait le degré de force qu'on en attend.

Comment elles ont été traitées dans le cours révolutionnaire, et comment on en rendra compte.

La première branche a été traitée, dans le cours préliminaire, par le général *Michaud (Darçon)*. La seconde l'a été par les instituteurs (1), qui y ont joint néanmoins quelques parties de la première branche, pour compléter ce qu'en avait dit ce général.

Cette seconde branche se partage encore en deux parties très-distinctes : la première traite de l'établissement de la fortification en plaine privée d'eau ; la seconde de l'établissement de la fortification en terrain varié.

Ces deux parties se subdivisent encore en attaque et défense ; en ouvrages permanens ou passagers, &c.

On réserve pour le prochain cahier de ce Journal, de rendre un compte abrégé des leçons qui ont été données dans le cours préliminaire sur ces différens objets.

DOBENHEIM.

---

(1) Le citoyen Martin *Campredon*, capitaine du génie, était alors adjoint au citoyen *Dobenheim*, instituteur de la fortification.

DESSIN.

COMPTE rendu par l'Instituteur de Dessin, relativement à cette partie de l'Enseignement.

LES Comités réunis avaient arrêté dans le plan d'organisation de l'école, que chacun des instituteurs ouvrirait la partie d'enseignement qui lui était confiée, par un cours verbal qui en présenterait l'ensemble d'une manière complète, quoique réduite. Ce cours devait servir aux élèves, de table des matières; il offrait, pour ainsi dire, en trois mois, la carte du pays qu'ils allaient parcourir en trois ans. L'instituteur de dessin fut également chargé de faire un cours verbal sur la partie d'enseignement qui lui était confiée. Pour se rendre compte à lui-même de sa marche, et pour la faire mieux connaître aux élèves, il crut à propos de mettre sous leurs yeux un tableau analytique qui indiquât le plan de son travail, et le programme raisonné des neuf leçons dont son cours devait se composer. Il invite ceux qui voudront prendre une idée de la méthode d'instruction qu'il a cru devoir suivre, à consulter le tableau qui est imprimé ci-après, et qui sera joint à la première leçon du cours dont le conseil de l'école a arrêté l'impression dans son journal.

Si quelques personnes trouvaient ce cadre un peu étendu pour des ingénieurs qui, dira-t-on, ne doivent être ni peintres ni sculpteurs, on pourrait répondre qu'en général l'esprit des jeunes gens se plaît à embrasser un grand horizon; que pour la dignité de l'enseignement dans l'école polythechnique, et d'après les espérances que le gouvernement fonde sur elle, il est toujours à propos d'agrandir le cercle des idées; et que d'ailleurs, après avoir présenté une théorie vaste, on peut facilement se resserrer dans la pratique, à laquelle on donne les bornes qu'on juge convenables.

Le cours oral et théorique avait lieu seulement une fois par décade; mais l'étude pratique du dessin a été mise en activité dès les premiers

jours de l'ouverture de l'école, depuis cinq heures du soir jusqu'à huit.

C'est par le dessin de la figure que les élèves ont commencé. Cette étude est la clef de tous les arts qui ont le dessin pour base ; elle conduit aux différens genres de dessins nécessaires à l'ingénieur, tels que l'architecture, le paysage, la carte, &c. Elle acoutume à estimer les proportions, à les exprimer avec justesse, à se mettre, comme on dit, le compas dans l'œil.

Les différens moyens employés à l'école pour l'instruction des élèves, sont les modèles dessinés, les statues antiques et le modèle vivant. Les plus habiles artistes sont chargés de fournir à l'école les différens dessins qui lui sont nécessaires ; déjà les porte-feuilles se remplissent d'ouvrages excellens, faits d'après les grands maîtres, ou composés par d'habiles artistes, tels que les citoyens *Demarne*, *Valenciennes*, *Gérard*, *Mérimée*, *Suvée*, *David*, *Vincent*, *Regnault*, *Menier*, *Lemire*, *Baltard*, *Bidault*, *Bourgeois*, *Dunouy*, &c. Les professeurs ont été choisis parmi les jeunes artistes les plus habiles, formés au bon goût du dessin dans les ateliers des *David*, *Vincent*, *Regnault*, &c. Ce sont les citoyens *Mérimée*, *Gounod*, *Gerard*, *Bosio* et les deux frères *Lemire*. Ils ont autant de zèle que de talens ; et l'intérêt qu'ils mettent à remplir leurs fonctions, est un sûr garant du succès des études. Déjà quelques-uns des élèves ont fait des progrès étonnans ; il y en a parmi eux qui, ayant commencé à l'école les premiers élémens du dessin, dessinent à présent d'après la bosse, et seront en état bientôt de travailler d'après le modèle vivant. On peut dire qu'un bon tiers des élèves est plein de dispositions, de bonne volonté et d'ardeur ; un autre tiers ayant la même bonne volonté, mais avec moins d'aptitude, ou moins d'âge, vient après ce tiers d'élite. Il faut convenir qu'un dernier tiers, s'il ne profitait pas mieux de l'instruction, usurperait des places qui seraient occupées par de meilleurs sujets, et qu'il serait à propos de leur faire céder ces places à la fin de l'année, quand leur négligence sera bien constatée par le peu de progrès qu'ils auront fait, et par les registres où l'on tient note de leurs absences.

Nous ajouterons un mot encore sur l'importance donnée dans l'école

centrale à l'enseignement du dessin, et sur les dépenses qu'il doit occasionner.

Si l'objet de l'école n'est point de former pour la République des artistes en peinture, sculpture et architecture, il convient au moins que les ingénieurs soient affiliés à ces différens arts, qu'ils en aient les premières notions, et qu'à l'imitation des Grecs et des Romains, ils sachent faire des ponts, des chemins, des constructions, non-seulement solides et bien bâties, mais ornées et de bon goût. La vérité de cette observation est incontestable; celles qui suivent sont dans le même cas.

Quand l'ingénieur militaire traverse au galop un pays ennemi, quand il va à la découverte, quand il examine les dehors d'une place assiégée, alors les dangers qui l'environnent, les balles qui sifflent autour de lui, ne lui permettront qu'un coup-d'œil rapide sur le terrain qu'il aura à parcourir: mais, rentré dans sa tente, s'il sait dessiner, il fixera ses idées pour lui-même et pour les autres; il fera connaître la nature du pays, le cours des rivières et des ruisseaux, les irrégularités du terrain; et par un léger croquis, plus utile que la plus longue description, il servira à la marche des armées et aux campemens; il déterminera les attaques et contribuera au succès d'un siége ou d'une bataille.

D'ailleurs, quoique l'ingénieur ne puisse pas parcourir la carrière des beaux arts dans toute son étendue, il doit cependant viser au même but que celui qui veut être peintre, sculpteur et architecte; les principes qu'il suit dans son instruction, doivent être les mêmes, plus resserrés, mais également dirigés vers la perfection.

De plus, si le hasard adressait à l'école centrale quelques génies faits pour illustrer leur patrie et eux-mêmes dans la carrière des beaux arts, il convient que l'école soit en état de développer ces germes précieux, il faut que les premières leçons qu'ils auront reçues les aient conduits vers la perfection; et, quand ils l'auront atteinte, il faut qu'ils se souviennent avec reconnaissance de ce qu'ils auront appris dans l'école, et qu'ils lui doivent leurs premiers succès.

NEVEU.

COURS.

COURS PRÉLIMINAIRE

RELATIF AUX ARTS DE DESSIN,

Fait à l'École centrale des Travaux publics, dans les mois de Pluviôse & Ventôse de l'an 3.e

Par le C.en NEVEU, instituteur.

INTRODUCTION.

APRÈS la morale qui fonde et affermit les gouvernemens, ce qui en fait la gloire, ce qui en assure la prospérité, ce sont les sciences et les arts. Ils adoucissent les mœurs, ils embellissent la vie, ils sont les plus doux fruits de la pensée, ils sont le vrai lien de la société.

Cependant, à l'époque terrible qui vient de ravager la France, quelques hommes puissans s'étaient dit : « Détruisons les savans, anéantissons la » science ; elle contrarierait nos projets, elle décélerait notre ambition : que » la lumière s'éteigne, que les arts disparaissent. L'ignorance nous sert, » protégeons-la ; qu'elle règne par nous, et nous régnerons par elle. »

Leur système atroce n'a que trop réussi. Sous leur empire la renommée était un titre de proscription, le savoir un arrêt de mort, les talens, la

Nota. Cette esquisse d'un traité relatif aux arts de dessin, se ressentira de la précipitation avec laquelle il a été fait. Son auteur, qui dut s'acquitter alors de ce dont il avait été chargé par les Comités réunis, ne s'attendait pas qu'on livrerait à l'impression des discours improvisés en partie, faits pour la circonstance et peu dignes du public, qui rejette, avec raison, tout ce qui ne porte pas l'empreinte du soin et de la perfection. Il réclame donc pour ces leçons une indulgence qu'il n'a pas lui-même, et ne se justifie de les laisser paraître que parce qu'il n'a pu s'en dispenser, et parce qu'elles servent à compléter la connaissance qu'il fallait donner aux membres de la Convention et aux élèves, de l'état de l'enseignement dans ses diverses parties, et de la marche qu'ont suivie les différens instituteurs dans l'école centrale.

Au reste, on s'apercevra que l'auteur s'est aidé de différens ouvrages, tels que ceux de *Mengs*, *Reynolds*, *Montesquieu*, de *Pilles*, &c. &c. Loin qu'on veuille lui en faire reproche, on regrettera sans doute qu'il n'ait pas puisé plus souvent encore dans ces différentes sources ; ses leçons ne pouvaient qu'y gagner.

vertu, les services, rien n'était sacré; la terreur paralysait toutes les ames, il n'y avait plus d'espoir; la mort et l'ignorance parcouraient la République, et la couvraient de sang et de ténèbres.

Tant d'horreurs ont enfin eu leur terme, le règne des scélérats a passé; ils ont comblé de leurs cadavres l'abyme qu'ils avaient ouvert, et la nation en punissant leurs crimes s'est sauvée de l'infamie d'en être présumée complice. Déjà la France prend un nouvel aspect, la confiance se rétablit, l'espoir renaît; le génie des arts, joint à celui de la liberté, va ranimer les talens, consoler la République, et vivifier toutes les parties du corps social.

Cependant de si grands maux ne peuvent se réparer promptement: la tempête a cessé, l'orage s'éloigne; mais le vaisseau de l'état long-temps tourmenté a besoin de repos, et demande les secours d'une main habile. Ces secours, c'est de la Convention qu'on doit les attendre: forte de l'opinion publique, elle connaît à présent son pouvoir, elle sait ce qu'elle doit à la nation, ce qu'elle se doit à elle-même, et sa prévoyance s'occupe sans relâche à réparer les maux qu'elle n'a pu empêcher. Les ennemis de la France ne diront plus à présent que l'activité des législateurs français s'use à détruire, qu'ils ne s'environnent que de ruines, et qu'aucun établissement utile n'a remplacé ceux qu'ils n'ont pu se dispenser d'anéantir. Déjà, de toutes parts, l'instruction s'organise, des écoles normales vont donner à l'enseignement une uniformité indispensable, les élémens des sciences seront mis à l'usage de tous; et l'égalité civile, qui n'est qu'illusoire entre l'ignorant et l'homme éclairé, cessera d'être une chimère par l'égalité de l'instruction.

Mais si l'étude de la morale est la plus importante de celles dont le législateur doit s'occuper, il en est encore d'autres qui méritent ses regards; il ne négligera point les arts et les sciences d'où dépend la prospérité des états. La Convention pénétrée de ce principe s'empresse de leur redonner tous les encouragemens, tout l'essor qui les feront fleurir. Sa prévoyance s'étend à tout, elle devance l'heureuse époque de la paix, elle en prépare les douceurs. L'art de guérir, enseigné dans toutes ses parties, va fournir de médecins habiles toute la surface de la République; des bibliothèques, des collections précieuses, des muséum, offrent à la

curiosité un aliment, à l'étude des secours ; bientôt les écoles de peinture, de sculpture et d'architecture vont conserver à la France ses habiles artistes et en former de nouveaux. Déjà l'école centrale des travaux publics vient de s'ouvrir ; tout lui présage une brillante destinée, tout promet qu'elle remplira les vœux des hommes instruits qui ont concouru à son établissement. Cette école faite pour honorer l'époque présente de la révolution, sera la pépinière où la République viendra recueillir les ingénieurs nécessaires aux travaux qu'elle ordonne, et dont elle acquitte les dépenses. Toutes les sciences relatives à ces travaux leur seront enseignées, tous les moyens d'études leur seront prodigués ; et les succès qui couronneront leurs efforts, en honorant la République, l'indemniseront de ses avances, et les justifieront aux yeux de la nation.

Les trois Comités réunis ont pensé que l'enseignement serait incomplet dans l'école centrale, si l'étude du dessin y était négligée ; ils ont cru, avec raison, qu'à la manière d'instruire tenait presque toujours le succès de l'instruction ; que la continuation du travail n'était possible qu'en variant les travaux, et qu'à des occupations appliquantes et sévères devaient en succéder d'autres plus vives et moins attachantes ; ils ont cru aussi que l'art qui recherche les beautés de la nature, étudie la perfection des formes, et qui sert de bases à tant d'arts différens, devait entrer dans l'éducation de l'ingénieur. En effet, aucune étude ne doit lui être étrangère ; tout ce qui peut épurer son goût et l'agrandir doit lui être enseigné ; il faut qu'il marche sur les traces des artistes anciens, dont les constructions ne sont pas moins élégantes que solidement bâties, et qui brillent autant par la grandeur de l'ensemble que par la justesse des proportions et par le goût des ornemens. Pour arriver à ce degré de talent, le dessin de la figure est d'une étude indispensable ; de toutes les formes, celle de l'homme étant la plus précise, c'est par elle que toutes les autres sont appréciées dans leur mesure comme dans leur perfection. Il était donc convenable que le dessin de la figure entrât dans l'éducation des ingénieurs, non pour en faire des peintres proprement dits, mais pour que cette étude en facilitât d'autres, pour compléter l'enseignement de diverses sciences qui leur sont nécessaires, pour associer le dessin aux autres travaux dont ils s'occupent, pour qu'il embellît par ses charmes d'autres études plus sévères

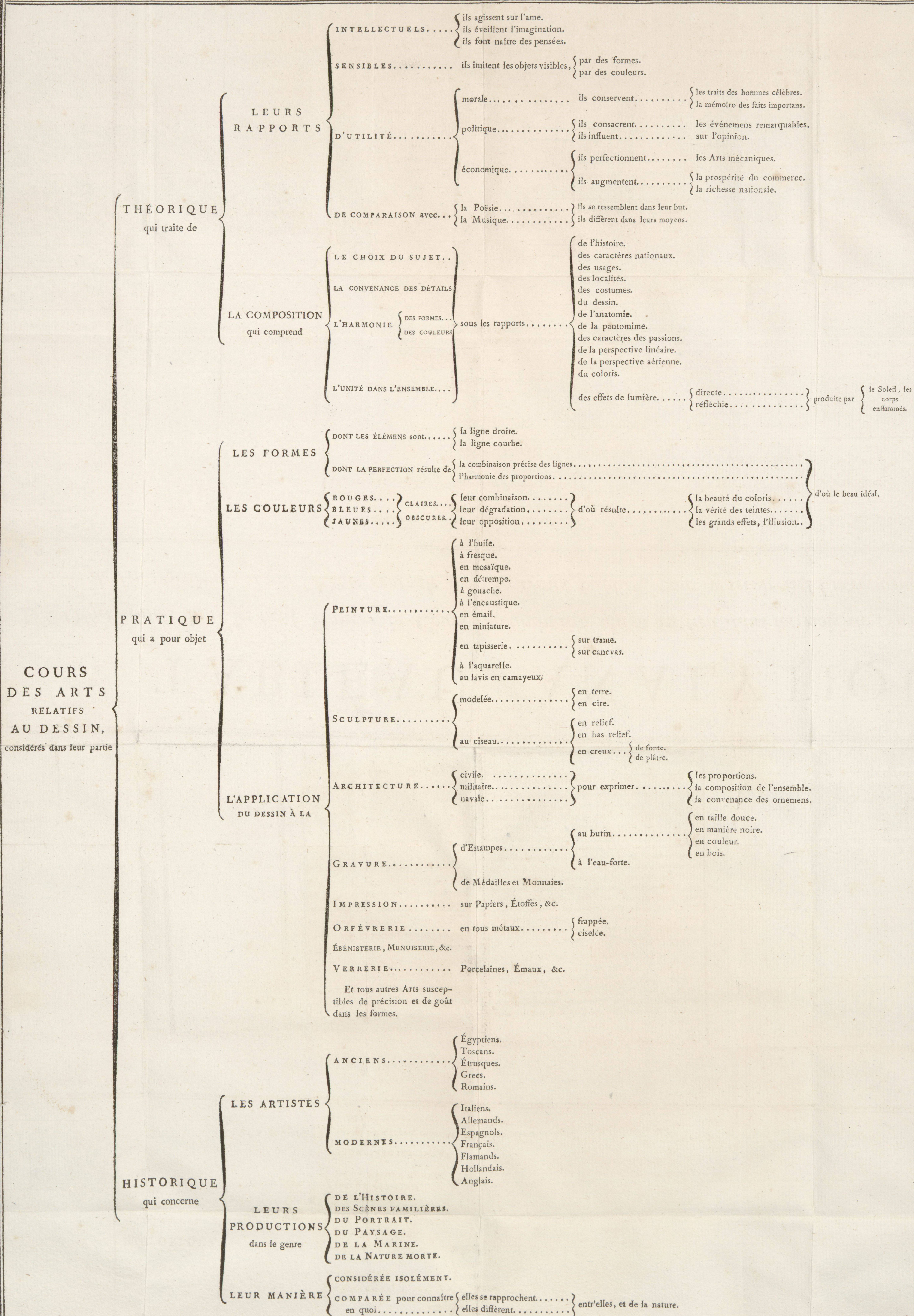
et moins attrayantes. D'ailleurs, cet établissement vraiment républicain, doit pourvoir à tout; il embrasse dans ses vues l'universalité des citoyens et celle des sciences. Le législateur en le fondant a dû prévoir tous les besoins de la République, favoriser tous les hasards du génie, en faciliter le développement; enfin, si la nature jetait au milieu de l'école centrale le germe de quelque grand artiste, peintre, statuaire, architecte, il faudrait qu'il eût le moyen de s'y développer, et que l'homme de génie, devenu fameux, ne se rappelât qu'avec reconnaissance les études de sa jeunesse, qu'il pût se dire : « Mes premières leçons ont été des leçons de bon goût, elles m'ont dirigé vers la perfection; je leur dois mes plus grands succès. »

Ainsi, sans faire parcourir au jeune ingénieur la carrière de la peinture et des autres arts, sans l'initier par la pratique aux mystères de ces arts difficiles, il faut lui en faire connaître les principes, il faut lui en montrer le but, il faut lui en indiquer les moyens; il faut enfin étendre l'horizon de ses idées par l'ensemble des connaissances humaines, par l'analogie que les arts ont entr'eux, par la théorie universelle qui leur est commune à tous, sauf à réduire après dans la pratique les études que chacun suivra selon ses dispositions particulières, selon l'application qu'il aura à en faire, selon l'espace de temps qu'il pourra y employer. L'objet du cours préliminaire est donc de faire connaître verbalement les principes théoriques et pratiques nécessaires à l'enseignement du dessin. Ce cours sera en quelque sorte la carte de la science du dessinateur; il la lui montrera dans toutes ses parties, d'une manière complète, quoique réduite; il doit diriger le talent, il doit échauffer les ames; il doit augmenter l'amour de l'art dans ceux qui l'éprouvent déjà, il doit le faire naître dans ceux qui ne l'éprouvent pas encore.

Les cours préliminaires sur toutes les sciences qui doivent être enseignées à l'école centrale, devant être tous terminés dans trois mois, et le cours pour l'enseignement du dessin devant avoir lieu une fois seulement le quintidi de chaque décade, il sera divisé en neuf séances, dont les trois premières comprendront les principes théoriques de l'art; les quatrième, cinquième et sixième suivantes, l'exposé de la pratique de l'art; les septième et huitième, la partie historique de l'art, et la neuvième et dernière séance sera la récapitulation des huit précédentes.

TABLEAU ANALYTIQUE

Des Objets traités dans les neuf Séances du Cours préliminaire qui a eu lieu dans les mois de Nivôse, Pluviôse et Ventôse de l'an troisième, dans l'École centrale des Travaux publics, pour y servir à l'Enseignement du Dessin.



DIVISION DES NEUF SÉANCES.

Les trois premières Séances comprendront les Principes théoriques de l'Art.

DANS LA PREMIÈRE LEÇON,

ON parlera de la peinture en général; on la définira dans ses rapports sensibles, *l'art d'imiter les objets visibles par des formes et des couleurs.* Dans sa définition plus relevée elle sera aussi

l'art { *d'exciter des pensées par des sensations,* *d'agir sur l'ame par l'organe de la vue;*

c'est par-là qu'elle prend de l'importance, qu'elle rivalise avec la poësie, qu'elle peut, comme elle, éclairer les esprits, échauffer les cœurs, exciter et nourrir des sentimens élevés. On fera sentir les secours qu'elle peut prêter à la morale et au gouvernement; comment elle sera dans les mains du législateur habile un puissant moyen pour inspirer l'horreur de l'esclavage, l'amour de la patrie, et pour conduire les hommes à la vertu.

DANS LA DEUXIÈME LEÇON,

ON comparera les arts entr'eux; on indiquera comment, ayant tous un but semblable, ils y tendent par des moyens différens : on appréciera ces différences. C'est pour les avoir méconnues que les artistes ont été entraînés dans de fréquentes erreurs. Cette comparaison utile les prémunira contre ces erreurs; ils s'en garantiront en connaissant mieux ce qui est du ressort de chaque art, ce qui constitue son domaine, les points par où ils se touchent, ceux par où ils diffèrent.

DANS LA TROISIÈME LEÇON,

ON fera connaître les règles de la composition des tableaux. La nature étant un livre vivant, tous les objets de la nature sont les caractères de ce livre; le peintre doit les connaître tous, pour ne pas les confondre, et pour les rendre susceptibles de produire les impressions et les pensées qu'il veut faire naître. On se fondra pour établir ces règles, sur ce principe évident, c'est que dans l'emploi de ces caractères, tous ceux qui ne servent pas à l'expression y nuisent. Par des raisonnemens simples on essaiera de rendre sensible cette partie métaphysique de la peinture. On recherchera aussi les règles de la composition, sous les rapports des convenances historiques et locales, sous celui du costume, des usages; sous celui de l'art, quant au dessin, aux attitudes, au coloris, aux effets de lumière.

Les trois Séances suivantes comprendront l'exposé de la Pratique de l'Art.

DANS LA QUATRIÈME LEÇON,

ON entrera dans de plus grands détails sur les formes, sur les élémens qui les constituent, sur les principes de leur perfection. On dira comment elles se composent dans tous les objets de la nature, de la ligne droite qui n'a qu'une manière d'être, et de la ligne courbe qui en a d'innombrables. La combinaison de ces deux lignes donne à toutes les formes leur physionomie particulière, leur expression propre. On indiquera avec prudence les principes de la beauté; on hasardera de fixer ses règles si difficiles à saisir. Cette partie de l'instruction bien développée fera connaître au statuaire la route qu'il doit suivre pour arriver à la perfection de son art.

DANS LA CINQUIÈME LEÇON,

APRÈS avoir parlé des formes on parlera des couleurs. Il y en a trois appelées primitives; par leur combinaison, par leur clarté plus ou moins grande, elles déterminent avec la forme extérieure l'apparence de tous les corps, et produisent pour l'homme le genre d'instruction, les textes de réflexion qui arrivent à sa pensée par l'organe de la vue. Il conviendra ici de dire un mot de la perspective linéaire qui se calcule mathématiquement, et de la perspective aërienne qui ne l'est bien que par le sentiment. En comparant ces deux sciences dont l'une est sensible, l'autre idéale, la marche méthodique de l'une aidera à pénétrer les mystères de l'autre. On suivra leurs analogies; par des rapprochemens simples et des exemples clairs, on tâchera de soulever le voile dont s'enveloppe cette partie mystérieuse de l'art, qui est proprement la science du peintre.

DANS LA SIXIÈME LEÇON,

ON parlera de la pratique des arts qui ont le dessin pour base, tels que la peinture, la sculpture, l'architecture, la gravure. On fera sentir leurs rapports avec une multitude d'arts subalternes que le dessin dirige, qui alimentent le commerce, font fleurir les manufactures et tous les objets de luxe et d'industrie.

Les deux Séances suivantes seront consacrées à la partie historique de l'Art.

DANS LA SEPTIÈME ET LA HUITIÈME LEÇON,

ON fera connaître sommairement les artistes les plus habiles de tous les âges et de tous les pays, en les désignant par leur nom, leur manière, leur école, le lieu de leur naissance, le temps où ils ont vécu. On indiquera les plus beaux ouvrages des meilleurs maîtres, tant ceux dont l'histoire seule nous a conservé le souvenir, que ceux dont les chef-d'œuvres existent encore en Italie et dans les beaux cabinets de l'Europe. A cet effet, on usera des secours qu'offrent le Muséum national, le cabinet des estampes, &c.

DANS LA NEUVIÈME LEÇON.

CETTE leçon qui terminera le Cours préliminaire, sera la récapitulation des huit précédentes. Après y avoir discouru sur l'art, les artistes et leurs productions, on résumera tout ce qui aura été dit, pour réunir l'ensemble des idées en un seul tableau, et les fixer dans l'esprit des auditeurs prêts à commencer leurs cours d'étude pratique.

Voici l'exposé sommaire des objets qui seront traités dans les diverses leçons, ainsi que leur division en neuf parties, conformément au tableau ci-joint.

I.ère SÉANCE.

Citoyens,

D'après le tableau que je mets sous vos yeux, et conformément à cette division de mon travail, je vais commencer à présenter quelques développemens sur la première partie qui le compose, de manière à ce que cette leçon puisse en quelque sorte servir d'introduction aux suivantes. Si la seule définition de la peinture était l'art d'imiter les objets visibles par des formes et des couleurs, le premier homme suffisamment exercé, pourrait avec un certain goût, avec un peu d'étude, en copiant fidèlement une tulipe de son jardin, un meuble de sa maison, appeler son imitation un tableau, et s'intituler peintre. Comme il se pourrait que cette imitation allât jusqu'à faire une illusion suffisante, il serait applaudi du vulgaire, et surprendrait ceux qui n'ont que des sens. Il y a plus d'un exemple de ce prestige de la peinture, dont les yeux seuls apprécient le mérite et qui les satisfait sans intéresser l'ame. Quelque hommage qu'on doive rendre à ces agréables et innocens badinages, quelque talent qu'ils supposent dans leur auteur, s'ils honorent l'artiste, ils font peu d'honneur à l'art, ainsi nous n'y attacherons pas une grande importance. Ce qui ne rend pas l'homme plus instruit ou meilleur, ce qui n'ajoute rien à sa moralité ou à son intelligence, ne doit pas obtenir de nous une grande estime ; nous pourrions même regretter cette prostitution de l'esprit et du temps, à des ouvrages autant inutiles à l'instruction de leur auteur qu'à la nôtre, et qui ne produirait qu'une stérile et vaine admiration.

La peinture, pour remplir l'idée qu'en ont toujours eue les hommes éclairés, doit s'élever à de plus hautes conceptions ; il faut qu'elle anime ses tableaux ; il faut qu'elle parle à l'intelligence ; il faut que par l'organe de la vue elle agisse sur l'ame, elle éveille l'imagination, elle conserve de grands souvenirs, elle fasse naître de grandes pensées : c'est alors

qu'elle prend de l'importance, qu'elle s'élève à toute sa dignité, qu'elle rivalise avec la poésie, qu'elle peut, comme elle, éclairer les esprits, échauffer les cœurs, exciter et nourrir des sentimens sublimes, servir enfin la morale et la législation.

Telle est l'idée que s'en sont formée les grands artistes; telle est celle qu'on doit avoir de sa puissance et de ses droits. Qu'on ne croye pas exagérée l'opinion que nous avons de ce bel art; ce serait une erreur contre laquelle déposerait l'exemple de l'ancien régime. S'il a souvent appliqué son influence aux vues coupables de son ambition, il ne l'a jamais méconnue; il savait bien tout ce qu'il pouvait en attendre, pour agir sur l'opinion publique et la diriger à son gré. Le sacerdoce suivait la même marche : les prêtres et les rois s'accordaient en ce point; ils faisaient tourner les arts au profit de leur domination; par eux, ils s'insinuaient dans les ames, et leurs charmes réunis, rarement dirigés vers un but louable, ont souvent prêté de puissans appuis à leur ambition et à leur orgueil. De-là ces histoires sacrées et profanes, peintes et gravées; de-là ces tableaux, ces statues, ces galeries de famille, ces images de prélats, de courtisans déguisés en grands hommes, héros en peinture; de-là ces magnifiques tableaux, ces mensonges de l'art, qui couvraient les murs des palais et des églises, et qui consacrant le double despotisme du trône et de l'autel, fascinaient les regards du peuple, pervertissaient son jugement, rivaient ses fers, et le retenaient dans l'esclavage par l'admiration.

Il faut en convenir : tel fut souvent l'emploi des arts, avilis, prostitués, réduits à servir le fanatisme et l'orgueil, étrangers à la morale, toujours frivoles et souvent dangereux; ils sont restés au-dessous d'eux-mêmes, et n'ont influé sur les mœurs que pour les corrompre. Tels étaient les artistes humiliant le génie, et méconnaissant ses droits; ils ont obéi au goût de leur siècle, au lieu de le dominer; c'était à eux de donner l'impulsion, ils se sont soumis à la recevoir. Eh comment auraient-ils pu s'en défendre! la plupart sans instruction, sans principes, sans élévation d'ame, avides d'argent, accessibles à tous les vices, n'avaient jamais senti la dignité de leur art, et ne voyaient en lui qu'un moyen d'exister. Successivement cause et effet, corrompus par un gouvernement

vicieux, ils le corrompaient à leur tour. Le despotisme leur prêtait son appui, ils défendaient le despotisme : chaque jour ils s'avilissaient davantage ; et le philosophe de Genève pouvait les regarder avec raison comme la cause première de la dépravation des mœurs et de la perversité de l'esprit public.

Toutefois l'opinion de ce sage ne doit pas nous entraîner aveuglément ; examinons ce qu'elle a de vrai, et ne lui accordons que le degré de confiance qu'elle mérite. En vain *Rousseau* a-t-il revêtu cette opinion de tous les charmes de son éloquence : ces paradoxes ingénieux, excusables à l'époque où il les imprima, s'expliquent par le temps où il a vécu. Ne pouvant régénérer les arts dans le siècle de l'esclavage, ne pouvant les purifier au flambeau de la morale, il ne sépara pas l'abus de la chose ; il aima mieux renoncer à leurs charmes que de les conserver aux dépens des mœurs. Mais ses penchans ont trahi sa doctrine ; l'usage qu'il fit de ses talens, détruisit l'effet de ses maximes ; et si l'abus de l'esprit excita son indignation, s'il fit bien d'attaquer les arts et les lettres, en les décriant chez ses contemporains il les fit admirer chez lui.

Revenons à notre objet : en gémissant sur la prostitution de la peinture à la flatterie, au mensonge, au fanatisme, nous reconnaîtrons cependant *l'usage régulier*, *l'emploi sublime* que l'artiste en peut faire. Dans le siècle de la liberté, ses contemporains plus vertueux, mieux instruits, attendront de lui des sujets analogues à leur goût, des productions dignes de l'art et d'eux-mêmes. Ses pinceaux conserveront les traits des grands hommes ; ils consacreront leurs faits glorieux ; ils feront aimer la vertu en la présentant sous les couleurs aimables qui lui conviennent ; ils feront haïr le vice, en le peignant avec toute son horreur. Les enfans, les habitans de la campagne, tous les Français s'intéresseront davantage à l'homme estimable dont ils verront les traits représentés ; les actions vertueuses mieux connues, elles seront plus fréquemment imitées : la peinture servira les mœurs ; elle deviendra un lien social ; elle rendra plus de service à la liberté qu'elle n'en rendit jamais au despotisme ; et le législateur habile s'en servira, comme d'un moyen puissant, pour inspirer l'amour de la patrie, l'horreur de l'esclavage, pour régénérer les mœurs publiques, et pour porter les hommes à la vertu.

Telles sont les considérations morales sous lesquelles l'art peut être envisagé. Il en est quelques autres qui, pour être d'un ordre moins relevé, n'en méritent pas moins les regards du législateur et l'attention du gouvernement; ce sont les rapports d'utilité économique par lesquels les arts du dessin servent à la richesse nationale, accroissent le commerce et le font prospérer.

Un administrateur peu instruit ne verra dans la peinture qu'un art agréable, dont l'effet moral peut toujours, selon ce qui lui semble, être suppléé par de plus puissans moyens, et dont l'utilité n'est pas assez directe pour qu'il puisse le saisir. Dans cette opinion, il ne s'intéressera guère aux arts, il leur enviera jusqu'aux légères faveurs du gouvernement, et croira bien mériter de la patrie en en proposant la suppression.

Je vais essayer de faire connaître de quelle utilité les arts sont à la richesse nationale et à la prospérité du commerce; ce sera ma réponse à ceux qui leur témoignent peu d'intérêt, faute d'en connaître l'importance. Mon but est de les engager à réfléchir sur des objets qui peut-être leur sont étrangers, ou dont ils n'ont pas senti la connexion avec d'autres parties d'administration qui leur sont plus familières.

Puisque les nations de l'Europe ne peuvent être seulement agricoles; puisque l'industrie fait vivre autant d'hommes que la terre, et paye peut-être plus d'impôts qu'elle; puisque la prospérité d'un peuple se détermine par celle de son commerce, il suit que tout ce qui peut augmenter le commerce et établir sa supériorité, doit attirer les regards du gouvernement. Sous ce rapport, l'importance d'encourager les arts ne peut être mise en doute, puisqu'ils influent si puissamment sur une multitude d'arts subalternes qu'ils dirigent et qui suivent leur destinée. De ce que la peinture prospère, ces divers arts sont en vigueur; ils souffrent quand elle est négligée; ils se perfectionnent ou se détériorent avec et par elle; ils lui doivent leur existence, leur conservation, leurs succès.

Les exemples ne nous manqueront pas pour prouver cette assertion; l'histoire des arts nous en fournira plus d'un. Mais sans remonter à une époque éloignée, vers le milieu de ce siècle, où le bon goût des formes se perdit absolument, tous les arts qui ont le dessin pour base, dégénérèrent sensiblement,

sensiblement, et plusieurs branches de commerce s'en sont vivement ressenties. Les tapisseries, les meubles, les ornemens, l'orfévrerie, l'horlogerie, les porcelaines, les diverses manufactures, les objets de luxe, tout ce qui fait la matière du commerce industriel, a cessé de concourir à la gloire nationale, et de contribuer autant à sa richesse. Nos voisins se sont emparés de nos dépouilles; ils ont tiré parti de nos erreurs; avec moins d'imagination que nous, moins de goût, moins de population, ils ont eu sur nous l'avantage dans plus d'une branche de commerce; l'activité des Français, la mobilité des modes, le besoin d'éprouver de nouvelles jouissances, leur ont plus d'une fois fait quitter le bon pour le pire : les Anglais moins inventifs, ont été plus sages. Chez eux la nullité du génie les a sauvés de la corruption du goût; le défaut d'imagination les a préservés d'imaginer, et leurs artistes ne tirant rien de leur fond, se sont calqués sur les Grecs et sur les Romains, sans rechercher la gloire des inventions nouvelles, et sans s'exposer aux hasards de la chute. C'est à cette stérilité d'esprit de leurs artistes, corrigée par un jugement sain, que les Anglais doivent en grande partie la supériorité qu'ils ont obtenue sur nous dans plus d'une branche de commerce, et les avantages qui en ont résulté pour la richesse nationale.

Quant à nous, vers le milieu de ce siècle, on ne peut nier que notre école de peinture et de sculpture n'ait mérité les justes reproches qui lui ont été faits en Europe; à l'époque où *Lemoine* et *Boucher* avaient perverti l'idée du vrai beau, tous les arts inférieurs dégénérèrent par l'influence de leur manière et la vogue qu'ils ont eue: les supérieurs même, tels que la sculpture et la gravure, éprouvèrent la même altération, et l'architecture ne s'en garantit pas davantage. L'édifice habité par cette école, est la preuve de cette dernière assertion. Malgré les dépenses énormes qu'il a couté; malgré sa magnificence apparente, il est sans vraie beauté comme sans caractère; sa disposition, sa forme, ses proportions, ses ornemens, tout atteste le goût mesquin et maniéré de l'époque à laquelle il a été fait; tout prouve que le sentiment des formes et des vraies proportions était alors perdu en France.

Heureusement cette contagion a cessé depuis quelques années, et l'école française régénérée obtient une estime qui doit encore s'accroître sous

l'empire de la liberté. Dès le temps de la dépravation du goût, deux artistes de génie, *Greuze* et *Vernet*, avaient su s'en préserver. Aussi leurs ouvrages marqués au bon coin, figurent avec honneur parmi ceux des plus grands maîtres. Mais n'étant pas peintres d'histoire, leur genre trop circonscrit n'a guère influé sur le goût national; il n'a pu le ramener à la perfection des formes, et à la bonne manière du dessin. C'est *Vien* qui le premier osa lutter contre le mauvais goût à la mode; il ne quitta pas les bons modèles, il rappela les vrais principes, et les élèves distingués qu'il forma, en ramenant le bon style de la Grèce et de Rome, relevèrent l'école française, et la vengèrent de l'humiliation où elle était tombée. Par eux le bon goût du dessin fut remis en honneur, les formes se sont épurées, et les artistes formés par leurs ouvrages et par leurs soins, ont redonné aux différens arts le caractère de simplicité et de grandeur qui distinguent ceux des grands maîtres anciens; la sculpture et la gravure perfectionnées ont influé sur les arts inférieurs qui en dépendent et qu'elles dirigent; notre librairie, notre orfévrerie, ont acquis une plus grande valeur; nos meubles, nos manufactures, nos étoffes, tout a suivi la même progression; et la nation française, par un impôt facile et glorieux, a mis à contribution l'Europe entière qui l'admire et qui l'enrichit.

La division de mon travail, et les bornes dans lesquelles il doit se renfermer, ne me permettent pas de m'étendre beaucoup sur ces considérations; je me contenterai seulement de rappeler ce qu'on sait déjà; c'est que nos livres achetés par toute l'Europe, triplent de valeur, par les belles estampes qui y sont jointes; c'est que nos meubles, nos tableaux, nos gravures, nos pendules, tous nos objets de luxe, ont servi depuis deux ans, au défaut de numéraire, aux échanges les plus utiles pour la nation; c'est qu'à la paix nos arts et nos spectacles attireront chez nous une multitude d'étrangers qui nous prodigueront leur or, et répareront en partie nos finances épuisées par une longue guerre, et par les dépenses qu'a nécessitées la révolution. Notre *Muséum* sera pour plus d'un amateur un prétexte suffisant de venir en France; et quand il n'aurait que ce seul objet à y voir, sa curiosité justement satisfaite, ne pourrait regretter les dépenses du voyage.

Tout ce que je dis à cet égard pourrait encore s'appuyer de l'exemple

de l'Italie, de Rome, non moins illustre aujourd'hui par ses hommes à talens qu'elle le fut jadis par ses héros. Son ancienne gloire a passé; mais il lui reste les productions de ses artistes, et les chefs-d'œuvres de leur génie; eux seuls y attirent les étrangers, ils y forment toute la richesse nationale, ils y conservent encore une ombre de grandeur à cette ville jadis la maîtresse du monde, aujourd'hui subjuguée par la superstition. Sans commerce, sans marine, sans état militaire, elle n'a d'existence politique en Europe, que celle qu'elle doit aux admirables ouvrages de ses artistes anciens et modernes.

Après avoir indiqué les rapports que les arts bien dirigés ont avec la morale politique, j'ai voulu faire sentir la liaison intime qu'ont les arts de dessin avec ceux d'industrie; comment on ne peut négliger ceux-ci sans porter atteinte aux autres, et par suite au commerce et à la richesse nationale. C'est donc avec raison que le gouvernement s'occupe de leur perfection, qu'il les encourage par divers moyens, et qu'il leur offre les secours nécessaires à leur conservation. Ainsi la nation ne doit pas regretter les légers sacrifices que les arts lui coûtent; ce n'est donc pas à titre d'aumône qu'elle donnera aux artistes, ce qu'ils ont droit d'attendre comme le prix de leurs services, comme une indemnité due à leurs efforts, dans une carrière longue, dispendieuse, peu lucrative, et qui profite plus à la nation qu'à eux-mêmes.

Quoique cette digression ne soit pas proprement de mon sujet, j'ai dû la faire pour propager des idées qu'il est important de rendre générales, pour fixer sur les arts l'opinion de mes auditeurs, qui ne doivent pas y être étrangers, et pour confirmer la Convention dans l'intérêt qu'ils lui inspirent, et dont ils vont bientôt ressentir les effets.

Dans la séance suivante, je tâcherai de rendre sensibles les rapports et les différences que les arts ont entr'eux.

COURS D'ANALYSE
APPLIQUÉE A LA MÉCANIQUE.

LE cours préliminaire a été composé de vingt-quatre séances; obligé de me resserrer ainsi dans des bornes très-étroites, eu égard à l'étendue de la matière, j'ai tracé une esquisse philosophique de l'histoire de l'esprit humain dans les sciences physico-mathématiques, en m'attachant spécialement à développer la génération naturelle des idées fondamentales de la mécanique, et à faire voir comment elles se trouvent classées dans le système général de l'entendement. Je me suis efforcé de donner à la démonstration des principes, toute la rigueur dont ils sont susceptibles : le temps ne me permettait pas de présenter beaucoup d'applications; mais j'ai mis un soin particulier à expliquer aux élèves l'esprit, l'enchaînement et la dépendance mutuelle des méthodes : cette analyse m'a fourni des occasions fréquentes de parler de l'influence d'une langue bien faite sur l'étude et les progrès des sciences.

Ce cours préliminaire a été terminé par une description détaillée de la machine à feu, depuis les premiers essais de Worcester, dans le siècle dernier, jusqu'aux découvertes les plus récentes.

Le cours habituel a commencé et se continuera, pendant quelques mois, par la théorie du calcul différentiel et intégral, y compris la méthode directe et inverse des différences finies; j'y joindrai quelques méthodes analytiques qui peuvent être utiles pour faciliter l'étude approfondie de la mécanique, et des sciences physico-mathématiques en général. J'ai pris le parti de faire imprimer et de distribuer d'avance le précis, et souvent même la totalité de mes leçons; cette précaution est très-utile pour fixer l'attention des élèves, et leur faciliter les moyens de répéter, en particulier, ce qu'ils entendent à chaque séance. Voici le sommaire de ce j'ai dit dans les six séances du mois germinal.

NOTIONS GÉNÉRALES SUR L'ANALYSE INDÉTERMINÉE.

1.re LEÇON. L'ÉTUDE du calcul différentiel et intégral est devenue indispensable, dans l'état actuel des connaissances, à tous ceux qui veulent s'occuper des sciences physico-mathématiques : j'ai cru, en conséquence, devoir

commencer le cours de mécanique par l'exposition des principes de ce calcul; et même, comme plusieurs élèves n'avaient encore aucune notion de l'analyse indéterminée, j'ai consacré les premières séances à quelques observations préparatoires sur les fonctions et les équations à deux ou un plus grand nombre de variables.

LES QUANTITÉS soumises au calcul sont ou exprimées par des nombres, ou représentées par des signes généraux offrant le tableau de certains rapports abstraits qui ne dépendent d'aucune valeur numérique particulière.

L'arithmétique dérive de la première manière de considérer les quantités; la seconde donne naissance à l'*algèbre* ou *analyse* qui emploie une langue ou notation particulière, adaptée au degré d'abstraction qui la distingue de l'arithmétique.

La géométrie fournit d'autres moyens de comparer les quantités qui ont l'avantage d'offrir une peinture sensible des formes et des grandeurs dont on cherche les rapports : rapprochée de l'analyse, elle l'éclaire du flambeau de l'évidence intuitive; l'analyse de son côté, par sa généralité et les ressources d'invention qui lui sont particulières, sert à classer les figures géométriques, et à déduire leurs propriétés du plus petit nombre possible d'élémens, à trouver ou à perfectionner les méthodes de construction.

Les quantités exprimées par la langue analytique, ont deux manières d'être différentes, qu'il faut soigneusement distinguer, et d'après lesquelles on divise l'analyse en deux parties.

La *première partie* suppose que les quantités dont elle s'occupe sont invariables, et n'établit entr'elles d'autre distinction que celle des *connues* et des *inconnues* : cette partie se nomme *analyse déterminée;* elle a pour objet de trouver les valeurs des quantités *inconnues*, d'après leurs rapports avec les quantités *connues* ou *données;* rapports exprimés par une ou plusieurs équations, suivant le nombre des inconnues, qui doit toujours être égal à celui des équations. Les opérations qu'elle comporte, et qui sont l'*élimination* et la *solution des équations*, ont beaucoup exercé les mathématiciens, et présentent dans beaucoup de cas de grandes difficultés.

La *seconde partie* est relative aux expressions analytiques et aux équations qui renferment, outre les données, d'autres quantités qu'on suppose susceptibles de prendre successivement un nombre indéfini de valeurs

différentes ; elle se nomme *analyse indéterminée.* On y est conduit dans tous les problèmes où le nombre des quantités qui ne sont pas données par l'état de la question, est plus grand que celui des équations qui établissent leurs rapports avec les données, et qui se nomment alors *équations indéterminées.* On appelle, respectivement, *variables* et *constantes*, les quantités qui sont ou qui ne sont pas susceptibles d'un nombre indéfini de valeurs.

Une expression analytique, de forme quelconque, qui renferme des variables et des constantes, s'appelle *fonction* de ces variables; ainsi, x, y, z étant des variables, et a, b, m, &c. des constantes, $(z + a y + b x)^m$, $(a z + b y)^x$, $\frac{x}{y} + a b \sin. z$, &c. sont des fonctions de x, y et z.

Le mot fonction ainsi employé pour désigner une manière d'être quelconque d'une quantité composée de constantes et de variables, peut lui-même être noté par un signe abstrait, tel que f, F, φ, &c. que j'appellerai *signe de fonction* ; et l'expression $f(x, y, z)$, par exemple, représentera un certain état de combinaison des variables x, y, z, entr'elles et avec des constantes, indiqué par f, qui, comme on voit, n'exprime aucune quantité, mais désigne une manière d'être, connue ou inconnue, des quantités renfermées entre deux parenthèses qui la suivent.

On emploie comme signes de fonction, diverses lettres f, F, φ, &c. lorsqu'on a, dans une même question, à exprimer diverses manières d'être des variables; ainsi $a x^2 + i x y + k z^2$ étant représentés par $f(x, y, z)$, une autre manière d'être $x + b z + y^2$ devra être représentée par un autre signe de fonction, tel que $F(x, y, z)$.

La même expression est quelquefois affectée de plusieurs signes de fonction ; ainsi $f\{\varphi(x, y, z)\}$ exprime qu'une certaine combinaison φ des quantités x, y, z est elle-même combinée, en masse, d'une certaine autre manière exprimée par f, et ainsi de suite.

J'ai dit que l'acception du signe f peut être connue ou inconnue ; car il peut se faire qu'une équation à plusieurs variables contienne un ou plusieurs groupes de ces variables sous le *signe de fonction*, et que la forme indiquée par ce signe soit elle-même indéterminée ou dépendante de telles ou telles conditions particulières auxquelles on voudrait satisfaire. Par exemple, le résultat d'un calcul à trois variables conduit assez souvent

à des équations de la forme $z = f\{\varphi(x,y)\}$, dans lesquelles la signification de φ étant connue, celle de f est généralement arbitraire, et ne cesse de l'être que lorsqu'on veut satisfaire à quelque condition ; mais alors il faut préalablement découvrir la forme inconnue de f, propre au cas qu'on a en vue, et les méthodes qu'on emploie pour y parvenir forment une branche particulière d'analyse, dont je parlerai dans la suite du cours.

DES ÉQUATIONS À DEUX VARIABLES.

TOUTE équation à deux variables x et y peut, d'après la notation établie dans la feuille précédente, être représentée par II.e LEÇON.

$$\varphi(x,y) = 0.$$

On peut ensuite, par les méthodes de l'analyse déterminée, déduire de cette équation l'une ou l'autre des suivantes

$$x = f(y) \qquad x = F(x)$$

les lettres φ, f et F étant des signes de fonction.

L'une quelconque des trois équations précédentes étant supposée le résultat unique de la solution d'un problème (1), il y a nécessairement une des deux indéterminées x et y à laquelle on peut, sans contrarier aucune des conditions de la question, attribuer toutes les valeurs imaginables, pourvu que l'autre indéterminée soit évaluée en conséquence.

Sous ce point de vûe, une équation $y = F(x)$ peut être considérée comme une formule servant à la composition d'une table à deux colonnes, dont une des colonnes contiendrait une série de nombres absolument arbitraire, pour les valeurs de x, et l'autre offrirait les valeurs correspondantes de y, déduites de la substitution de chaque valeur de x dans l'équation. Soient ces deux colonnes,

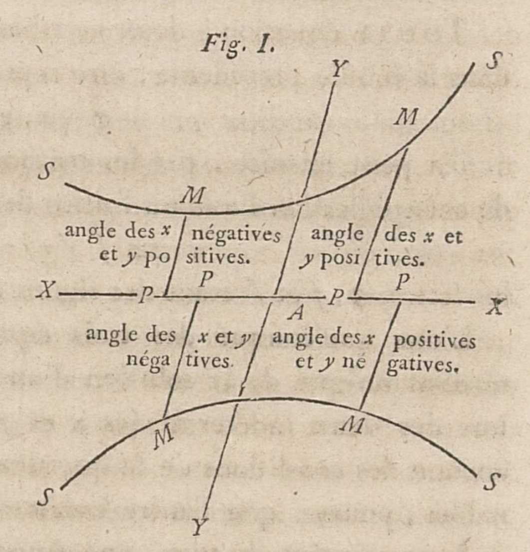
VALEURS ARBITRAIRES.	VALEURS CONCLUES.
x'	y'
x''	y''
x'''	y'''
&c.	&c.

---

(1) Je parlerai dans la leçon suivante, du cas où deux équations à deux variables ont lieu en même temps.

La question sera également bien résolue par l'un quelconque des groupes de quantités x', y'; x'', y''; &c. Cette indépendance entre les valeurs de x', x'', x''', &c. offre, relativement à la théorie du calcul différentiel, un des caractères importans des équations indéterminées.

On a un exemple remarquable de cette manière d'employer les équations à deux indéterminées dans la formation des tables de logarithmes qui dérivent de l'équation $y = A^x$, x étant le logarithme du nombre y. Je donnerai dans une des feuilles suivantes quelques détails sur cet objet.



La géométrie fournit un autre moyen de représenter toutes les solutions d'une équation indéterminée à deux variables : ce moyen consiste à tracer *fig. 1*, deux axes XX, YY, faisant, entr'eux, un angle quelconque, à porter sur l'axe XX, à droite et à gauche de YY, un nombre arbitraire de longueurs AP, qu'on suppose représenter autant de valeurs de x, et à mener par chaque point P, parallellement à YY, une ligne PM, qui représente la valeur de y, correspondante à celle de AP (x). On trace ensuite par l'extrémité de tous les PM une ligne courbe, dont chaque point fournit une solution de l'équation, donnée par les lignes MP et PA qui lui correspondent.

L'équation $\varphi\,(x, y) = 0$, ou l'une de ses dérivées, se nomme *équation* de la courbe SS, qui, elle-même, s'appelle *lieu géométrique* de l'équation $\varphi\,(x, y) = 0$; les lignes AP (x), PM (y) sont les *coordonnées* de la courbe, et le point A est l'*origine* des coordonnées; XX est l'*axe* des x, YY est l'*axe* des y. Les coordonnées se prennent positivement ou négativement, suivant qu'elles correspondent à l'un ou l'autre des angles dont les noms sont indiqués sur la figure.

Toutes les propriétés d'une courbe se déduisent de son équation, et cette matière, considérée dans toute son étendue, offre un champ de recherches

recherches extrêmement vaste ; les conséquences les plus immédiates à en tirer sont relatives à la *forme* générale et à l'*étendue* de la courbe : ainsi on peut d'abord examiner à quels points elle coupe l'axe de x et celui de y, dans quels angles des axes sa trace existe, si elle est fermée ou si ses branches s'étendent indéfiniment, quel est le nombre de ses branches, si elle a ou n'a pas des *asymptotes*, &c. Ces points préliminaires de recherche doivent être éclaircis par quelques exemples, et on donnera dans la suite du cours des méthodes pour analyser les autres affections et propriétés des courbes.

Les différens *genres* et *ordres* de courbes sont classés d'après la nature des équations, dont elles sont les lieux géométriques ; ainsi elles se divisent d'abord en *transcendantes* et *algébriques ;* les *transcendantes* sont celles dont les équations contiennent des quantités variables, qui se rapportent aux arcs de cercle ou aux lignes trigonométriques, aux logarithmes, aux exponentielles, &c. ; les *algébriques* sont celles dont les équations contiennent, en un nombre fini de termes, les puissances de x et y combinées entr'elles et avec des constantes ; ces dernières peuvent toujours être ramenées à une forme rationnelle, c'est-à-dire, à avoir tous les exposans en nombre entier, à moins que quelques-uns de ces exposans ne soient des nombres irrationnels, tels que $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, &c. Leibnitz a appelé *interscendantes* les courbes qui se trouvent dans ce cas.

Les courbes algébriques se divisent en différens ordres, et le numéro de chaque ordre est donné par le terme de l'équation où les variables montent à la plus haute dimension. L'équation générale de ces courbes, c'est-à-dire, celle d'une courbe algébrique de l'ordre n, peut être représentée par

$$\left.\begin{array}{l}
a x^0 y^0 + b x^0 y + c x^0 y^2 + d x^0 y^3 + \dots\dots\dots\dots \\
\qquad + k x^0 y^{n-3} + l x^0 y^{n-2} + m x^0 y^{n-1} + x^0 y^n \\
+ a' x y^0 + b' x y + c' x y^2 + d' x y^3 + \dots\dots\dots\dots \\
\qquad + k' x y^{n-3} + l' x y^{n-2} + m' x y^{n-1} \\
+ a'' x^2 y^0 + b'' x^2 y + c'' x^2 y^2 + d'' x^2 y^3 + \dots\dots\dots \\
\qquad + k'' x^2 y^{n-3} + l'' x^2 y^{n-2} \\
+ a''' x^3 y^0 + b''' x^3 y + c''' x^3 y^2 + d''' x^3 y^3 + \dots\dots\dots \\
\qquad + k''' x^3 y^{n-3} \\
+ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
+ a^{(n)} x^n y^0
\end{array}\right\} = 0.$$

La loi de la suite des termes est très-aisée à saisir ; on peut les disposer dans la forme suivante, à laquelle on a donné le nom de *triangle analytique.*

a	x	x^2	x^3	x^4	x^5	&c.
y	yx	yx^2	yx^3	yx^4	&c.	
y^2	y^2x	y^2x^2	y^2x^3	&c.		
y^3	y^3x	y^3x^2	&c.			
y^4	y^4x	&c.				
y^5	&c.					
&c.						

Ce triangle a entr'autres propriétés, celle de donner sur-le-champ tous les termes de l'équation la plus générale d'une courbe de l'ordre n ; pour les avoir, il faut joindre par une ligne les cases de y^n et x^n, et on les trouvera dans le triangle qui a cette ligne pour base, et la case de a pour sommet, les termes de la base étant compris dans le nombre.

J'entrerai dans quelques détails sur les courbes du second ordre (1), dont l'équation générale est

$$y^2 + \mathrm{a}x^2 + bxy + cy + fx + g = 0.$$

Cette équation résolue par rapport à y, donne

$$y = -\tfrac{1}{2}\{bx + c\} \pm \sqrt{\{(\tfrac{1}{4}b^2 - \mathrm{a})x^2 + (\tfrac{1}{2}bc - f)x + \tfrac{1}{4}c^2 - g\}}.$$

La valeur de y est composée de deux parties, savoir, celle qui est hors du radical et celle qui est sous le radical ; la première donne une ligne droite qui est un *diamètre* de la courbe ; la seconde donne une suite de valeurs qui se portent de part et d'autre du *diamètre* et déterminent les branches de la courbe.

Si on nomme K la quantité sous le radical, on trouve, en faisant $K = 0$, les points où la courbe coupe le *diamètre :* cette première détermination donne ensuite le *centre* de la courbe et la direction d'un autre diamètre passant par ce centre.

(1) Ces détails sont extraits d'un opuscule que j'ai publié en 1791, intitulé : *Exposition d'une méthode pour construire les équations indéterminées qui se rapportent aux sections coniques.* Chez Firmin Didot.

Toutes les formes dont l'équation générale du second ordre est susceptible, sont au nombre de trois, qu'on reconnaîtra très-aisément à l'inspection de l'équation par la différence entre a et $\frac{1}{4}b^2$: cette différence fournit les trois cas, $a = \frac{1}{4}b^2$, $a > \frac{1}{4}b^2$, $a < \frac{1}{4}b^2$. Le premier cas donne la *parabole*, qui n'a qu'une intersection avec le diamètre et deux rameaux qui partant d'un sommet commun, s'éloignent indéfiniment de la tangente à ce sommet : le second cas donne l'*ellipse*, qui est une courbe fermée : le troisième cas donne l'*hyperbole*, composée de deux branches placées de part et d'autre d'un des diamètres, chaque branche, composée de deux rameaux qui partent d'un sommet commun, s'étendant indéfiniment et en sens opposés par rapport au diamètre intermédiaire.

On distingue encore le cas dans lequel l'un des quarrés x^2 et y^2, ou tous les deux ensemble, manquent dans l'équation générale, le terme xy subsistant; ce cas ne donne pas de forme nouvelle, mais se rapporte aux *asymptotes* de l'hyperbole, dont je parlerai dans la *quatrième leçon.*

L'équation des courbes du second ordre étant rapportée à un des diamètres, et l'origine des coordonnées prise à l'intersection de ce diamètre et de la courbe, acquiert la forme très-simple

$$y^2 = Ax \mp Bx^2 \left\{ \begin{array}{l} \text{le signe supérieur donne l'ellipse,} \\ \text{le signe inférieur donne l'hyperbole,} \\ \text{le cas de } B = 0 \text{ donne la parabole.} \end{array} \right.$$

On voit que la parabole est l'état de passage de l'ellipse à l'hyperbole, et réciproquement.

Les *diamètres* prennent le nom d'axes lorsqu'ils forment un angle droit.

Je donnerai, dans la *quatrième leçon*, les formules qui se rapportent aux tangentes des courbes du second ordre.

DES ÉQUATIONS À TROIS VARIABLES.

UNE équation à trois variables peut ou exister seule, ou être accompagnée d'une autre équation qui doive avoir lieu en même temps qu'elle; ces deux cas doivent être soigneusement distingués si on veut IIIe LEÇON,

connaître toute l'étendue des solutions que présentent les équations dont je vais traiter.

PREMIERE PARTIE.

Cas où une Équation à trois variables existe seule.

Une équation à trois variables peut être représentée par le symbole général

$$f\,(x,\, y,\, z) = 0\,;$$

et si on la résout par rapport à l'une quelconque des trois variables, z par exemple, on aura

$$z = \varphi\,(x,\, y).$$

Si on suppose que dans cette équation x et y acquièrent chacune une valeur particulière, z sera déterminée; mais si une seule des variables x et y est donnée, on ne pourra rien en conclure pour l'autre qui sera susceptible d'un nombre indéfini de valeurs arbitraires, dont chacune combinée avec la valeur donnée de la première variable, fournira une valeur de z ou une solution de l'équation.

Cette indépendance entre les hypothèses respectives qu'on peut faire sur x et sur y, leur a fait donner le nom de variables *indépendantes*, dénomination qui peut s'étendre à une équation unique $z = F\,(x,\, y,\, t,$ &c.$)$ contenant un nombre quelconque de variables.

Il suit de ce que je viens de dire, que si on donne à x et à y, séparément, une suite de valeurs entièrement arbitraires, tant pour les quantités absolues que pour les relatives, toutes les combinaisons, deux à deux, des termes de ces deux suites, substituées dans l'équation $z = \varphi\,(x,\, y)$, donneront une solution de cette équation. Ces solutions peuvent composer la table suivante à double entrée.

A	y'	y''	y'''	y^{IV}	B,
x'	$z'_{,}$	$z''_{,}$	$z'''_{,}$	$z^{\text{IV}}_{,}$	&c.
x''	$z'_{,,}$	$z''_{,,}$	$z'''_{,,}$	$z^{\text{IV}}_{,,}$	
x'''	$z'_{,,,}$	$z''_{,,,}$	$z'''_{,,,}$	$z^{\text{IV}}_{,,,}$	
x^{IV}	z'_{IV}	z''_{IV}	z'''_{IV}	$z^{\text{IV}}_{\text{IV}}$	

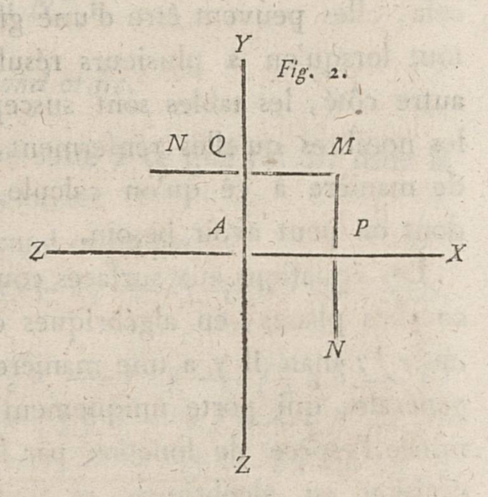
C, &c.

dans laquelle la série des termes compris dans les bandes *A B* & *A C* est entièrement arbitraire; la seule condition nécessaire étant qu'un des termes de l'aire soit déduit de ceux qui lui correspondent dans ces bandes.

On voit la gradation qui existe entre le nombre des solutions des équations à une inconnue, à deux et à trois indéterminées; les premières n'en fournissent qu'une (la diversité des solutions données par les différentes racines d'une équation ne doit point être considérée ici); les secondes en fournissent un nombre indéfini représenté par celui des cases de la ligne *A C*, et les troisièmes en fournissent un nombre égal au produit du précédent par le nombre, pareillement indéfini, des cases de la ligne *A B*. Cette considération s'étend à un nombre quelconque d'indéterminées.

Application aux Surfaces courbes.

La géométrie fournit un autre moyen de représenter toutes les solutions d'une équation indéterminée à trois variables; le plan *Y A X*, *fig.* 2, étant supposé celui du tableau, et les deux axes *A Y*, *A X* étant perpendiculaires l'un sur l'autre, il faut imaginer deux autres plans *Z A Y*, *Z A X*, tournant sur les axes *A Y* et *A X* comme sur des charnières, et pouvant devenir perpendiculaires au plan *Y A X*, auquel cas les deux axes *A Z* se réuniront pour n'en former qu'un seul perpendiculaire à *Y A X*. Les axes *A X*, *A Y*, *A Z* se nomment, respectivement, *axe* des x, *axe* des y, *axe* des z; les plans *Y A X*, *Z A Y*, *Z A X* se nomment aussi, respectivement, *plan* des (x, y) *plan* des (z, y), *plan* des (z, x). Ces plans prolongés indéfiniment, forment huit angles solides qui se réunissent au point *A*; les x, y et z positifs se comptent respectivement sur les parties des axes *A X*, *A Y*, *A Z* tracés sur la figure, et les mêmes coordonnées négatives se comptent sur les prolongemens des mêmes axes.



Cela posé, qu'on imagine un nombre indéfini de valeurs AP, représentant les quantités x', x'', x''', &c. de la bande AC du tableau ci-dessus, et un nombre pareillement indéfini de valeurs AQ, représentant les quantités y', y'', y''', &c. les rapports entre les unes et les autres étant comme arbitraires dans le tableau cité; que pour chaque combinaison, deux à deux, des AP et des AQ on forme le parallélogramme $APMQ$, et qu'au point M on élève une perpendiculaire au plan des x, y, projetée en PN ou en QN, et représentant la valeur de z correspondante à AP et à AQ, les sommets de toutes ces perpendiculaires seront compris dans une surface courbe; qui sera le *lieu géométrique* de l'équation $z = \varphi\,(x, y)$, laquelle sera appelée *équation* de la surface, les coordonnées étant x, y, z et A leur origine; et chaque point de la surface fournira une solution de $z = \varphi\,(x, y)$.

On peut observer que les solutions données par les lignes et les surfaces courbes ont, sur les tables, l'avantage de la *continuité*, et, en cela, elles peuvent être d'une grande ressource pour l'*interpolation*, surtout lorsqu'on a plusieurs résultats isolés dont on ignore la loi; d'un autre côté, les tables sont susceptibles d'une très-grande précision dans les nombres qu'elles renferment, et elles doivent toujours être formées de manière à ce qu'on calcule facilement les nombres intermédiaires dont on peut avoir besoin.

Les équations aux surfaces courbes se divisent aussi comme celles des courbes planes, en algébriques et transcendantes (*voyez la leçon précédente*); mais il y a une manière de classer les surfaces, beaucoup plus générale, qui porte uniquement sur leur génération, et laisse indéterminée l'espèce de fonction par laquelle z est exprimée en x et y: la division en algébriques et transcendantes ne doit être regardée que comme un des sous-détails de ce classement.

Pour bien concevoir ce que je viens de dire, il faut observer que toute surface courbe peut être considérée comme engendrée par le mouvement d'une courbe constante de forme et variable de position, ou variable de forme et de position, le tout, suivant certaines conditions : or, en exprimant analytiquement ces conditions, on aura, pour les différentes familles de surfaces courbes assujéties à une génération commune, les symboles

d'équation les plus étendus, et en même temps les plus adaptés aux grandes recherches que comporte l'application de l'analyse à la géométrie.

Soit, par exemple, la courbe génératrice une ligne droite; si on pose pour condition qu'elle se meut d'une manière quelconque, en passant toujours, néanmoins, par un point donné, la surface engendrée aura pour équation $z = A - (B - x)\,\varphi\left\{\frac{C-y}{B-x}\right\}$, φ étant le signe de fonction, et A, B, C, les coordonnées du point; veut-on l'assujétir à se mouvoir parallèlement à elle-même autour d'une courbe quelconque, l'équation sera $z = \varphi\,(ax - y)$, l'inclinaison de la ligne étant déterminée par la constante a; si la courbe génératrice est indéterminée, mais assujétie à tourner autour d'un axe fixe, l'équation sera $z = \varphi\,(x^2 + y^2)$, &c. Lorsqu'on veut de ces symboles caractéristiques passer à des cas qui remplissent certaines conditions particulières, la détermination de φ et, en général, des signes de fonction, quel que soit leur nombre, dépend de la branche d'analyse dont j'ai parlé à la fin du *N.° 1*.

Des Surfaces du second ordre.

La théorie suivante est destinée à faire suite à ce que j'ai dit dans la leçon précédente sur les courbes du même ordre.

L'équation générale des surfaces du second ordre est

$$zz + ayz + bxz + ey^2 + fxy + gxx + hz + ky + mx + n = 0,$$

qui, résolue par rapport à z, donne

$$z = -\tfrac{1}{2}(ay + bx + h) \pm \sqrt{\left\{(\tfrac{1}{4}a^2 - e)y^2 + (\tfrac{1}{2}ab - f)xy + (\tfrac{1}{4}b^2 - g)x^2 + (\tfrac{1}{2}ah - k)y + (\tfrac{1}{2}bh - m)x + \tfrac{1}{4}h^2 - n\right\}}$$

Le premier terme de la valeur de z, savoir, $-\frac{1}{2}(ay + bx + h)$, a pour lieu géométrique un plan au-dessus et au-dessous duquel on porte les valeurs données par la quantité affectée du signe $\pm$, et qui déterminent les nappes de la surface : on voit par-là que cette surface est symétrique par rapport au plan qui a pour équation $z = -\frac{1}{2}(ay + bx + h)$ et qui fait l'office d'un des *diamètres* dans les courbes du second ordre.

La quantité affectée du signe $\pm$ renferme tous les termes de l'équation générale des courbes du second ordre; si on l'égale à zéro, on aura la projection sur le plan des (x, y) de l'intersection de la surface courbe avec

le plan qui a pour équation $z = -\frac{ay + bx + h}{2}$, projection qui se trouvera, par conséquent, dans l'un des trois cas indiqués, *deuxième leçon.*

On démontre ensuite qu'il existe toujours trois plans qui ont la propriété d'avoir de part et d'autre des mappes symétriques, le point commun d'intersection de ces trois plans étant le *centre* de la surface; dans quelques cas particuliers néanmoins, la position de ce centre éprouve des modifications analogues à celles qui ont lieu pour le centre de l'*ellipse*, lorsque cette courbe acquiert la forme parabolique.

Les relations entre les coëfficiens des termes de deux dimensions de l'équation générale indiquent les diverses formes dont elle est susceptible, ce qui est encore analogue à ce qu'on a vu pour les courbes du second ordre.

Lorsqu'on a les quatre inégalités . . . . $4g > bb$, $4e > aa$, $4eg > f^2$, $abf + 4eg > f^2 + eb^2 + ga^2$, la surface est fermée, et on a la classe des *ellipsoïdes*.

Si une ou la totalité de ces conditions manque, et que cependant $abf + 4eg$ ne soit point égal à $f^2 + eb^2 + ga^2$, il en résultera une surface hyperbolique, qui peut ou être séparée en deux mappes, ou n'en former qu'une seule, dont la section transversale est elliptique, ayant pour asymptote une surface conique extérieure dans un cas et intérieure dans l'autre.

Dans le cas où $f^2 + eb^2 + ga^2 = abf, + 4eg$, la collection des termes du second ordre

$$zz + ayz + bxz + ey^2 + fxy + gxx$$

est décomposable en deux facteurs simples, qui peuvent être imaginaires, réels inégaux, ou réels égaux; dans le premier cas la surface devient en général parabolique dans un sens et elliptique dans l'autre, ce qui donne les *conoïdes paraboliques* et les *cylindres;* dans le second cas la surface aura des sections hyperboliques et d'autres paraboliques; dans le troisième cas on aura le cylindre parabolique.

Ces diverses formes sont très-aisées à reconnaître, lorsque l'équation de la surface est rapportée au centre et à des plans coordonnés rectangulaires, par rapport à chacun desquels la surface soit symétrique : l'équation de la surface se réduit dans ce cas à la forme

$A x^2$

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = a^2$$

qui, avec tous les signes positifs, donne le genre des *ellipsoïdes ;* avec le coëfficient C négatif, donne l'hyperboloïde à une mappe, ayant la section transversale elliptique, et pour asymptote une surface conique intérieure ; avec les coëfficiens B et C négatifs, donne l'hyperboloïde à deux mappes séparées, ayant pour asymptote une surface conique extérieure.

Lorsque la surface n'a point de centre, ce qui a lieu dans le cas précédemment comparé au passage de la courbure elliptique à la courbure parabolique, l'équation peut prendre l'une des formes

$$Ax^2 + By^2 = az$$
$$Ax^2 - By^2 = az$$
$$Ax^2 = ay$$

qui répondent, respectivement, aux trois cas donnés par la relation $f^2 + eb^2 + ga^2 = abf + 4eg$ entre les coëfficiens des termes du second ordre de l'équation générale.

SECONDE PARTIE.

Cas où deux Équations à deux ou trois variables ont lieu en même temps.

SOIENT les deux équations qui doivent avoir lieu en même temps

$$z = f(x,y)$$
$$z = \varphi(x,y).$$

La signification de ces deux équations, prises ensemble, est infiniment moins étendue que celle qu'aurait l'une d'elles, séparément, si elle existait seule; en effet, dans ce dernier cas, toutes les hypothèses sur x et y fourniraient des solutions, pourvu que z fût évalué en conséquence, au lieu que dans celui dont il s'agit, il faut, outre l'identité d'hypothèses sur x et y, n'admettre parmi ces hypothèses que celles desquelles il résulte la même valeur pour $f(x,y)$ et pour $\varphi(x,y)$, c'est-à-dire, qui ont un z commun.

Cette différence dans l'étendue des significations tient essentiellement à ce que dans une équation isolée à trois variables, on en peut toujours considérer deux comme *indépendantes ;* au lieu que dans deux équations

coexistantes, toute valeur particulière d'une des variables détermine celle des deux autres : pour rendre cette propriété très-sensible, j'observe que des deux équations précédentes, on en peut conclure les suivantes,

$$z = F\,(x)$$
$$z = \Phi\,(y)$$
$$y = \Gamma\,(x),$$

dont deux seulement sont nécessaires et renferment la troisième : or, de quelque manière qu'on les combine deux à deux, on ne pourra, évidemment, dans chaque groupe binaire, se donner à volonté qu'une seule des variables, les deux autres cessant dès-lors d'être arbitraires.

Application aux Courbes à double courbure.

La géométrie fournit encore des moyens de représenter les solutions dont la combinaison de deux équations à deux ou trois variables est susceptible. Si on construit les surfaces courbes qui ont $z = \varphi\,(x,y)$ et $z = f\,(x,y)$ équation, l'intersection de ces surfaces donnera tous les points pour lesquels x, y et z sont les mêmes dans l'une et l'autre équation, et indiquera par conséquent tous les cas où elles ont lieu en même temps.

Cette construction rend sensible ce que je viens de dire sur la différence d'étendue des significations que comportent une seule équation, ou deux équations combinées : le *lieu* des solutions d'une seule équation s'applique sur tous les points de la surface qu'elle représente, et le *lieu* des solutions de deux équations combinées n'existe que sur une *trace*, commune à l'une et à l'autre des surfaces.

Les équations $z = F\,(x)$, $z = \varphi\,(y)$, $y = \Gamma\,(y)$, qui se déduisent des deux précédentes, donnent, respectivement, les projections de la courbe à double courbure sur les plans des (x, z), (y, z) et (x, y); chacune de ces équations peut être considérée comme appartenant à une surface cylindrique, dont la base serait sur le plan des deux coordonnées qui entrent dans cette équation : il suit de-là qu'il y a toujours cinq surfaces courbes dont les intersections, deux à deux, qui fournissent dix combinaisons, peuvent produire une même courbe à double courbure.

Je donnerai, dans la suite du cours, d'autres détails sur ces espèces de courbes.

DES DIFFÉRENCES PREMIÈRES

Dans les Fonctions, en général, et des rapports de ces différences dans les Équations à deux variables, avec une introduction à la méthode des Tangentes.

Différences des Fonctions en général.

L'INDÉTERMINÉE z représentant une fonction de plusieurs variables x, y, t, &c., on a IVe LEÇON.

$$z = f(x, y, t, \&c.).$$

Si on suppose maintenant que chaque variable prenne un accroissement respectivement égal à a', a'', a''', &c. la fonction z éprouvera une variation qu'on peut représenter par ω, et on aura

$$z + \omega = f\{(x + a'), (y + a''), (t + a'''), \&c.\};$$

et pour obtenir la valeur de l'accroissement ω, on retranchera la fonction primitive de la fonction variée, ce qui donnera

$$\omega = f\{(x + a'), (y + a''), (t + a'''), \&c.\} - f(x, y, t, \&c.)$$

L'objet de la *méthode directe des différences* est la recherche des formules, au moyen desquelles on peut, dans tous les cas, trouver avec le moins de difficultés possibles, la valeur soit de la différence première ω, soit des autres différences dont je parlerai bientôt.

La notation des différences de z, x, y, &c. par les signes ω, a', a'', &c. est conforme à ce qui se pratiquait avant l'invention du calcul différentiel, dans quelques problèmes qui exigeaient l'usage des différences. Léibnitz et Newton ont eu les premiers l'idée heureuse de donner à ces différences des signes qui indiquent les quantités dont elles tirent leur origine; la notation de Newton est employée par les géomètres anglais; celle de Léibnitz a prévalu dans le Continent; et appliquée à la branche du calcul différentiel qui nous occupe en ce moment, elle consiste à désigner l'accroissement ω de z par Δz, l'accroissement a' de x par Δx,

et de même pour toutes les autres variables ; la lettre Δ représente, comme on voit, l'abréviation de l'expression *différence de*, la particule *de* se rapportant à la variable qui a reçu l'augmentation.

D'après cette notation, les fonctions précédentes doivent s'écrire ainsi,

Fonction primitive.... $z = f(x, y, t, \&c)$

Fonction variée...... $z + \Delta z = f\{(x + \Delta x), (y + \Delta y,) (t + \Delta t), \&c.\}$

Fonction différence.... $\Delta z = f\{(x + \Delta x), (y + \Delta y), (t + \Delta t), \&c.\} - f(x, y, t, \&c.)$;

les différences Δx, Δy, &c. peuvent être positives ou négatives, quoiqu'elles soient désignées par le mot générique d'*accroissemens*. Je parlerai, en traitant des équations, de l'*indépendance* de leurs rapports.

Des rapports des différences dans les Équations à deux variables.

On a vu, *deuxième leçon*, que dans toute équation à deux variables, qui existe seule, on peut attribuer à l'une d'entr'elles une série de valeurs absolument arbitraires, dont chacune fournit une solution de l'équation, pourvu que l'autre variable soit évaluée en conséquence ; il suit delà que y et x étant les indéterminées, Δx est une quantité arbitraire, mais dont la valeur une fois fixée, détermine celle de Δy.

Si une équation à deux variables est sous la forme

$$y = f(x),$$

elle se trouve dans le cas général des fonctions dont je viens de parler, et on a

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x);$$

équation qui ne contient plus y, et qui donne son accroissement Δy en fonctions de x, Δx et constantes ; mais si l'équation est sous la forme

$$\varphi(x, y) = 0,$$

et que sans l'avoir résolue par rapport à x ou y, on attribue un accroissement à ces variables, on aura

$$\varphi\{(x + \Delta x), (y + \Delta y)\} - \varphi(x, y) = 0,$$

qui, en généralisant la signification de Δ, peut s'écrire d'une manière plus abrégée,

$$\Delta.\{\varphi(x,y)\}=0,$$

équation qui contiendra généralement, y, x, Δy et Δx; on pourra en éliminer y au moyen de l'équation primitive, et en tirer l'équation

$$\Delta y=f(x,\Delta x).$$

On peut aussi, sans éliminer et sans résoudre l'équation par rapport à Δy, obtenir le rapport

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\varphi'(x,y,\Delta x,\Delta y),$$

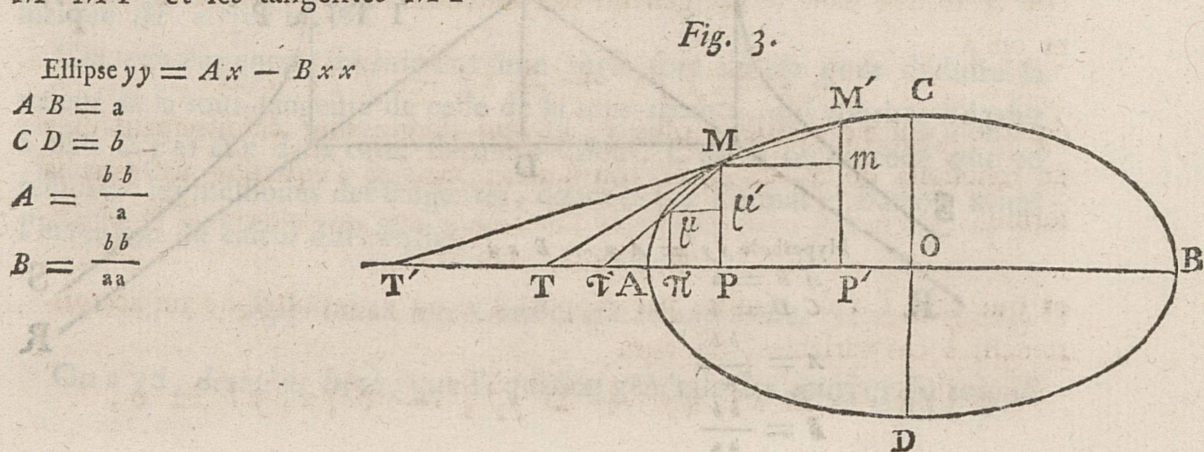
ou le rapport.... $\dfrac{y\,\Delta x}{\Delta y}=F(x,y,\Delta x,\Delta y)$.

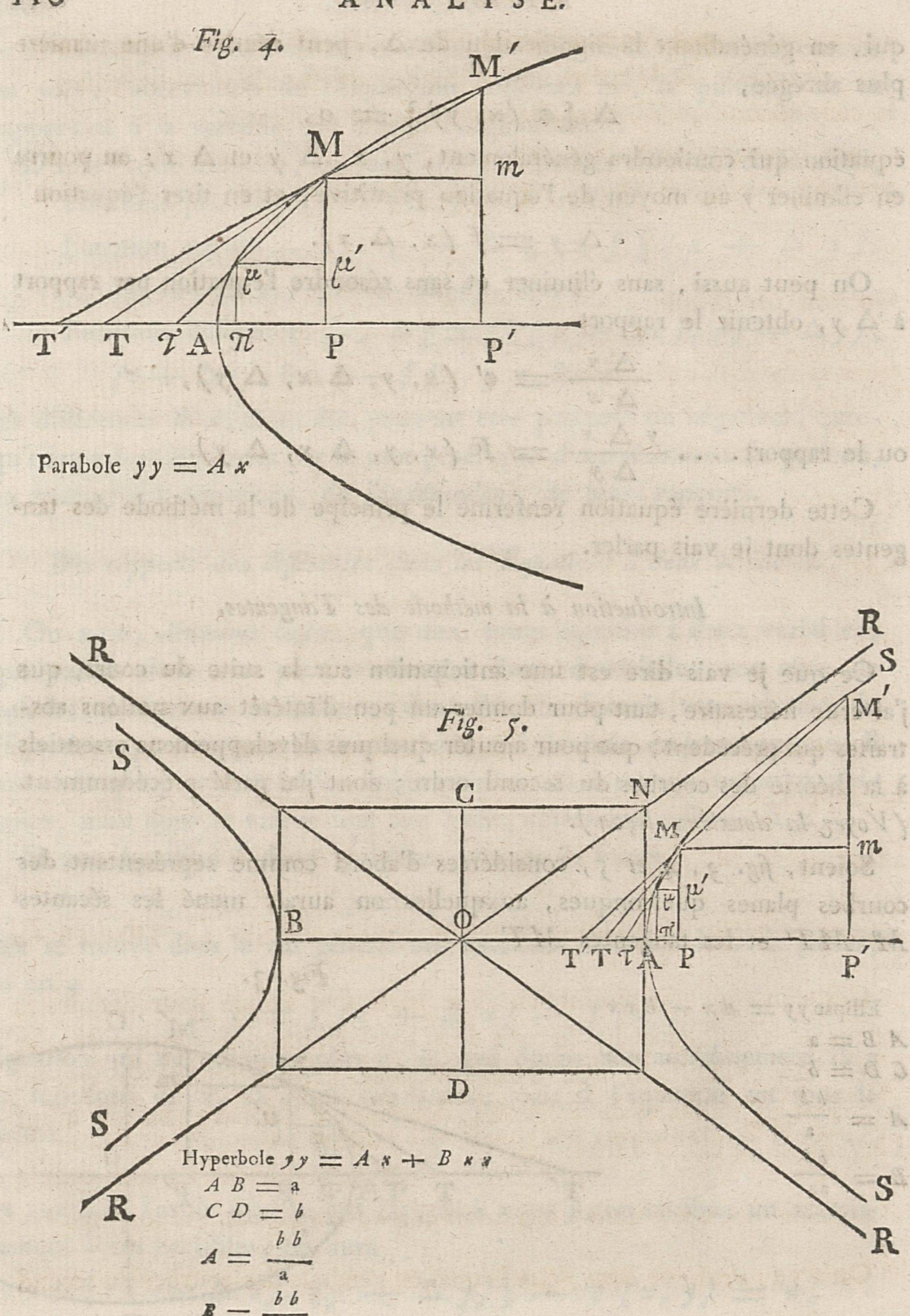
Cette dernière équation renferme le principe de la méthode des tangentes dont je vais parler.

Introduction à la méthode des Tangentes.

Ce que je vais dire est une anticipation sur la suite du cours, que j'ai crue nécessaire, tant pour donner un peu d'intérêt aux notions abstraites qui précèdent, que pour ajouter quelques développemens essentiels à la théorie des courbes du second ordre, dont j'ai parlé précédemment. *(Voyez la deuxième leçon).*

Soient, *fig.* 3, 4 et 5, considérées d'abord comme représentant des courbes planes quelconques, auxquelles on aurait mené les sécantes $M'MT'$ et les tangentes MT




Fig. 4.
M′
M
m
μ
μ′
T′ T τ A π P P′
Parabole yy = A x
Fig. 5.
R
S
M′
N
C
M
m
μ
μ′
π
B
O
T′ T τ A P
P′
D
S
R
S
R
Hyperbole yy = A x + B xx
A B = a
C D = b
A = bb/a
B = bb/aa

$$AP = x;\ AP' = x';\ PP' = x' - x = \Delta x$$
$$PM = y;\ P'M' = y';\ M'm = y' - y = \Delta y$$

la sous-sécante $AT' = s'$; la sous-tangente $AT = s$.

Les triangles semblables $M'mM$, MPT' donnent $M'm\ (\Delta y) : mM\ (\Delta x) :: PM\ (y) : PT'\ (s')$, d'où on tire

$$s' = \frac{y\,\Delta x}{\Delta y}.$$

On voit par-là que $\frac{y\,\Delta x}{\Delta y} = F\,(x,\ y,\ \Delta x,\ \Delta y)$ de l'article précédent donne la valeur de la sous-sécante d'une courbe plane quelconque, et qu'ainsi en conservant la même acception à $F\,(x, y, \Delta x, \Delta y)$, on aura

$$s' = F\,(x,\ y,\ \Delta x,\ \Delta y).$$

J'observe maintenant que dans l'état représenté par la figure, le rapport $\frac{M'm}{Mm}$ ou son égal $\frac{MP}{PT'}$ est plus petit que $\frac{MP}{PT}$; mais si on suppose que le point M' se meuve le long de la courbe et passe en μ, auquel cas le point T' passera en τ et la sécante $M'MT'$ en $M\mu\tau$, on aura $\frac{MP}{P\tau} > \frac{MP}{PT}$ et les incrémens mM', Mm positifs, deviendront les différences négatives $M\mu'$, $\mu'\mu$: on voit ici, 1.° que les rapports $\frac{MP}{PT'}$, $\frac{MP}{PT}$ doivent, entre les états $<$ et $>$, passer par l'égalité; 2.° que les incrémens $M'm$, Mm devenant de positifs, négatifs, passent par l'état zéro; 3.° que l'égalité des rapports et l'état zéro des incrémens ont lieu en même temps, puisque T' arrive en T, lorsque M' arrive en M.

Ces conséquences fournissent une règle fort simple pour déduire la valeur de la sous-tangente de celle de la sous-sécante, qui consiste à égaler à zéro Δy et Δx dans cette dernière valeur. C'est à ce procédé que se réduisent les méthodes des tangentes, données par Fermat et Barrow avant l'invention du calcul différentiel.

Application aux Courbes du second ordre.

On a vu, *deuxième leçon*, que l'équation générale des courbes du second

ordre, rapportée à un diamètre, et l'origine des coordonnées étant prise à l'intersection de ce diamètre et de la courbe, était

$$yy = Ax \mp Bxx.$$

Mettant $y + \Delta y$ à la place de y, $x + \Delta x$ à la place de x, retranchant l'équation primitive de l'équation variée, et multipliant par y la valeur de $\frac{\Delta x}{\Delta y}$, on aura celle de $\frac{y \Delta x}{\Delta y}$ ou de s', qui sera,

$$s' = \frac{2y^2 + y\Delta y}{A \mp (2Bx + B\Delta x)};$$

d'où, en faisant $\Delta y = 0$ et $\Delta x = 0$, on conclura la valeur de la sous-tangente; savoir,

$$s = \frac{2y^2}{A \mp 2Bx},$$

ou en substituant pour y^2 sa valeur

$$s = \frac{2x(A \mp Bx)}{A \mp 2Bx}$$

Les signes — et + ayant lieu, respectivement, pour l'ellipse et l'hyperbole.
Dans le cas de la parabole $B = 0$, ce qui donne $s = 2x$.

Asymptotes de l'Hyperbole.

La différence AT entre la sous-tangente et l'abscisse, a pour valeur $s - x = \frac{2x(A \mp Bx)}{A \mp 2Bx} - x$, qui dans le cas de l'hyperbole, devient $AT = \frac{Ax}{A + 2Bx}$. J'observe maintenant que plus x augmente, plus cette valeur de AT approche d'être égale à $\frac{A}{2B}$, c'est à dire, à $\frac{1}{2}a$, ou à AO; il suit de-là qu'à mesure que le point M', *fig.* 5, s'éloigne de l'origine A, l'extrémité T de la sous-tangente s'approche du centre O, et on conclut de cette propriété l'existence des asymptotes OR de l'hyperbole passant par le centre O.

Pour trouver l'angle de l'asymptote et de l'axe des x, je cherche la valeur de la cotangente $\frac{s}{y}$ de l'angle formé par l'axe des x et une tangente quelconque,

quelconque, et l'équation $s = \frac{2y^2}{A + 2Bx}$ me donne $\frac{s}{y} = \frac{2y}{A + 2Bx}$ $= \frac{2\sqrt{(Ax + Bxx)}}{A + 2Bx}$, équation qui, à mesure que x augmente, s'approche de plus en plus de $\frac{s}{y} = \frac{1}{\sqrt{(B)}}$, et qui passe à cet état lorsque AT devient $= AO$; on a donc $\sqrt{B}$ ou $\frac{b}{a}$ pour la tangente de l'angle formé par l'asymptote et l'axe des abscisses; et en menant au sommet une tangente AN, dont la longueur soit $= OC$, la droite passant par ON sera une des asymptotes.

Des points auxquels la Tangente d'une courbe devient parallèle ou perpendiculaire à l'axe des x.

Les rapports $\frac{y}{s}$ et $\frac{s}{y}$ étant égalés à zéro, donnent en général les points auxquels la tangente est parallèle ou perpendiculaire à l'axe des x, déterminations qui sont liées aux questions importantes des *maxima* et *minima*, dont je parlerai fort en détail dans la suite du cours.

Dans la parabole $\frac{y}{s} = 0$ donne $\frac{A}{2y} = 0$, ou $y = \frac{\frac{1}{2}A}{0}$, le sens de cette équation sera expliqué à la suite de la méthode des différences; $\frac{s}{y} = 0$ donne $y = 0$.

Dans l'ellipse $\frac{y}{s} = 0$ donne $x = \frac{A}{2B} = \frac{a}{2}$, la plus grande ordonnée passe le centre; $\frac{s}{y}$ donne $\frac{2\sqrt{(Ax - Bx^2)}}{A - 2Bx} = 0$, équation satisfaite par $x = 0$ et $x = \frac{A}{B} = a$, qui sont les deux valeurs de l'abscisse correspondante à $y = 0$.

Dans l'hyperbole $\frac{y}{s} = 0$ donne $x = - \frac{a}{2}$ et y imaginaire; $\frac{s}{y} = 0$ donne $x = 0$ et $x = - a$; ce sont aussi les deux valeurs de x correspondantes à $y = 0$.

DES DIFFÉRENCES PREMIÈRES PARTIELLES

Des Fonctions et des Équations à plusieurs variables.

V.e LEÇON.

Il résulte des explications que j'ai données, dans les séances précédentes, sur les variables *indépendantes*, que si on a un nombre n d'équations qui renferment un nombre k d'indéterminées, k étant supposé plus grand que n, il y aura un nombre $k - n$ de ces indéterminées qu'on pourra regarder comme des variables *indépendantes;* ainsi étant donnée une équation $\varphi(z, x, y, t, \&c.) = 0$, avec laquelle coexistent d'autres équations, si on en élimine autant de variables qu'il y a de ces équations coexistantes, celles qui resteront, moins une, seront des variables indépendantes.

Une quelconque des variables de l'équation $\varphi(z, x, y, t, \&c.) = 0$, z par exemple, peut être considérée comme fonction des autres, c'est-à-dire, comme celle dont la valeur dépend des hypothèses arbitraires et simultanées qu'on peut faire sur les autres; résolvant donc l'équation par rapport à z, on aura

$$z = f(x, y, t, \&c.)$$

Si on a éliminé de cette équation autant de variables qu'il y a d'autres équations coexistantes, x, y, t, &c. seront indépendantes, et on pourra leur attribuer dans le même temps des variations quelconques; on pourra donc, donnant à Δx une valeur arbitraire, supposer $\Delta y = 0$, $\Delta t = 0$, &c.; la même chose pourra ensuite avoir lieu pour Δy, par rapport à Δx, Δt, &c., et successivement pour une des variables quelconques indépendantes par rapport aux autres.

Soient ω, ω', ω'', &c. les variations qui résultent, respectivement, pour z de ces variations partielles de $f(x, y, t, \&c.)$, on aura

$$\left.\begin{array}{l} z + \omega = f\{(x + \Delta x), y, t, \&c.\} \\ z + \omega' = f\{x, (y + \Delta y), t, \&c.\} \\ z + \omega'' = f\{x, y, (t + \Delta t), \&c.\} \\ \&c. \qquad \&c. \end{array}\right\} \text{d'où} \left\{\begin{array}{l} \omega = f\{(x + \Delta x), y, t, \&c.\} - f(x, y, t, \&c.) \\ \omega' = f\{x, (y + \Delta y), t, \&c.\} - f(x, y, t, \&c.) \\ \omega'' = f\{x, y, (t + \Delta t), \&c.\} - f(x, y, t, \&c.) \\ \&c. \qquad \&c. \end{array}\right.$$

Les incrémens ω, ω', ω'', &c. se désignent ordinairement par une notation qui indique celle des variables indépendantes, de laquelle ils tirent

leur origine, et on écrit pour ω, $(\frac{\Delta z}{\Delta x})\Delta x$; pour ω', $(\frac{\Delta z}{\Delta y})\Delta y$; pour ω'', $(\frac{\Delta z}{\Delta t})\Delta t$, &c.; ainsi on a

$$(\frac{\Delta z}{\Delta x})\Delta x = f\{(x + \Delta x), y, t, \&c.\} - f(x, y, t, \&c.)$$

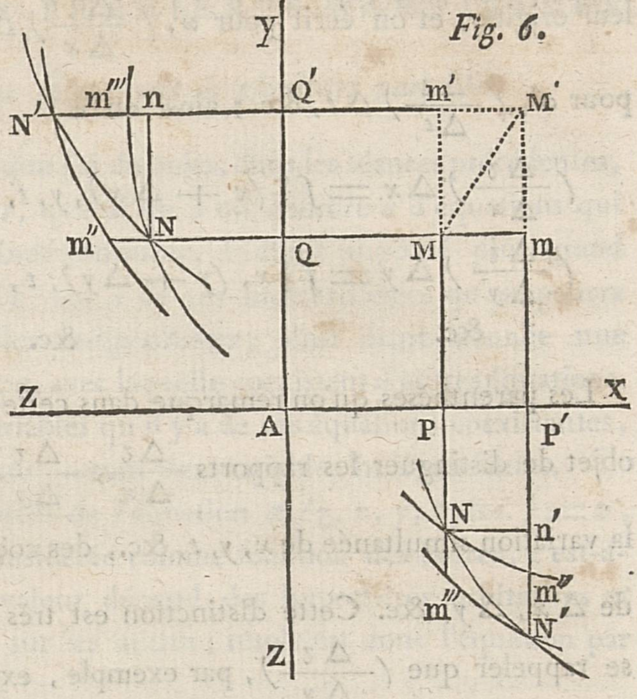
$$(\frac{\Delta z}{\Delta y})\Delta y = f\{x, (y + \Delta y), t, \&c.\} - f(x, y, t, \&c.)$$

&c. &c.

Les parenthèses qu'on remarque dans cette nouvelle notation ont pour objet de distinguer les rapports $\frac{\Delta z}{\Delta x}$, $\frac{\Delta z}{\Delta y}$, &c. où Δz représenterait la variation simultanée de x, y, t, &c., des coëfficiens $(\frac{\Delta z}{\Delta x})$, $(\frac{\Delta z}{\Delta y})$, &c. de Δx, Δy, &c. Cette distinction est très-importante, et il faut bien se rappeler que $(\frac{\Delta z}{\Delta y})$, par exemple, exprime uniquement la collection des termes qui multiplient Δx dans la différenciation de $f(x, y, t)$, au lieu que $\frac{\Delta z}{\Delta x}$ contient en outre les termes $A\frac{\Delta y}{\Delta x}$, $B\frac{\Delta t}{\Delta x}$), &c. $P\frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x}$, &c. &c. A, B, P, &c. étant fonctions de x, y, t, &c. en sorte que $(\frac{\Delta z}{\Delta x})$ coïncide avec $\frac{\Delta z}{\Delta x}$ dans le cas seul où $\Delta y = 0$, $\Delta t = 0$, &c. conformément à ce que j'ai dit plus haut.

La variation totale Δz diffère généralement de la somme des variations partielles $(\frac{\Delta z}{\Delta x})\Delta x$, $(\frac{\Delta z}{\Delta y})\Delta y$, &c.; elle devient néanmoins égale à cette somme lorsque la fonction $f(x, y, t, \&c.)$ est rationnelle, sans diviseur variable, et que x, y, t, &c. ne sont point multipliées entre elles. Il y a un autre cas d'égalité dont il n'est pas encore temps de parler.

La géométrie fournit des moyens de représenter graphiquement les différences partielles dans le cas de trois variables, et de rendre très-sensible leur relation avec les différences totales.



Les plans YAX, ZAY, ZAX *fig. 6* sont, respectivement, ceux des (x,y), (z,y), (z,x), et on a pour les coordonnées au point N d'une surface courbe $AP = x$; $PM = AQ = y$; $PN = QN\ z$.

L'ordonnée PN ou QN (z) est, d'après ce que j'ai dit, troisième leçon, supposée élevée perpendiculairement au point M du plan des (x,y); et on peut la varier en la faisant mouvoir parallèlement à elle-même de trois manières; savoir, 1.° parallèlement à l'axe AX des x d'une quantité arbitraire Mm; 2.° parallèlement à l'axe AY des y d'une quantité arbitraire Mm'; 3.° dans le sens de la diagonale MM', dont la direction et la longueur ne sont plus arbitraires lorsqu'on a fait une hypothèse sur Mm et Mm'; or les variations de z sont différentes pour chacun des points m, m' et M', et il faut bien observer quelles sont les variations correspondantes de x et de y. Lorsque le point M passe en m, AP devient AP', $PM = P'm$ ne change point de valeur, et PN devient $P'm''$; l'incrément $n'm''$ est donc dû à la seule variation de x, c'est le $\left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right)\Delta x$; au contraire, lorsque le point M passe en m', PM

$AP = x$	$PP' = Mm = m'M' = \Delta x$
$AQ = PM = y$	$QQ' = Mm' = mM' = \Delta y$
$QN = PN = z$	$n'N' = nN' = \Delta z$

$$n'm'' = Nm'' = \left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right)\Delta x$$

$$nm''' = Nm''' = \left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right)\Delta y$$

Les profils sur les lignes	Sont projetés en
$M\ m$	..... $N\ m''$
$m'\ M'$	..... $m'''\ N'$
$M\ m'$	..... $N\ m'''$
$m\ M'$	..... $m''\ N'$
$M\ M'$	..... $N\ N'$

devient $P\,m'$, $Q\,M = Q'\,m'$ ne change point de valeur, et QN devient $Q'\,m'''$; l'incrément $n\,m'''$ est donc dû à la seule variation de y, c'est le $\left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right)\Delta y$; enfin lorsque M passe en M', AP devient AP', PM devient en même temps $P'\,M'$, et PN ou QN devient $P'\,N' = Q'\,N'$; l'incrément $n'\,N' = n\,N'$ est donc dû aux variations simultanées de x et y; c'est le Δz.

On a de plus $\frac{\Delta z}{\Delta x} = \frac{n'\,N'}{P\,P'}$ & $\left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right) = \frac{n'\,m''}{P\,P'}$; $\frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{n\,N'}{Q\,Q'}$ & $\left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right) = \frac{n\,m'''}{Q\,Q'}$, ce qui rend très-sensibles les diversités de significations qui ont lieu avec ou sans parenthèses.

J'ai supposé, dans ce qui précède, qu'on ne faisait varier qu'une seule des variables indépendantes, et que les différences de toutes les autres étaient supposées nulles; il peut arriver qu'on en fasse varier en même temps deux, trois, &c. sans faire varier les autres. Je reviendrai sur cette matière dans la suite du cours.

DE LA NOTATION DES DIFFÉRENCES DE TOUS LES ORDRES.

SOIT l'équation $z = \varphi\,(x, y, t, u, \&c.)$, dans laquelle x, y, t, &c. sont des variables indépendantes, auxquelles on attribue successivement différentes valeurs arbitraires, on aura VI.e LEÇON.

$$z = \varphi\,(x,\ y,\ t,\ u,\ \&c.)$$
$$z' = \varphi\,(x',\ y',\ t',\ u',\ \&c.)$$
$$z'' = \varphi\,(x'',\ y'',\ t'',\ u'',\ \&c.)$$
$$z''' = \varphi\,(x''',\ y''',\ t''',\ u''',\ \&c.)$$
$$\&c. \qquad \&c.$$

Représentons par A, A', A'', les seconds membres de ces équations, on aura, par des soustractions successives, les premières différences telles que je les ai définies dans les numéros précédens; savoir,

$$z' - z = \Delta z = A' - A$$
$$z'' - z' = \Delta z' = A'' - A'$$
$$z''' - z'' = \Delta z'' = A''' - A''$$
$$\&c. \qquad \&c. \qquad \&c.$$

Les quantités $A' - A$, $A'' - A'$, &c. contiennent, outre les variables indépendantes, les différences Δx, $\Delta x'$, &c. Δy, $\Delta y'$, &c. &c.

On peut soustraire encore les équations précédentes l'une de l'autre, et on aura les valeurs de $\Delta z' - \Delta z$, $\Delta z'' - \Delta z'$, &c. Ces différences entre les premières différences s'appellent *différences secondes*, et on les écrit, d'une manière abrégée, en substituant l'indice Δ^2 au signe Δ, c'est-à-dire, en faisant $\Delta z' - \Delta z = \Delta^2 z$, $\Delta z'' - \Delta z' = \Delta^2 z'$, &c. On a donc

$$\begin{aligned} \Delta^2 z &= A - 2A' + A'' \\ \Delta^2 z' &= A' - 2A'' + A''' \\ \Delta^2 z'' &= A'' - 2A''' + A^{IV} \\ &\&c. \qquad \&c. \end{aligned}$$

et on conçoit que les soustractions introduisent dans les seconds membres de ces équations les quantités $\Delta^2 x$, $\Delta^2 x'$, &c. $\Delta^2 y$, $\Delta^2 y'$, &c. &c.

Soustrayant de nouveau ces équations, on obtiendra les troisièmes différences qui se désignent par l'indice Δ^3 de la même manière que les précédentes par l'indice Δ^2, c'est-à-dire que $\Delta^2 z' - \Delta^2 z = \Delta^3 z$, $\Delta^2 z'' - \Delta^2 z' = \Delta^3 z'$, &c. Ces différences sont

$$\begin{aligned} \Delta^3 z &= -A + 3A' - 3A'' + A''' \\ \Delta^3 z' &= -A' + 3A'' - 3A''' + A^{IV} \\ &\&c. \qquad \&c. \end{aligned}$$

qui contiendront les quantités $\Delta^3 x$, $\Delta^3 x'$, &c. $\Delta^3 y$, $\Delta^3 y'$, &c. &c.

Les différences quatrièmes ſe formeront des différences troisièmes de la même manière que celles-ci se forment des différences secondes, auront Δ^4 pour indice, et ainsi de suite pour les différences successives, en sorte qu'on a en général

$$\Delta^{(n)} z = \Delta^{(n-1)} z' - \Delta^{(n-1)} z.$$

Je donnerai dans la leçon suivante la loi des coëfficiens numériques.

Les lignes et les surfaces courbes sont très-propres à représenter les divers systèmes de différences, et j'en donnerai des exemples dans le développement que je ferai de ce numéro.

L'introduction des divers ordres de différences des variables x, y, t, &c. met dans les équations différences une complication qui est le plus souvent inutile; l'*indépendance* de ces variables permet toujours de rendre leurs

différences premières constantes, z ayant seule des différences 2.e, 3.e, &c. à moins qu'on ne soit obligé d'opérer sur des équations en différences, données *à priori*, dans lesquelles l'état de la question empêche qu'on n'introduise cette simplification. Certaines questions relatives à la détermination des fonctions arbitraires présentent ce cas; j'en parlerai dans la suite; mais il est à propos, toutes les fois que la chose est possible, de donner à x, y, t, &c. une suite de valeurs en progression arithmétique, de telle sorte qu'on ait $x' = x + \Delta x$, $x'' = x + 2 \Delta x$, $x''' = x + 3 \Delta x$, &c. ce qui rend $\Delta^2 x = 0$, $\Delta^3 x = 0$, et ainsi des autres variables.

Si on n'attribue des valeurs successives qu'à un certain nombre des variables indépendantes, et qu'on n'en attribue point aux autres, ou qu'on les suppose constantes, les différences qui en résulteront pour z seront partielles, et auront une notation particulière. J'en parlerai dans le calcul différentiel.

PRONY.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

Les programmes de l'enseignement de l'école centrale des travaux publics, qui ont été publiés à l'ouverture de cette école, ont eu pour objet de présenter l'ensemble des connaissances qu'on devait d'abord parcourir rapidement pendant la durée des cours préliminaires. Aujourd'hui que cet objet est rempli, ils deviennent le bulletin même de ce qui s'est fait; ainsi il serait superflu d'entrer dans de grands détails à cet égard.

Il suffira de dire, pour ce qui regarde la physique générale, que, dans un aussi court intervalle, on a été obligé de se borner à en présenter aux élèves les principaux phénomènes: ce n'est, pour ainsi dire, que l'esquisse d'un grand tableau qu'on leur a montrée, mais où ils ont pu au moins remarquer, tantôt des pays qu'une heureuse culture fertilise, tantôt des terrains arides qui n'attendent qu'une main habile pour les mettre en valeur, par-tout enfin la nature aux prises avec le génie qui déchire sans cesse une portion du voile dont elle s'enveloppe.

Quoique ce cours ait été resserré en dix-huit leçons, cela n'a pas empêché que les grandes théories n'aient été développées, et particulièrement celle du calorique, qui a été présentée d'une manière entièrement neuve.

On en a sur-tout soigneusement écarté tous ces systèmes qu'enfanta le délire d'une imagination brillante, et qui ne sont appuyés sur aucune observation; ou si l'on a parlé de ces systèmes, ce n'a été que pour faire voir jusqu'où peut aller l'abus de l'esprit philosophique. En physique, il n'y a qu'une seule manière de philosopher; c'est de beaucoup observer, et de ramener à des faits généraux l'explication des faits particuliers.

On a encore eu soin, comme on le fera toujours par la suite, d'en bannir tout ce qui ne tient pas immédiatement à la science, et l'on s'est bien gardé d'offrir le spectacle de ces jeux dont on alimente la plupart des cours de physique, parce que c'est à de grandes idées, et non à des tours de charlatan, qu'il faut rattacher l'instruction des jeunes gens qui sont destinés à faire de grandes choses.

En général, on s'est moins occupé de leur mettre beaucoup de choses sous les yeux, que de leur bien faire voir le petit nombre de celles qu'on leur a présentées ; on s'est attaché sur-tout à les bien ordonner entr'elles, et à leur faire sentir leur mutuelle dépendance : car c'est en grande partie dans cette ordonnance que consiste tout l'art de l'enseignement, comme c'est dans la méditation des vérités acquises que consiste la meilleure manière de s'instruire.

Les arts, ces enfans du génie, qu'a si long-temps dégradés l'ignorance, qui sont venus en foule entourer le berceau de la liberté naissante, et à qui la liberté dans toute sa force, va rendre avec usure les bienfaits qu'elle en a reçus ; les arts, dis-je, pourraient-ils être oubliés dans un cours où l'on devait passer en revue tous les grands phénomènes de la nature, et où ces arts eux-mêmes apportaient sans cesse le tribut de leur industrie ?

Toutes les fois que l'occasion s'en est présentée, on n'a pas négligé d'entrer dans tous les détails relatifs à chacun d'eux, et sur-tout de les venger du mépris que versaient continuellement sur eux l'orgueil et l'ineptie.

On a fait exécuter en grand la machine que le citoyen *Coulomb* a imaginée pour mesurer les frottemens, afin que les élèves puissent continuer le travail intéressant qu'il a commencé sur cet objet.

On a profité du grand froid de cet hiver pour répéter devant eux la belle expérience de la congélation du mercure, dans laquelle on s'était proposé non-seulement de connaître exactement le degré de froid nécessaire pour opérer ce phénomène, mais encore de déterminer la quantité de calorique absorbée par le mercure en repassant à l'état liquide. Le premier objet paraissait avoir été déjà assez bien rempli à Londres par *Cavendisch*, qui a fixé le degré de cette congélation à $-32^{\circ},5$; mais il restait à constater ce résultat à Paris, où l'expérience n'avait pas encore été tentée. On en trouvera le détail à la fin de ce bulletin ; mais on se propose de la répéter de nouveau dans l'amphithéâtre du cabinet de physique, et de la préciser davantage. On choisira pour cela le temps des plus grandes chaleurs, et il sera beau d'offrir le passage subit d'une température très-haute à un froid inconnu dans nos contrées, et de transporter, pour ainsi dire, au milieu de la zone torride, le climat des zones glaciales.

Quant à ce qui regarde le cours habituel de physique, qui n'a qu'une leçon par décade, l'ouverture s'en est faite par un précis de l'histoire de la science, dont on s'est contenté de parcourir rapidement les principales époques, et dont les détails viendront naturellement à mesure que les phénomènes se présenteront.

Ensuite on a offert le tableau général de toutes les sciences physiques, pour en faire connaître l'ensemble et pour montrer comme on peut les concevoir enchaînées entr'elles : mais on n'a pas oublié d'observer que toutes ces divisions, qui ne sont que factices, n'ont été imaginées que pour le soulagement de la mémoire ; que toutes les vérités se tiennent dans l'ordre physique ainsi que dans l'ordre moral, et qu'à proprement parler il n'y a qu'une science, celle de la nature.

Ce tableau a été accompagné de développemens et de notions préliminaires, dans lesquels on a établi tous les principes et précisé toutes les définitions, et où la métaphysique n'a eu d'accès que pour en montrer l'absurdité lorsqu'elle a voulu s'introduire dans la physique.

Les leçons suivantes ont dû naturellement commencer par les cinq propriétés générales des corps, c'est-à-dire, par celles dont ils jouissent tous de la même manière et sans exception, telles que l'étendue, l'impénétrabilité, la mobilité, l'inertie et la gravité.

La leçon de la deuxième décade a été employée à traiter de l'étendue, non pas dans ses rapports abstraits, qui sont l'objet de la géométrie, mais dans ses rapports matériels ; et, sous ce dernier point de vue, on a fait voir qu'aux yeux d'une saine philosophie, la matière est divisible à l'infini ; et qu'au témoignage de nos sens, elle l'est à un point qui passe les bornes de notre imagination.

Cette question de la divisibilité de la matière à l'infini, a long-temps agité les écoles, et l'on n'en a parlé que pour faire sentir que la physique serait encore dans l'enfance, si ceux qui en ont élevé l'édifice se fussent occupés de pareils objets.

La troisième leçon, c'est-à-dire, celle de la dernière décade, a été consacrée à faire voir tous les phénomènes qui tendent à prouver l'impénétrabilité des corps, et particulièrement celle des fluides élastiques qui, par la facilité avec laquelle ils permettent un libre passage aux autres

corps qui les traversent, semblent se soustraire à cette loi fondamentale de la nature, que tous les corps s'excluent mutuellement du même lieu.

On a fait voir que c'est de-là que les forces tirent leur origine, et que c'est dans cette loi seule qu'il faut chercher la cause de la communication du mouvement, et en général de tous les changemens qui s'opèrent dans la nature.

BARRUEL.

EXPÉRIENCE DE LA CONGÉLATION DU MERCURE,

Faite à l'École centrale des Travaux publics, le 18 Nivôse, l'an 3 de la République,

Par les citoyens HASSENFRATZ, WELTER, BONJOUR et HACHETTE.

On a d'abord préparé l'acide nitrique qui devait servir à l'opération; pour cela on a pris de l'acide dont la pesanteur spécifique était 1,526, et l'on y a mis une certaine quantité de neige, qui se trouvait à la température de l'atmosphère, et qui a produit de la chaleur. On a ajouté ensuite successivement de nouvelles doses de neige, jusqu'à ce qu'il n'y eût plus de chaleur produite; alors l'acide affaibli ne pesait plus spécifiquement que 1,420, et était à la température de l'atmosphère.

Après cette préparation on a fait un mélange de trois parties de neige et d'une de sel marin contenant son eau de cristallisation, la température de l'atmosphère étant — 9°; et l'on a obtenu un froid de — 17° (thermomètre de Réaumur).

On a observé que cette température résultant du mélange, n'a pas changé pendant trois jours, quoique celle de l'atmosphère ait varié depuis 5° au-dessus de zéro jusqu'à 9° au-dessous. Ce mélange n'a pris la température de l'atmosphère que lorsque le sel a été entièrement fondu.

Ce deuxième mélange étant fait, on y a plongé deux petits seaux de verre, l'un rempli de neige, l'autre d'acide nitrique, préparé de la manière qui vient d'être indiquée; une demi-heure après, l'acide a pris la température du mélange, c'est-à-dire — 17°; mais la neige n'avait pas encore tout-à-fait atteint le même degré. Au moyen d'une main de fer-blanc, on a versé peu-à-peu de cette neige dans le seau qui contenait

l'acide nitrique, et on a remué le mélange dans lequel était plongé un thermomètre à alcohol, qui a baissé graduellement, d'une manière sensible, pendant huit à dix minutes, et est descendu jusqu'à — 31° : alors le mercure renfermé dans des boules de tubes de verre mince, plongées aussi dans le mélange précédent, a passé à l'état solide. Celui qui tenait le tube croit s'être aperçu de ce changement d'état par une petite secousse que sa main a éprouvée, et qui a pu être occasionnée par la retraite subite du mercure ; phénomène semblable à celui qu'on observe lorsque le phosphore se fige. On a de plus observé qu'une portion du métal était cristallisée.

On s'est ensuite assuré de la solidifaction du mercure, en le battant sur un tas avec un marteau, refroidis l'un et l'autre dans le second mélange, c'est-à-dire, à la température de — 17° ; il s'est fortement aplati dans cette opération. Un des instituteurs a mis dans sa main ce métal ainsi aplati et encore solide, qu'il a tenu pendant un certain temps ; il en a éprouvé une sensation douloureuse et semblable à celle que produit une brûlure ; le mercure y a laissé une trace blanche qui a rougi ensuite ; cette trace était encore sensible plusieurs jours après l'expérience.

On a remarqué qu'à la température de — 31°, l'addition de neige n'augmentait plus le froid, qu'au contraire elle le diminuait par une production de chaleur; cet instant était facile à saisir, parce qu'alors la neige surnageait l'acide en forme de petits glaçons.

Après cette expérience, on a fait les deux suivantes :

1.° On a pris un creuset de charbon, dans lequel on a versé huit onces de mercure qui était à la température + 8°, marquée par un thermomètre très-sensible qui était plongé dans ce fluide, et dont le mercure pesait (1) 66 décigrammes 88 centièmes. On a jeté ensuite dans ce bain 515 décigrammes 90 centièmes de mercure prêt à se geler, c'est-à-dire, dont la superficie de convexe devenait concave. Lorsque la température du mélange est devenue uniforme, le thermomètre s'est trouvé à zéro.

2.° Dans un bain semblable au précédent, mais dont la température était — 3°, on a pris une boule de mercure, congelé suivant le procédé

(1) Le décigramme vaut, comme l'on sait, 1 grain 88 centièmes et demi environ, en conformité de la loi du 18 germinal an III.

déjà décrit, et qui pesait également 515 décigrammes 90 centièmes. Lorsque la boule a été entièrement fondue, le thermomètre d'observation était à — 20 degrés.

Dans ces deux expériences, le thermomètre a descendu avec une vîtesse qui n'a pas permis de suivre sa marche ; il est resté fixe un moment, c'est alors qu'on l'a observé ; il est remonté ensuite graduellement.

La première de ces deux expériences avait pour objet de faire reconnaître de combien de degrés une masse connue de mercure, à la température qui convient à la congélation de ce métal, abaisserait la température d'une autre masse de mercure, dont le poids et la température seraient donnés. Dans cette masse était plongée la boule d'un thermomètre à mercure, qui servait à indiquer les températures.

On ajoutera à la masse de mercure, celle du métal contenu dans le thermomètre, et l'on fera abstraction du calorique renfermé dans le verre du thermomètre et dans les parois du vase. Cette abstraction altérera les résultats ; mais on n'a aucun moyen de faire les corrections nécessaires. On observera seulement que le vase qui contenait le bain, était un charbon percé à dessein ; et comme cette substance est peu conductrice, on peut regarder comme petite, l'altération qu'elle aura produite dans les résultats.

Le poids total du mercure, du bain et de la boule de mercure, était de 2512 décigrammes 61 centièmes $= A$. Celui de la masse refroidie au degré de la congélation du mercure, était de 515 décigrammes 90 centièmes $= B$.

Le mercure du bain était d'abord à 8 degrés au-dessus de la glace, et par l'immersion de la petite masse froide, le tout fut amené à zéro.

D'après cela, si le mercure était également dilatable à toutes les températures, c'est-à-dire, si la même quantité absolue de calorique opérait la même dilatation dans la même masse, quelle que fût la température actuelle, en nommant $-n$ le degré de la congélation du mercure, on devrait avoir $8A = -Bn$; d'où l'on tirerait $n = -\frac{8A}{B} = -\frac{20100,88}{515,90}$ $= -39$ environ ; c'est-à-dire, que le degré de température de la congélation du mercure serait $-39°$, tandis que la première des expériences précédentes ne donne que $-31°$ pour cette température,

Il suit de-là que, dans les degrés voisins de la congélation, le mercure n'est pas aussi dilatable que dans les degrés plus élevés ; et que ce liquide se comporte à-peu-près comme celui de l'eau, qui, près de la température de la glace, est peu dilatable, moins même que le verre, et dont la dilatabilité augmente peu à peu, et devient enfin très-grande dans les températures voisines de l'ébullition.

On a négligé le calorique fourni dans cette expérience par le verre du thermomètre et par les parois du vase. Il est évident que sans ce calorique, la température aurait été plus abaissée qu'elle ne l'a été ; et qu'au lieu de s'arrêter à zéro, elle aurait descendu un peu au-dessous. Dans les calculs précédens on aurait eu, dans l'équation $n = -\frac{8A}{B}$, un coëfficient un peu plus grand que 8 ; ce qui aurait donné pour la température hypothétique de la congélation du mercure, un nombre plus bas que -39° ; mais aussi il faut remarquer que la différence dont il s'agit ici, ne peut pas être très-grande, et que c'est peut-être la porter trop loin, que de supposer $-39^\circ,5$ pour cette température hypothétique.

Dans la seconde expérience, on avait pour objet de rechercher la quantité de calorique absorbée par le mercure, pour passer de l'état solide à l'état liquide. Pour cela, dans un bain tout-à-fait semblable à celui de l'expérience précédente, mais à la température de 3 degrés au-dessous de la glace, on a jeté une boule de mercure congelée du poids de 515 décigrammes 90 centièmes. Cette boule s'étant fondue, la température du mélange s'est fixée à 20 degrés au-dessous de la glace ; ainsi le refroidissement du bain a été de 17 degrés.

Le refroidissement est la somme de deux effets : 1.° de celui occasionné par la fusion du mercure, en liquide de même température ; 2.° de l'élévation de température de ce mercure rendu liquide, jusqu'à celle de -20°. Il faut, de ce résultat, séparer le second effet, afin de connaître le premier.

Pour cela, observons que le mercure, rendu liquide à la température de -31°, a été porté à la température de -20° ; ce qui indique une élévation de 11°. Or si, dans l'expérience précédente, une masse semblable, pour s'élever de -31° à zéro, a refroidi de 8 degrés la masse du même bain, on trouvera, par la proportion suivante (en regardant

le mercure comme ayant une dilatabilité constante), de combien la masse du bain a dû être refroidie par l'élévation de température de la boule de mercure rendue liquide.

$$31° : 11° : 8 : x = 2{,}84.$$

Ainsi le refroidissement occasionné par l'élévation de la boule rendue liquide, serait 2°, 84; retranchant ce nombre de 17° de refroidissement éprouvés par le bain, il reste 14°, 16 qu'il faut attribuer à la fusion seule du mercure. Enfin, pour trouver à quelle température le calorique absorbé par la fusion aurait porté la masse du mercure liquide, s'il n'avait été appliqué qu'à cette seule masse, nommant x le degré de cette température, on a l'équation suivante : $2512{,}61 \times 14{,}16 = 515{,}90\, x$: ce qui donne $x = 68{,}96$.

On voit donc que, quand le mercure congelé se fond pour se convertir en mercure coulant de même température, il absorbe une quantité de calorique, qui, si elle était portée sur ce même mercure coulant, éleverait la température de 68°,96, et la porterait à 37°,96 au-dessus du terme de la glace.

Dans le raisonnement que l'on vient de faire, on a supposé que la dilatabilité du mercure était constante, tandis qu'il est certain qu'elle va en décroissant à mesure que le métal approche de la température de la congélation. Il nous faudrait une suite d'expériences pour reconnaître, d'une manière suffisante, la loi du décroissement de cette dilatabilité. A défaut d'expériences, nous pouvons au moins rechercher dans quel sens est l'erreur que nous avons dû commettre.

1.° Les 11° d'élévation de température qu'a pris le mercure coulant, sont tout au bas de l'échelle du mercure liquide, et dans la partie où il est le moins dilatable; donc l'abaissement que cette élévation a dû occasionner dans la masse du bain à — 3°, a dû être plus grand que 2°,84, ainsi que nous l'avons trouvé; donc la portion de cet abaissement, qu'il faut attribuer à la simple fusion de la masse congelée, ne doit pas être tout-à-fait aussi grande que 14°,16. Il suit de-là, que si le calorique absorbé par le mercure congelé, pour devenir liquide, était porté sur cette masse liquide seule, il n'éleverait pas sa température de 68°,96.

2.° Cette quantité de calorique serait appliquée au mercure liquide,

dans la partie la plus basse de son échelle, et où il est le moins dilatable; donc elle le dilaterait moins que nous ne l'avons supposé. Il est vrai que, comme l'élévation qui en résulterait, serait d'environ 68°,96, il y aurait à-peu-près moitié du calorique appliqué au mercure liquide, dans une partie de son échelle où il est plus dilatable que dans la première expérience; ce qui diminue l'erreur. Mais il ne doit pas y avoir compensation exacte, parce que la dilatabilité du mercure ne croît pas d'une manière uniforme; et il est probable que l'excès du calorique absorbé, pour faire parcourir au mercure la moitié inférieure des 68°,96, sur la quantité moyenne, est plus grand que l'excès de cette quantité moyenne sur le calorique absorbé, pour parcourir l'autre moitié. Il y a donc deux raisons pour regarder le nombre 68°,96 comme trop grand.

Or les expériences analogues faites sur l'eau, apprennent que la glace à zéro, en se fondant pour se convertir en eau liquide à zéro, absorbe autant de calorique qu'il en faudrait pour porter cette eau de zéro à 60°. Il se présente donc ici un résultat assez singulier, c'est que, jusqu'à ce qu'on ait fait des expériences plus nombreuses, on peut dire que la glace à zéro, et le mercure congelé, pour se convertir en liquides, absorbent le calorique qui serait nécessaire pour élever, d'environ 60°, les liquides correspondans, pris d'abord chacun à la température de sa propre congélation.

En prenant pour base du calcul précédent l'expérience de *Cavendisch*, laquelle paraît aussi mériter quelque confiance, et qui fixe le degré de la congélation du mercure à — 32°,5, on trouve que la quantité de calorique nécessaire pour fondre le mercure solide, éleverait de nouveau la température de ce même mercure coulant, à 67°,7; résultat qui est encore plus favorable à la dernière conséquence que nous venons de tirer.



PHYSIQUE PARTICULIERE
OU
CHIMIE.

On a vu qu'il entrait dans le plan de cette école, de lier la chimie à toutes les autres connaissances exactes, et de faire également exécuter par les élèves la série du travail propre à rendre leur instruction complète.

Il n'était donc pas moins indispensable de faire précéder les exercices ordinaires et annuels par des cours rapides, pour initier les élèves dans cette partie, dont leur examen ne supposait aucune étude préliminaire, et qui devaient servir en même temps à préparer la formation des trois divisions destinées à représenter, dès l'ouverture de l'école, les classes qui s'établiront naturellement dans la suite, par l'époque de l'entrée et les degrés d'instruction acquis dans la première et dans la seconde année.

COURS PRÉLIMINAIRES.

PREMIÈRE PARTIE.

SUBSTANCES SALINES.

Par le C.en FOURCROY.

Les mois de nivôse, pluviôse et ventôse ont été consacrés à ces premiers cours, suivant l'ordre indiqué par les programmes qui furent alors imprimés, et où les instituteurs avaient fait la distribution des matières.

Les vingt-quatre séances de nivôse ont été consacrées à la première partie de la chimie, qui, suivant la division établie dans les programmes, et relative aux trois années d'études, ou aux divers degrés d'instruction des élèves, comprenait l'histoire des matières salines.

Mais comme cette partie du cours était en même temps celle qui ouvrait toute l'instruction, et qui formait une véritable inauguration, le professeur a commencé par faire sentir aux élèves l'utilité et les avantages des sciences physiques, par rapport à la connaissance, à l'exercice et au perfectionnement de tous les arts; il a fait voir les rapports et la liaison qui existent entr'elles, la nécessité de les cultiver ensemble, et de faire marcher de front leurs principes et leurs élémens.

Descendant ensuite à la chimie en particulier, qu'il a présentée comme une branche de la physique, qu'on doit appeler *physique particulière*, après en avoir donné la définition, fait connaître le but et les moyens, il s'est particulièrement attaché à exposer la connexion immédiate de cette science avec tous les arts dont la réunion est nécessaire à l'entreprise et à l'exécution des travaux publics. Il a prouvé que c'était à tort et au détriment de tous les arts de construction, depuis le plus simple jusqu'au plus composé, qu'on avait jusqu'ici négligé l'étude de la chimie, dans celle des différentes parties de leur étude.

L'examen des matières salines qui appartenait à cette première partie du cours de chimie, exigeait qu'on offrît d'abord aux élèves les premiers principes de cette science, en les appliquant sans relâche à l'objet de leurs études. On a donc parlé des attractions ou affinités chimiques, à l'existence et à l'exercice desquelles tiennent et la théorie et la pratique de la chimie. Des expériences choisies parmi les plus simples et les plus claires, ont servi à déterminer les phénomènes constans ou les lois des affinités. Quelques applications immédiates à différens genres de constructions ont fait voir qu'il n'était pas permis d'ignorer ces lois, pour la réussite et le perfectionnement des travaux que les constructions nécessitent; les fautes même que cette ignorance a trop souvent produites, ont été présentées comme preuves irrésistibles des avantages de la chimie pour les arts.

L'exposé des principes, et l'ordonnance des idées étant la base de toute étude, on a comparé les diverses manières d'étudier et d'enseigner la chimie, qui ont été adoptées par les professeurs les plus renommés. Celle qui consiste à considérer les corps naturels, classés méthodiquement d'après leurs caractères chimiques, c'est-à-dire, d'après leur ordre de simplicité ou de composition, a été préférée. Les quatre grandes divisions de ces

corps présentées dans le programme, ont été détaillées et exposées avec les raisons sur lesquelles elles sont fondées, et tous les développemens importans qui en assurent le partage naturel.

On a fait remarquer que l'ordre établi dans les études de l'école, comportait l'examen des deux premières divisions dans cette première partie du cours de chimie, en sorte que cette première section du cours était naturellement divisée en deux; savoir, 1.° la connaissance des grands corps, regardés autrefois comme élémens, et qui forment les foyers et les matériaux de toutes les compositions, comme l'étude de leurs propriétés forme la base de toute la doctrine chimique; 2.° l'examen particulier des matières salines, considérées dans leurs détails et dans leurs propriétés comparées.

L'examen de la lumière, du calorique, de l'air, de l'eau et des substances terreuses, a donné l'occasion d'exposer les bases de la doctrine chimique française sur la combustion, l'oxidation des métaux, leur réduction ou désoxidation, l'influence de l'atmosphère dans les phénomènes naturels, la nature, la décomposition et la récomposition de l'eau, le rôle important qu'elle joue dans l'altération et le changement successif des minéraux, dans la végétation, ainsi que la décomposition lente des corps organisés. De fréquentes applications de ces belles connaissances aux arts et à leurs progrès, ont fait sentir l'importance dont elles sont pour tous les hommes qui s'occupent des arts : toutes ont été d'ailleurs appuyées sur les expériences générales et capitales qu'on a faites avec soin sous les yeux des élèves, et qu'ils auront d'ailleurs l'occasion de répéter dans les exercices que les laboratoires particuliers préparent à leur curiosité et à leur instruction.

Ces prolégomènes qui embrassent d'un coup-d'œil tout l'ensemble de la science, qui ouvrent la carrière qu'elle offre à l'esprit humain, et qui en annoncent toute l'étendue, ont conduit naturellement à l'étude des matières salines. La combustion produit les acides, et l'acidification n'est que le résultat des diverses espèces de combustions lentes ou rapides : de-là l'étude de ces sels est simplement et très-naurellement la suite de celle des corps combustibles qui en forment les bases, ou qui en constituent les radicaux. On a donc successivement parlé des propriétés des

acides en particulier, après avoir fait connaître la théorie générale de la formation des acides, de leur action sur tous les corps, de leur décomposition, de leurs analogies, de leurs différences, de leur nature composée, et après en avoir présenté une division chimique, nouvelle et différente de ce qui a été offert jusqu'ici sur la même matière.

Les acides sulfurique et sulfureux, nitrique et nitreux, muriatique et muriatique oxigéné, carbonique, phosphorique et phosphoreux, fluorique et boracique, ont été examinés dans le plus grand détail, comme influant et intéressant le plus, soit par leur existence abondante et multipliée, soit par leurs énergiques attractions, soit par leur nature bien connue, soit enfin par les grands usages auxquels ils sont employés. On a décrit leurs propriétés dans l'état pur, leurs caractères physiques et chimiques, leur formation naturelle ou artificielle, leur extraction, leurs différens états, leur pureté ou leur impureté, leur altération par la lumière, l'air, l'eau, les corps combustibles; enfin leurs combinaisons salines, neutres ou excédentes par la base ou l'acide, naturelles ou artificielles, binaires ou ternaires, qui sont si utiles à connaître d'après l'emploi journalier qu'on en fait dans une foule d'ateliers, et les services qu'ils rendent à la société.

Quant aux acides métalliques et aux acides tirés des végétaux et des animaux, et dont la composition est si différente de celle des acides minéraux, on n'a fait que jeter un coup-d'œil rapide sur leurs propriétés comparées à celles des premiers, parce que leur histoire complète appartenait aux autres parties de ce cours.

Dans chaque séance on a toujours associé la pratique, l'expérience, à la théorie; aucune assertion n'a été avancée qu'elle ne ressortît immédiatement comme résultat immédiat d'un fait vérifié, d'une expérience sensible à tous les yeux, exposée à tous les regards. On a non-seulement insisté avec dessein sur celles qui étaient plus immédiatement applicables aux arts, dont la pratique est le but de l'école des travaux publics; on a encore eu le soin de répéter avec plus d'attention, avec plus d'exactitude, celles qui présentaient des résultats nouveaux, faits pour donner une base inébranlable à la théorie française, ou pour fournir quelque vue nouvelle d'application aux arts, aux besoins de la société. C'est ainsi qu'on a

répété l'expérience de la décomposition de l'acide carbonique par le phosphore, qui n'avait point été présentée jusqu'ici dans les cours; c'est dans les mêmes vues qu'on a fait voir l'état de concentration extrême et quelquefois même de solidité qu'on peut donner aux acides par le refroidissement. Ce dernier phénomène a présenté plusieurs résultats piquans et nouveaux sur l'acide sulfureux, l'acide nitreux, l'acide muriatique oxigéné, en raison du froid violent qui a régné pendant presque toute la durée du mois nivôse an III, &c.

Un résumé général a terminé cette première partie du cours de chimie, et préparé par l'ensemble et la comparaison des connaissances acquises, l'esprit des élèves à recevoir celles qui devaient leur être données les mois suivans, sur les propriétés chimiques des substances végétales et animales, ainsi que sur celles des métaux et des minéraux proprement dits.

DEUXIÈME PARTIE.

SUBSTANCES VÉGÉTALES.

Par le C.[en] CHAPTAL (1).

QUOIQUE, dans le système général de la nature, tous les corps aient des points de contact et des propriétés communes qui les rapprochent, et semblent en faire une chaîne continue, cependant on ne peut s'empêcher de reconnaître que les êtres vivans ont un caractère particulier, et des propriétés si différentes, qu'ils forment une classe entièrement séparée de tous les autres corps. En effet, outre la forme constante, la texture particulière, la nature des substances qui entrent dans leur composition, les êtres organisés ont un principe d'action, une force qui leur est propre, qui leur donne la faculté de s'approprier les corps qui les environnent, d'en altérer la composition première, d'en séparer les parties constituantes, d'en changer les proportions, et de former ainsi des combinaisons nouvelles

(1) En l'absence du citoyen *Chaptal*, le citoyen *Chaussier*, qui le remplace, a rédigé cet article.

pour servir à leur développement, à leur nutrition, à leurs diverses fonctions. Cette force organique qui constitue la vie, est d'un ordre bien différent de l'attraction qui rapproche les molécules des corps inertes, de cette affinité qui détermine leur composition. Elle présente des phénomènes intéressans et nombreux, des combinaisons délicates, faciles à s'altérer lorsqu'on les soumet à l'action du feu, et des dissolvans le plus ordinairement employés dans l'analyse des minéraux et des corps inertes. Aussi pour parvenir à saisir la nature intime des êtres organisés, les lois de leur composition, pour en bien connaître les produits, en tirer des inductions applicables à nos besoins, à nos arts, il faut en faire une étude suivie, et employer dans leur examen des méthodes particulières d'analyse. Ces considérations font sentir les avantages et la nécessité des cours particuliers de chimie végétale et animale; elles ont déterminé le citoyen *Chaptal*, chargé de l'enseignement préliminaire de la chimie végétale, à diviser ce cours en deux parties. Dans la première, il a considéré le végétal vivant, ses fonctions, ses produits; dans la seconde, il a examiné le végétal mort, et les altérations qu'il éprouve.

Après avoir exposé les principes généraux de l'organisation des végétaux, il a parlé des substances qui servent à leur développement, à leur nutrition, des conditions qui la favorisent, des circonstances qui peuvent la retarder; ce qui a naturellement amené des observations sur la fertilisation des terres, la théorie des engrais, des arrosages, sur l'art de marner, de labourer.

L'instituteur a ensuite passé à l'examen chimique des substances produites dans les végétaux par l'action combinée des principes de l'organisation et des causes physiques et externes: il a successivement traité du muqueux ou mucilage, des huiles, des résines, de la fécule, du gluten, du sucre, des acides que la végétation produit, de ceux que l'art forme en traitant les végétaux, des alkalis que l'on peut en extraire, des parties colorantes, des bois, de l'extractif, de l'arome, de l'eau et du gaz oxigène que les végétaux exhalent par leur transpiration.

Chacun de ces articles a fourni à l'instituteur l'occasion de faire connaître l'emploi de ces substances pour les arts dans les manufactures, et d'indiquer des moyens de perfectionnement ou d'économie: ainsi, en traitant des huiles,

non-seulement il en a fait connaître les diverses espèces, les moyens de les extraire, de les conserver, de prévenir la rancidité, d'y remédier lorsqu'elle a lieu, de former des savons, d'en connaître les altérations frauduleuses ; mais encore il a montré le moyen de préparer sur-le-champ et à peu de frais des liqueurs savonneuses pour les usages domestiques.

En traitant des résines, il a fait connaître l'art de préparer les différentes espèces de vernis ; il a indiqué le procédé qu'il a employé avec avantage dans ses fabriques d'acide sulfurique. On sait que l'on prépare cet acide, par la combustion du soufre, dans de grandes chambres dont les parois sont recouvertes de lames de plomb. Le citoyen *Chaptal* y a suppléé avantageusement par une sorte de vernis, composé de parties égales de cire, de résine et de térébenthine, qu'il a fait fondre ensemble, et que l'on applique chaud sur les murs de la chambre ; ce qui forme une sorte d'enduit qui pénètre de plusieurs lignes les parois de la chambre, et les rend inattaquables par les vapeurs de l'acide sulfurique.

L'examen des parties colorantes a également fourni des observations importantes sur l'art de la teinture, la manière de fixer les couleurs, d'en préparer de nouvelles espèces, &c.

Dans la seconde partie du cours, le citoyen *Chaptal* a considéré l'action combinée de l'air, de l'eau, de la terre et du colorique sur le végétal mort, et il a fait connaître les altérations successives qui en résultaient ; ce qui a naturellement amené l'examen de la combustion, de la carbonisation, la préparation de quelques plantes pour la fabrication des toiles, du papier, la théorie de la pétrification, la formation des houilles, des charbons de terre, les différentes espèces de fermentation, et enfin la putréfaction qui sépare les différentes substances que l'organisation végétale avait réunies, et forme le terreau et la terre végétale qui servent à la reproduction de nouveaux individus.

Ce plan, qui fait connaître tous les produits de la végétation, leur emploi dans les arts, et fournit occasion à une multitude de recherches et d'applications importantes, est suivi dans le cours annuel qui se fait actuellement par le citoyen *Chaussier*, pendant l'absence du citoyen *Chaptal* : on donnera dans la suite de ce bulletin la notice de ce cours, et du travail que les élèves ont fait dans leurs laboratoires particuliers depuis le mois de germinal.

DEUXIÈME PARTIE.

SUBSTANCES ANIMALES.

Par le C.en BERTHOLLET.

Les substances animales ont avec les substances végétales, des rapports et des différences de composition qui servent à rendre raison des propriétés qui sont communes entr'elles ou qui les distinguent. On a cru devoir faire connaître d'abord les principes par lesquels elles diffèrent, et en déduire les produits qui caractérisent toute l'analyse animale.

L'azoth fixé dans les substances animales, constitue principalement leur caractère distinctif : on en a établi l'existence par des expériences décisives, et on a fait voir que la production de l'ammoniac par l'action de la chaleur, était due à ce principe, tandis que dans les mêmes circonstances, les substances végétales pures donnent un acide : on a déduit de-là la cause de la putréfaction qui accompagne la décomposition des substances animales à l'aide de l'eau, pendant que les substances végétales éprouvent une fermentation spiritueuse ou acide.

On a suivi après cela l'analyse des principales substances qui constituent la classe animale ; on a principalement insisté sur les considérations qui pouvaient devenir utiles dans les arts et dans l'économie rustique ; on a établi les principes de l'art de faire les colles fortes, de préparer l'ammoniac et le muriate d'ammoniac ; on a indiqué les expériences par lesquelles on pouvait reconnaître les qualités des alimens qui favorisent la production du lait, et celles qui pouvaient servir à perfectionner la fabrication des fromages.

On a sur-tout fait connaître dans l'acide prussique, les propriétés par lesquelles il peut être utile dans l'analyse chimique et dans les usages des arts : ainsi l'on a montré comment l'on pouvait rétablir les couleurs noires, dégradées, par le moyen du prussiate de chaux et d'un peu d'acide sulfurique, et produire des bleus, et sur-tout de beaux verts, par le moyen de la même liqueur.

De toutes les analyses particulières et des propriétés déjà connues de

l'air,

l'air, on a déduit l'explication de plusieurs phénomènes de l'animal vivant. On a fait connaître les changemens qu'éprouve le sang dans le poumon, la cause de la chaleur animale, qui est produite par la combinaison de l'oxigène, et qui se dégage dans le courant de la circulation; on a présenté des conjectures appuyées sur l'observation, relativement aux accidens des fièvres et des inflammations; on a suivi les effets que l'acide phosphorique produit dans l'économie animale, sur-tout lorsqu'il n'est pas évacué par les urines, dans les mêmes proportions qu'il se développe par l'action vitale.

TROISIÈME PARTIE.

SUBSTANCES MINÉRALES.

Par le C.[en] GUYTON (1).

On a également suivi, pour la *chimie minérale*, la distribution des matières annoncées par le programme, et auxquelles devaient être consacrées les vingt-quatre leçons du troisième mois.

Un des principaux objets était d'initier les élèves dans la connaissance des substances infiniment variées qui appartiennent au système minéral, de les familiariser avec le langage approprié aux observations qui les font retrouver et reconnaître : on a mis pour cela sous leurs yeux un tableau réduit des caractères extérieurs de *Werner*, qui leur indique l'ordre dans lequel ils doivent interroger leurs sens, et les expressions adoptées pour en consigner les jugemens; qui rappelle tous les principes de la méthode descriptive, sans les surcharger de ces détails que l'intelligence peut suppléer même avant l'habitude.

Ce tableau pouvant être considéré comme une formule de signalement à remplir, on a cru qu'il convenait de le placer à la suite de cet article: la description d'un minéral n'est en effet autre chose qu'un signalement rédigé dans un langage convenu. Il suffit que cette convention fixe et

---

(1) Le citoyen *Pelletier* a fait une partie des séances de ce cours, conjointement avec le citoyen *Guyton*.

rappelle d'une manière commode les remarques essentielles : la présence de l'objet fera le reste ; elle inspirera tout naturellement l'idée de comparaisons empruntées des choses les plus familières, qui traceront bien plus sûrement la ligne de circonscription, que des définitions préparées à l'avance, dont on ferait un gros répertoire avant d'épuiser toutes les nuances, tous les accidens, tous les écarts, et que personne ne s'astreindra jamais, ni à retenir littéralement, ni à consulter en toutes occasions. En un mot, faire consister la science du minéralogiste dans ces phrases scholastiques, ce serait mettre le rapprochement laborieux des traits et des couleurs d'un tableau au-dessus de l'impression rapide que fait éprouver une physionomie connue, avant que l'on ait pensé à définir ce dont elle se compose.

Personne ne contestera aujourd'hui la nécessité de se former un système des caractères extérieurs des substances dont on veut étudier la nature et connaître les propriétés (1) ; cependant il est tout aussi évident que rien ne jetterait plus de confusion dans la minéralogie, que des expressions si minutieusement circonscrites, qu'elles ne conviendraient réellement qu'à l'échantillon qui leur aurait servi de type ; qu'il faudrait par conséquent autant de descriptions qu'il y aurait d'échantillons, ou peut-être de fragmens connus. C'est ce qui arriverait infailliblement si l'on ne se bornait aux caractères constans, ou du moins les plus habituels, si l'on ne donnait à leur expression une certaine latitude d'application.

Il doit y avoir sans doute quelque différence entre une description de catalogue et une description classique ; c'est ce qui ne paraît pas avoir été bien senti jusqu'à présent. Dans la première, il suffit de nommer les objets généralement connus ; le plus grand intérêt est de noter ce qui particularise le morceau, afin d'ajouter à la somme des faits qui composent la science. Un catalogue exact et bien raisonné sur ce plan, est un ouvrage précieux pour présenter un bel ordre, pour constater des phénomènes qui se rencontrent rarement, des accidens qui semblent en opposition avec les lois ordinaires, et conduisent ainsi à de nouvelles analogies ; mais il ne peut former un livre élémentaire.

---

(1) Le rédacteur de cet article a été l'un des premiers à appeler l'attention des savans sur cet objet. C'est à son invitation que la C.nne *Picardet* a entrepris la traduction de l'ouvrage de *Werner*, imprimée à Dijon en 1786.

La description classique, au contraire, doit être faite dans la vue de servir de pierre de touche au minéralogiste commençant, et de lui apprendre à reconnaître un même genre, une même espèce dans tous les pays et dans tous les cabinets, sans y chercher des nuances d'échantillon, sans s'arrêter à des modifications accidentelles, pour ainsi dire extrinsèques, si nombreuses et si variées, qu'il serait impossible d'en faire l'énumération.

C'est d'après ces principes que l'on a fait usage des caractères extérieurs dans les démonstrations des substances minérales, et que l'on a pensé qu'il serait avantageux d'en présenter le système complet dans un seul tableau.

La nomenclature souvent fausse, toujours arbitraire et incohérente, des anciens minéralogistes, était l'un des plus grands obstacles aux progrès de cette étude, à laquelle il fallait consacrer une partie de sa vie, comme dans la botanique, pour en apprendre seulement la synonymie. Ces dégoûts o t été écartés par l'appropriation des dénominations de la chimie française aux substances fossiles congénères, et en adoptant pour les autres les rectifications dont le citoyen *Hauy* a si bien fait sentir la nécessité dans ses mémoires sur la structure des cristaux (1).

On a cru d'autant moins devoir hésiter, que les étrangers nous ont donné les premiers l'exemple de cette application de notre nomenclature chimique à la minéralogie : le célèbre *de Born* en a fait usage dans le *Catalogue méthodique et raisonné* de la belle collection de fossiles d'*Éléonore de Raab*, qu'il a publié à Vienne en 1790. La théorie à laquelle se relie cette nomenclature, après avoir subi, depuis huit à neuf ans, tous les chocs qui accompagnent les grandes révolutions dans les sciences, comme les révolutions politiques, est présentement avouée des premiers chimistes de tous les pays, de ceux même qui l'avaient le plus fortement combattue (2). Ce rapprochement enfin devenait une condition essentielle de l'unité de système dans un plan d'enseignement qui devait faire marcher de front la

(1) Annales de Chimie, *juin 1793*.

(2) On vient d'apprendre par une lettre de Van-Mons, que *Gren* et avec lui la plupart des chimistes du nord de l'Allemagne, viennent, à l'exemple des *Black*, des *Kirwan*, &c., d'abandonner la doctrine de *Stahl*, et travaillent à réfuter eux-mêmes ce qu'ils ont publié pour sa défense.

description et l'analyse, et ne s'arrêter aux apparences que pour les confirmer ou les détruire par la séparation radicale des principes constituans.

Pour donner à la spécification des objets et à l'observation des phénomènes ce degré de précision, sans lequel on s'expose à recueillir autant d'erreurs que de vérités, les élèves ont été mis en possession de deux instrumens beaucoup trop négligés jusqu'à présent.

Le premier est l'aréomètre de *Nicolson*, dont on a donné la description et la théorie dans le Dictionnaire de chimie de l'Encyclopédie méthodique *(tome II, p. 364)*, qui tient lieu d'une balance hydrostatique, qui dispense de l'appareil qu'elle entraîne, même de l'eau distillée, qui rend l'opération beaucoup plus expéditive, donne par lui-même les corrections des variations de température et de pression, et réunit à l'avantage d'être portatif pour le voyageur naturaliste, celui de déterminer jusqu'à la cinquième décimale la pesanteur spécifique des solides et des fluides : ainsi, par le moyen de cet aréomètre, l'expression de ce caractère, l'un des plus importans, deviendra plus exacte ; elle servira à établir des limites plus sûres et autrement avantageuses que l'échelle très-circonscrite des quatre ou cinq adjectifs comparatifs de *Werner*. Pour peu que l'expression de ce caractère ajoute à la classification d'un minéral, la facilité de le saisir ne permettra plus d'en présenter la description sans ce complément (1).

Le second instrument dont l'usage deviendra également précieux à ceux qui se le seront rendu familier, est le pyromètre à pièces d'argile, inventé par *Wedgwood*, et qui sert à mesurer la chaleur à un degré que les thermomètres ordinaires ne peuvent supporter. L'application qu'on en a faite à quelques opérations métallurgiques, dans les séances des 19, 21 et 24 ventôse, a bien prouvé son utilité. On a vu, par exemple, qu'un coup de feu porté à 130 degrés de l'échelle du pyromètre (ce qui répond à 7990 degrés du thermomètre de Réaumur), et qui faisait couler parfaitement le fer doux dans le cément charbonneux, n'était cependant pas suffisant pour donner, avec une riche mine de fer, un bouton d'essai rigoureux ; de

(1) On suppose qu'on a eu attention, en le construisant, de déterminer le rapport des poids de l'instrument au volume d'eau qu'il déplace, de manière que le poids additionnel qui décide son immersion, soit un nombre décimal ; ce qui abrège tous les calculs.

sorte qu'il doit rester pour constant que l'on est exposé à porter un faux jugement sur les résultats des opérations docimastiques, lorsqu'on néglige de s'assurer par ce moyen de l'intensité du feu nécessaire à leur réussite.

On s'était proposé de donner dans ce cahier l'instruction qui a été rédigée sur les principes de construction, et la manière de se servir de cet instrument, afin d'en étendre l'usage; mais on a pensé que pour atteindre ce but, il fallait pouvoir indiquer en même temps l'espèce d'argile qui convient pour les pièces pyrométriques, et la manière de les préparer, pour en obtenir des effets constans et comparables. C'est bien sûrement la difficulté de s'en procurer qui a empêché d'en multiplier les applications, quoique les mémoires de l'inventeur aient été publiés depuis long-temps (1). La détermination de ce procédé exige une suite d'expériences qui n'ont pu encore être terminées, et dont on attendra le résultat pour compléter l'instruction.

DANS la même vue de donner à cette partie de l'enseignement une marche sûre et rapide, on a accoutumé les élèves à faire usage des nouveaux signes chimiques, non pour remplacer le vain appareil scientifique des anciens caractères, ni pour substituer sans motifs des hiéroglyphes à des inscriptions, mais pour en construire, à la manière du célèbre *Bergman*, des symboles qui donnent la facilité de représenter ce qui se passe dans les opérations, le jeu de chacun des élémens qui y entrent, leur influence dans les résultats, les agens de leur décomposition, les produits de leur nouvelle combinaison; de donner ainsi un corps à ce qui ne pouvait être aperçu que péniblement par les yeux de l'esprit; de laisser quelques traces à l'impression passagère du nombre, des conditions, des positions respectives des ingrédiens; de préparer enfin des données pour le calcul des forces qui conspirent à produire le même effet. *Berthollet*, dans ses leçons à l'école normale (2), recommande ces tableaux figuratifs comme le plus sûr moyen de se conduire dans des recherches, et de rendre l'instruction facile aux élèves. Les signes y ajoutent un grand avantage; ils peignent tout-à-la-fois le composé et ses élémens; on en reconnaît

(1) *Voyez* Journal de Physique, *avril 1787*.

(2) Tome I, page 287.

encore les parties désassemblées dans les résultats de l'opération, au lieu que l'écriture (moins commode d'ailleurs pour ces tableaux) ne laisse apercevoir que des changemens de nom.

L'idée qu'on est porté à se faire d'abord de l'embarras de retrouver la valeur de ces signes, disparaît bientôt quand on fait attention que le système entier se réduit à 13, qui suffisent à tout. On grave en ce moment la même quantité de poinçons, au moyen desquels on pourra imprimer par la suite, dans ce bulletin, ceux de ces tableaux figuratifs qui, par leur nouveauté ou leur application, présenteront quelque chose d'intéressant; ce qui pourra contribuer aux progrès de la science, en en faisant sentir l'utilité, en répandant l'usage de cette méthode, que l'expérience de plusieurs années a déjà justifiée dans les cours de Dijon.

Malgré la rapidité avec laquelle il a fallu parcourir dans ces premières leçons toutes les parties de la chimie minérale, on a eu l'attention, à chaque séance, de présenter à l'observation des élèves, un petit nombre d'échantillons choisis, pour leur donner les premières idées de la distribution méthodique des ordres, classes, genres, espèces, sous-espèces et variétés.

Quelques-uns de ces morceaux ont ensuite servi à la démonstration des opérations diverses, telles que l'essai au chalumeau, la vitrification, la désoxidation, les dissolutions acides, &c.

L'examen des minéraux servant de matières premières aux arts, a naturellement amené le développement des procédés de ceux qui intéressent principalement l'économie et les ressources nationales industrielles. Pour en faciliter l'intelligence, les explications ont été accompagnées des dessins des machines qu'ils emploient, souvent même de modèles en relief.

C'est ainsi qu'on a fait connaître successivement la préparation des mortiers, cimens et bétons; les travaux des salines et marais salans; l'alunation et acidification des pyrites; le gissement et la fouille des charbons fossiles et des tourbes; l'exploitation des mines métalliques, et les différens états par lesquels on les fait passer pour servir à nos besoins; et les perfectionnemens importans que la chimie peut porter dans les ateliers.

La démonstration des matières volcaniques a été enrichie des observations et des vues que vient d'ajouter à cette partie intéressante de l'histoire

TABLE SYNOPTIQUE

DES CARACTÈRES EXTÉRIEURS DES MINÉRAUX,

Pour servir à déterminer la Série des Observations et les Expressions appropriées à la Méthode descriptive de WERNER.

ORDRE DANS LEQUEL ON CONSULTE LES SENS.				
LA VUE	APPARENCE EXTÉRIEURE.	FIGURE	commune	en masse, informe, en grains, superficiel, disséminé, &c.
			particulière	capillaire, tricoté, coralliforme, cellulaire, &c.
			régulière	en cube, en rhombe, en octaèdre, en tetraèdre, en prisme, avec pyramide, &c. La description d'un cristal n'est complète que lorsqu'elle indique, à la manière d'HAUY, le nombre des faces, leur figure, leur position respective, les angles d'inclinaison, les stries, leur direction, les variétés produites par assemblage ou macles. Cela est sur-tout indispensable, lorsqu'il s'agit d'une forme primitive ou secondaire peu connue, ou dont la loi de décroissement n'a pas encore été déterminée.
		COULEUR	blanc	de neige, blanc de lait, blanc rougeâtre, &c.
			gris	gris de fer, gris de perle, &c.
			noir	noir foncé, noir bleuâtre, &c.
			bleu	d'indigo, de prusse, violacé, &c.
			vert	vert de pré, vert de poireau, &c.
			jaune	de soufre, citrin, orangé, &c.
			rouge	de brique, écarlate, rose, &c.
			brun	rougeâtre, couleur de foie, &c.
		SURFACE	en druses, lisse, rude, &c.	
			rayée	en travers, en long, alternativement, &c.
		ÉCLAT	l'intensité	très-brillant, brillant, peu brillant, mat, &c.
			l'espèce	métallique, nacré, vitreux, &c.
		TRANSPARENCE	le degré	transparent, demi-transparent, translucide aux bords.
			la réfraction	simple, double.
	ASPECT INTÉRIEUR.	ÉCLAT	l'intensité	très-brillant, peu brillant, &c.
			l'espèce	métallique, nacré, vitreux, &c.
		CASSURE	compacte, anguleuse, conchoïde, fibreuse, à fibres torses, striée, en rayons divergens, feuilletée, à feuillets parallèles, à feuillets concentriques, &c.	
		FIGURE DES FRAGMENS	cubiques, cunéiformes, en grains, en éclats, en lames, en esquilles informes, &c.	*Nota.* On doit sur-tout porter attention aux *fragmens de coupe*, ou de *dissection*, ayant le poli naturel et qui servent à déterminer le mécanisme de la structure, suivant les principes d'HAUY.
LE TACT	TOUCHER	PESANTEUR	le degré	surnageant l'eau, léger, peu pesant, très-pesant, &c. On ne peut se dispenser aujourd'hui d'indiquer la pesanteur spécifique par le rapport avec l'eau, que l'on détermine facilement avec le pese-liqueur de NICOLSON.
		DURETÉ	le degré	cédant à l'ongle, au couteau, à la lime; étincelant avec l'acier; rayant le verre, le cristal de roche, les gemmes; tendre, très-tendre, &c.
		FLEXIBILITÉ	pliant, élastique, &c.	Il convient d'ajouter le *magnétisme* et *l'électricisme*, qui appartiennent certainement plus à la description qu'à l'analyse. J'entends par électricisme la propriété de conduire le fluide électrique et celle de s'électriser par chaleur ou par frottement; la première forme un caractère important pour les métaux et les carbures; la seconde a déjà été employée avantageusement par DAUBENTON, pour les cristaux congénères à la tourmaline.
		DUCTILITÉ	malléable, aigre, &c.	
		COHÉSION	très-tenace, fragile, friable, &c.	
		GRAS	onctueux, savonneux, &c.	
		FROID	le degré.	
		TACHURE	la couleur, son éclat.	
		RACLURE	changemens qu'elle produit dans la couleur et dans l'éclat.	
		HAPPEMENT À LA LANGUE	très-fort, médiocre, faible, nul.	
L'ODORAT		ODEUR	le degré	forte, faible, nulle.
			l'espèce	bitumineuse, sulfureuse, urineuse, argileuse, &c.
LE GOÛT		SAVEUR	le degré	forte, faible, nulle.
			l'espèce	acide, alcaline, salée, styptique, amère, terreuse, &c.
L'OUIE	LE SON	SONORE	comme l'ardoise, l'arsenic, l'étain qu'on plie, &c.	

naturelle le citoyen *Dolomieu*, qui a bien voulu prêter quelques morceaux de la belle collection qu'il a rapportée de ses voyages. Des fragmens de ces échantillons, essayés au chalumeau, ont servi à établir la distinction importante des laves en apparence semblables et de même origine, tandis que les unes, provenant de pétrosilex, donnent un émail blanc, et les autres, provenant de roche cornée, se fondent en un verre noir.

Dans les deux séances consacrées à l'examen des eaux, dont on s'est attaché à préciser les méthodes d'analyse et de composition, on n'a pas négligé de recueillir les faits qui pouvaient éclairer la théorie. C'est ainsi qu'en traitant les eaux sulfureuses, on a eu la confirmation du phénomène observé la première fois par *Fourcroy*, de la précipitation du soufre en quantité sensiblement plus considérable, par l'acide sulfureux; ce qui démontre la différence entre l'acide sulfurique et l'acide sulfureux; qui prouve que ce dernier n'est réellement que de l'eau imprégnée de gaz sulfureux, et qu'il ne subit aucun changement dans cette union, jusqu'à ce que la combustion lente en ait transformé une partie en acide sulfurique.

COURS ANNUELS.

L'OUVERTURE des cours annuels de chimie s'est faite au mois de germinal, suivant le plan d'organisation de l'école.

Indépendamment des difficultés occasionnées par les circonstances que toutes les parties de l'établissement ont éprouvées, et dont la chimie devait d'autant plus se ressentir, qu'elle exige un local approprié, des instrumens d'une longue exécution, et un plus grand approvisionnement de toute sorte de matières, il se présentait ici une autre difficulté attachée à la première exécution de cette partie si précieuse du plan d'organisation, qui appelle les élèves à opérer eux-mêmes dans des laboratoires particuliers. On s'était bien appliqué, dans les cours préliminaires, à les disposer à ce travail, en leur faisant remarquer la manipulation des expériences qui remplissaient les séances. On avait encore eu la précaution de réunir plusieurs de ceux qui montraient le plus de dispositions, dans le laboratoire

formé à la commission des armes, pour les initier à la pratique des opérations. Mais on n'a pas tardé à sentir qu'ils n'étaient ni assez avancés, ni en assez grand nombre pour représenter, dans cette première année, ceux qui, dans la suite, devaient servir de guides aux nouveaux admis; de sorte qu'en leur ouvrant des laboratoires tout formés, c'était s'exposer à les voir détruire, et consommer en pure perte des instrumens dont ils ne connaissaient pas l'usage, des matières montées à un haut prix, ou difficiles à remplacer; peut-être même à devenir victimes de quelques tâtonnemens imprudens, que les professeurs et les instituteurs artistes attachés à chacune des trois divisions, ne pourraient prévenir par une surveillance assez assidue.

Le conseil arrêta en conséquence, qu'il ne serait ouvert d'abord que deux laboratoires d'élèves pour chaque division; que les instituteurs arrêteraient les listes de ceux qu'ils jugeraient devoir y être admis; que les instrumens, vaisseaux et matières ne leur seraient délivrés par le conservateur, que successivement et pour le besoin des opérations indiquées par les professeurs; que ces opérations seraient dirigées dans la vue d'approvisionner ces laboratoires par leurs produits; que le chef de brigade serait chargé de tenir journal de toutes les opérations et de leurs résultats; que les autres laboratoires ne seraient ouverts que lorsqu'il se présenterait un nombre suffisant d'élèves ayant fait preuve d'application à cette partie; enfin que dans les nouvelles listes qui seraient formées à ce sujet, on observerait de comprendre quelques-uns des élèves déjà exercés, en les remplaçant dans les laboratoires d'où ils auraient été tirés.

Ce règlement, qui a reçu l'approbation des trois comités, n'a pas servi seulement à maintenir une juste économie; il a produit parmi les élèves une émulation utile, en les appelant à montrer le fruit qu'ils avaient retiré des premières leçons : ceux qui ont été admis à pratiquer, ont senti l'avantage de commencer à travailler les matières brutes, pour en suivre les rectifications jusqu'au degré qui les rend propres aux usages chimiques; tous ont mis avec ardeur la main à l'œuvre, convaincus que la science n'est pas complète, quand elle reste dans une dépendance aveugle des arts qui lui fournissent ses instrumens et ses matériaux.

PREMIÈRE DIVISION.

CHIMIE DES SELS.

Par le C.^{en} VAUQUELIN.

A quelque partie d'une science qu'on se livre, il est toujours nécessaire, lorsqu'on desire y faire des pas rapides et assurés, de faire précéder les raisonnemens généraux d'où tous les autres découlent, et qui s'appliquent à toutes les opérations particulières.

Convaincu de cette vérité, on a fait connaître, avant de passer aux matières salines, les grands instrumens dont on a besoin à chaque instant pour arriver aux vérités chimiques, qui se trouvent eux-mêmes par-tout, et qui jouent des rôles importans dans toutes les opérations de la nature et des hommes. Ainsi, on a commencé par la définition de la chimie, l'objet dont elle s'occupe, les moyens qu'elle emploie, le but qu'elle se propose, et son utilité pour la société. On s'est attaché à bien faire connaître les moyens de la chimie, l'analyse et la synthèse; l'on a insisté sur les méthodes générales d'arriver à la connaissance exacte des principes des corps et de leurs proportions, sur les précautions à prendre pour éviter les erreurs. On a fait sentir aussi la nécessité de la synthèse, pour porter le caractère de la vérité sur les opérations de l'analyse, ou même pour la remplacer, lorsqu'elle est incapable d'arriver au but qu'elle s'était proposé. De là on a passé à l'attraction considérée, soit entre des molécules homogènes, soit des corps hétérogènes; on a fait voir la dépendance qu'il y a entre l'attraction d'agrégation et l'attraction de composition, et comment l'une est toujours en raison inverse de l'autre.

On s'est arrêté particulièrement sur la nécessité de connaître les différens degrés de cette force, pour pénétrer jusqu'aux profondeurs de la chimie.

La lumière et le calorique ont fait l'objet des deux séances suivantes, dans lesquelles on a fait voir, par des exemples choisis, la manière générale d'agir de ces corps sur tous les autres, ainsi que l'analogie et la différence qu'ils présentent entr'eux.

L'histoire et les propriétés de l'air ont succédé à celle du calorique; on a

réuni et classé méthodiquement toutes les expériences qui étaient nécessaires pour bien faire concevoir l'action qu'il exerce dans une foule d'opérations : ainsi sa pesanteur, son élasticité, sa décomposition et sa recomposition, les proportions de ses principes, leur analyse et leur synthèse, &c. ont été démontrés avec beaucoup de soin.

On a ensuite exposé les propriétés générales de l'eau, la manière de reconnaître sa pureté, de la rendre potable lorsqu'elle est altérée par certains corps. On l'a décomposée et recomposée, d'une manière non rigoureuse, il est vrai, mais au moins assez sensible pour que les élèves conçussent facilement la vérité de ces faits, et qu'ils sentissent comment on peut les démontrer mathématiquement.

Enfin, le mois germinal a été terminé par l'examen des substances terreuses; et, quoiqu'elles appartiennent à la division des minéraux, comme elles entrent dans la composition des sels terreux, on a cru devoir en faire connaître les caractères généraux, afin que leurs propriétés particulières fussent mieux saisies en parlant de leurs combinaisons.

C'est à cette époque seulement que les laboratoires particuliers ont permis aux élèves de pouvoir se livrer à la pratique de la chimie : on a commencé par leur faire préparer et disposer tous les instrumens et les matières qui sont d'un usage journalier, et dont on ne peut se passer dans presque toutes les opérations. Ainsi ils ont lutté des cornues, courbé des tubes, percé des ballons, fait des teintures et des papiers teints avec des couleurs propres à démontrer la présence des acides et des alcalis; du lut, pour réunir les différentes parties des appareils; de l'eau distillée, pour faire des dissolutions salines, &c. Depuis ce temps, ils continuent à travailler avec beaucoup de zèle et d'intelligence, et l'on rendra compte des opérations qui auront fait l'objet de leur travail pendant floréal.

On s'occupe actuellement dans le laboratoire de démonstration, à la recherche de quelques vérités nouvelles et utiles, et on a commencé une suite d'expériences dont on présentera le résultat lorsqu'elles seront finies.

DEUXIÈME DIVISION.

CHIMIE VÉGÉTALE.

Par le C.en CHAUSSIER.

La chimie végétale a pour objet de connaître, de rechercher la composition des végétaux, la nature de leurs produits, les modes de combinaisons dont ils sont susceptibles, leurs propriétés, leur emploi dans les arts ; mais pour parvenir à ce but, il faut connaître d'abord les lois générales de la nature dans la composition des corps les plus simples, de ces corps qui ne sont soumis à d'autre force qu'à celle de l'attraction et de l'affinité, pour s'élever ensuite à la considération des lois particulières qui déterminent la composition des corps organisés ; aussi c'est par l'exposition des principes généraux que le cours de chimie végétale a commencé.

Après avoir présenté la chimie comme la science des lois de la nature relatives à la composition des corps, la connaissance des procédés pour déterminer leur composition ou décomposition, la connaissance de leurs propriétés dans les divers états ; après avoir fait sentir que dans l'étude ces trois objets ne doivent pas être séparés, on a traité de l'affinité, cette force d'attraction qui détermine les combinaisons, et qui est la base de toute la théorie de la chimie ; on a aussi exposé les procédés généraux qui forment la pratique ; on s'est attaché à faire connaître les substances, les instrumens que l'on emploie journellement dans les laboratoires, soit comme moyens mécaniques, soit comme agens chimiques ; on a indiqué les attentions qu'il faut apporter pour monter un appareil, suivre les détails d'un procédé, acquérir l'art délicat et si important d'observer, de saisir les phénomènes que présente une opération. Mais ce n'est que par degrés, ce n'est qu'après avoir exécuté les opérations les plus simples et les plus faciles qu'on peut se livrer à des recherches particulières, à des expériences nouvelles ; ainsi le travail des élèves dans leurs laboratoires particuliers, pendant le mois de germinal, ne présentera pas des résultats intéressans pour les savans ; il a été borné à des opérations simples, mais

nécessaires pour des opérations ultérieures et l'ameublement des laboratoires.

Dans chacun des laboratoires de la division de la chimie végétale, on a préparé d'abord ces réactifs simples que l'on emploie le plus souvent : tels sont les papiers colorés avec le tournesol, le bois de fernambouc, la racine de curcuma, qui sont d'un usage si commode pour indiquer le caractère acide ou alcalin de différentes substances ; on a aussi préparé l'eau de chaux, les différentes espèces de lut ; on a distillé successivement le vinaigre, l'eau-de-vie, l'eau commune ; on a préparé des savons avec la potasse, la soude et différentes espèces d'huiles ; on a extrait le mucilage des graines de lin, des racines de guimauve, des feuilles de maronnier d'Inde, et on l'a rapproché à l'état d'extrait gommeux, afin d'en examiner la nature et de le comparer aux gommes naturelles que l'on trouve dans le commerce.

Après ces opérations premières, et quelques autres analogues qui n'exigent que des manipulations et des appareils simples, on a distillé à l'appareil de *Woulf* le bois de hêtre, le tan, la gomme, le tartre du commerce ; on a recueilli les gaz, on en a examiné la nature ; et ces opérations en habituant les élèves au manuel des appareils, ont également exercé leur intelligence, leur dextérité, et leur ont fait reconnaître que dans l'analyse des végétaux l'action du feu étoit un moyen infidèle ; qu'il détruisait les combinaisons premières, et fournissait à-peu-près, les mêmes produits de substances primitivement si différentes.

CHIMIE ANIMALE.

La chimie animale partageant le cours de la seconde année avec la chimie végétale, les leçons sur cette partie ne commenceront qu'à l'expiration du premier semestre. Il est naturel d'aller du plus simple au plus composé ; et si en général l'analyse des corps organisés présente plus de difficultés que celle de la matière brute, il y a encore entre l'organisation végétale et l'organisation animale, une différence assez marquée pour placer celle-ci à l'extrémité de la chaîne à parcourir.

TROISIÈME DIVISION.

CHIMIE MINÉRALE.

Par le C.en GUYTON.

LA chimie minérale est l'objet du troisième cours annuel : les connaissances préliminaires qu'exige l'étude de la minéralogie, qui en est une des parties fondamentales ; l'immensité des détails qu'elle comporte, l'impossibilité de suivre cette instruction avec fruit, si l'on n'est déjà exercé à manier tous les instrumens chimiques; enfin les procédés très-nombreux et très-variés des arts et métiers, des fabriques, des grandes exploitations, qui ne peuvent être rectifiés et perfectionnés que par l'examen approfondi de ces matières et de leurs propriétés, qui ont, sous ce point de vue, un rapport plus direct à la destination des hommes formés à cette école, ont déterminé à en faire le complément de l'enseignement et à la réserver pour la troisième année.

Différentes circonstances ayant retardé la remise des collections de minéraux nécessaires aux démonstrations, le premier mois a été employé à l'exposition des principes généraux et à quelques expériences fondamentales, dirigées vers cette partie de l'instruction.

LA géographie physique est la première page de l'introduction à l'étude des fossiles. Avant de désassembler les matériaux d'un édifice pour en découvrir l'origine et en reconnaître les propriétés, il convient sans doute de considérer son ensemble, sa forme, son ancienneté, sa structure, ses dégradations. Il y a malheureusement sur ce sujet plus de conjectures que de faits, plus d'hypothèses que d'observations.

Les géomètres ont démontré que la terre est un sphéroïde aplati vers les pôles, dont l'axe est plus petit d'un trois centième, ou à-peu-près, que le diamètre du grand cercle à l'équateur ; ils ont vu que le centre de gravité de sa masse devait être le même que celui de sa figure; ils ont déduit de leurs calculs une pesanteur spécifique moyenne, correspondante à quatre fois et demie celle de l'eau. Nous voyons à sa surface des mers, des îles, des continens, des montagnes, des vallées, des

plaines, des lacs, des fleuves, des rivières, des fontaines chaudes et froides, des volcans qui brûlent, des glaces que les hivers amoncèlent et que les étés ne détruisent pas.

Les mers n'ont pas toujours été resserrées dans leurs limites actuelles, elles n'ont pas toujours occupé les mêmes plages; les attérissemens progressifs et l'immensité de corps marins répandus dans les quatre parties du globe ne permettent pas d'en douter. Des continens ont été séparés, de nouvelles îles ont paru, produites par l'explosion des feux souterrains. Les lacs sont devenus marais, les marais terres à moissons. Les plaines sont de vastes bassins desséchés ou comblés. Les vallées nous représentent de larges tranchées dans les roches dont les bancs correspondans attestent l'ancienne contiguité. Les montagnes ne sont pas toutes à beaucoup près du même âge; il y en a que nous sommes forcés de reconnaître de formation moderne, d'autres d'une époque plus reculée, d'autres que nous nommons, avec assez de fondement, primitives. La projection de leurs chaînes, la corrélation de leurs angles saillans et rentrans, nous tracent la marche des eaux qui ont creusé les vastes sillons qu'elles arrosent. Les rivières et les fleuves prolongent dans leurs cours les nivellemens du point de leur source aux mers qui les reçoivent. Des volcans très-anciens lancent encore des matières bouillonnantes du fond de leurs cratères; il en est un bien plus grand nombre que l'on ne reconnaît plus qu'à la cendre dont ils ont couvert des contrées autrefois habitées, ou à la lave qui sert de fondement à de nouvelles cités.

Pour ce qui est de l'intérieur, à peine a-t-on effleuré cette première couche à laquelle le mouvement des eaux, les vicissitudes de température et l'action continue des dissolvans gazeux ont imprimé le caractère uniforme d'un mélange de débris accumulés. Des escarpemens produits par des commotions ou des débordemens, quelques cavernes naturelles, des roches vomies par les volcans avant d'avoir subi la fusion, les fouilles des carrières et des mines; c'est à-peu-près tout ce que nous connaissons. *Buffon* regrettait que les immenses travaux faits par les esclaves des rois d'Égypte pour charger la terre des monumens de leur orgueil, n'eussent pas été plutôt entrepris pour la sonder à une certaine profondeur. Il est bien plus étonnant qu'on n'ait pas encore aperçu les avantages et la possibilité de reconnaître

à peu de frais le noyau d'une des montagnes primitives les plus élevées, en attachant au pied une compagnie de mineurs qui y perceraient une galerie dirigée vers le centre. Alors, sans être obligé d'extraire les eaux, sans redouter les glaces sous lesquelles on ne tarderait pas à jouir d'une température douce et constante, au moyen de quelques ouvrages d'art que la sûreté de l'entrée ou la rencontre des fissures pourrait rendre nécessaires, on parviendrait en peu d'années à voir enfin le granit vierge sur place, c'est-à-dire, dans le laboratoire même où la nature l'a formé, dans la situation où elle l'a mis, et accompagné de tout ce qui peut fournir des renseignemens sur le mode de sa formation. Car il n'y a pas d'apparence que ces masses aient pu être ni déplacées ni soulevées; tout annonce au contraire qu'elles sont demeurées immobiles au milieu des bouleversemens qui ont découvert leurs bases, et qu'elles sont enfin ce qui reste intact de la première croûte du globe. Mais jusqu'à ce jour, ceux qui ont disposé des forces et dirigé les entreprises des nations les plus civilisées, n'ont pas été assez éclairés pour sentir l'importance de ces recherches; et l'éducation publique, réduite en quelque sorte à des noviciats de corporations, n'a pu former cette masse d'opinions qui fait participer aux lumières de son siècle l'homme le plus dépourvu de moyens, pour s'en approprier le fruit par la méditation.

En attendant cet heureux résultat du perfectionnement des institutions sociales, le naturaliste qui veut rendre ses travaux utiles aux progrès de la science et à la pratique des arts, ne doit négliger aucune des circonstances qui tiennent à l'histoire d'un minéral. C'est peu de savoir le nommer et le classer dans une série méthodique; c'est quelque chose de plus de pouvoir indiquer la qualité et la quantité de chacune des matières qui le composent, et les propriétés connues de cette composition; mais ce n'est pas tout encore : un échantillon qui ne présente à l'observateur que ce qu'il a vu mille fois, devient tout-à-coup un phénomène intéressant par le lieu où il a été trouvé, par la profondeur à laquelle il a été extrait, par le nombre et la disposition des couches inférieures et supérieures, par la nature des substances rencontrées dans le même gîte, ou de celles qui l'avoisinent sans le toucher immédiatement. Alors toutes ces localités font partie essentielle de la description exacte de

son *gissement ;* elles sont autant de monumens numismatiques pour nous conduire à la découverte de son origine; elles nous révèlent des possibilités de nature qu'il faut se hâter d'enregistrer, précisément parce qu'on ne les aurait pas soupçonnées. Ces observations rempliront successivement les vides nombreux de la science minéralogique ; et le rapprochement de tous ces faits, dont la liaison nous échappe encore, nous fournira la seule base sur laquelle on puisse asseoir solidement le système de la géographie souterraine.

L'exposition de ces principes a été fortifiée de quelques exemples; et pour leur donner le développement le plus propre à faire impression dans la mémoire des élèves, on a mis sous leurs yeux les premières esquisses de l'atlas minéralogique de la France, en leur indiquant les corrections à faire pour en rendre le plan tout-à-la-fois plus simple et plus utile; on a particulièrement arrêté leurs regards sur les cartes exécutées par le citoyen *Dupain-Triel*, pour représenter les coupes des montagnes primitives et secondaires, l'échelle de graduation des plaines, les profils des vallées et des côtes maritimes, et la ligne de nivellement des rivières et des fleuves, de l'embouchure de la Gironde dans l'Océan, à l'embouchure du Rhône dans la Méditerranée, en passant sur la cime du Mont-d'Or.

LES règles et les procédés généraux d'analyse, appliqués à la chimie minérale, ont fait le sujet d'un second article préliminaire non moins important.

Analyser, c'est séparer les parties constituantes d'un composé, en déterminer la nature, en assigner les quantités respectives. Une analyse bien faite est toujours un travail précieux, quand il ne ferait qu'ajouter à la somme des variétés, ou même confirmer ce qui avait déjà été annoncé; il devient une découverte, toutes les fois qu'il indique une composition nouvelle, ou une substance qui ne s'identifie avec aucune de celles précédemment connues, par l'ensemble de ses propriétés : mais ce travail présente de grandes difficultés; on n'arrive à des résultats utiles, qu'en suivant avec constance un plan méthodique d'opérations, dont les principes généraux peuvent être ainsi posés.

I. Avant

I. Avant d'entreprendre une analyse, on doit en signaler le sujet; ce serait perdre son temps, que de travailler une matière que l'on ne pourrait ni faire connaître, ni retrouver.

II. L'analyse suppose une première connaissance qui sert à diriger le choix des procédés. Cette connaissance s'acquiert par des essais préliminaires au chalumeau, ou par des réactifs. Toute matière qui, mise en contact avec une autre, produit un effet sensible et prompt, devient un réactif dans les mains d'un chimiste exercé.

III. L'objet de l'analyse doit être déterminé : il est général, si l'on se propose de recueillir à-la-fois tous les élémens de composition; il est particulier, si l'on n'a en vue que la séparation de l'un d'eux. Il y a presque toujours de l'avantage à faire une analyse particulière pour chacun de ces élémens. Les procédés sont choisis en conséquence de l'objet.

IV. Dans les deux cas, ces procédés doivent être arrêtés avant tout, et même rédigés dans une sorte de verbal, pour peu qu'ils soient nombreux ou compliqués; les progrès des commençans tiennent à cette pratique. Une opération, dont la pensée a ordonné d'avance toutes les parties, est satisfaisante, quand le résultat est tel qu'on l'attendait; elle est plus instructive, quand elle donne ce qu'on n'a pas dû prévoir : il n'y a plus que des regrets, lorsqu'on s'aperçoit trop tard que les moyens pouvaient être mieux combinés pour atteindre le but.

V. La préparation exige elle-même beaucoup d'attention pour ne pas admettre de mélange étranger au sujet de l'analyse, sur-tout lorsqu'on est obligé de faire précéder la division mécanique, sans laquelle la force d'agrégation fait souvent équilibre à la force d'affinité des agens de décomposition.

VI. La détermination rigoureuse des quantités est un des points les plus essentiels. On ne l'obtient de quelques substances, qu'en faisant cesser leur état habituellement variable, ou les ramenant à une limite préétablie : l'usage des poids docimastiques décimaux abrège beaucoup de calculs.

VII. Toute matière qui peut exercer quelque action sur l'un des élémens

du composé, est proprement un instrument d'analyse. Les plus puissans sont les fluides gazeux, l'eau, les acides, les alcalis, les sels, les oxides, les combustibles, les terres. Il n'est plus permis de faire abstraction de l'influence du calorique, quelquefois même de la lumière.

Une action insensible produit à la fin de très-grands effets; la lenteur de leur apparition est souvent telle, que l'on serait tenté de mettre le temps au nombre des instrumens.

Un instrument impur vicie tous les résultats de l'analyse, comme une quantité inconnue ajoutée à des quantités connues, forme un tout inconnu.

VIII. Il en est de même des instrumens mécaniques, tels que les appareils, les vaisseaux et autres ustensiles. Ce n'est pas assez qu'ils soient appropriés à l'objet de l'opération par leur forme, leur capacité, leur solidité; ils doivent être inattaquables par les substances qui seront en contact avec eux, ou n'influer dans les résultats, que par des quantités ou des effets que l'on aura moyen d'apprécier.

Beaucoup d'expériences demandent à être refaites, sous ce point de vue, dans des creusets de platine.

IX. Dans les produits des opérations on doit distinguer soigneusement,

1.° Ceux qui sont propres au sujet analysé;

2.° Ceux qui appartiennent aux instrumens chimiques employés;

3.° Ceux qui ont été fournis nécessairement ou accidentellement par les vaisseaux ou autres instrumens mécaniques;

4.° Ceux qui se composent de ces substances ou de quelques-unes de leurs parties constituantes.

X. La balance du poids de tous ces produits, avec celui des ingrédiens et des déchets des matières mises en œuvre, forme le complément de l'analyse: la conclusion n'en est assurée que par cette correspondance; elle n'est véritablement utile que par la détermination des proportions.

XI. Le dosage est, de toutes les opérations, celle qui exige le plus de sagacité dans les combinaisons, le plus de suite et de dextérité dans les manipulations, sur-tout quand on n'a à traiter que de petites quantités.

Des jauges ou vaisseaux-mesures, exécutés avec précision, peuvent épargner beaucoup de temps.

Les tables de composition des sels seront d'un grand secours, lorsqu'elles seront assez perfectionnées pour servir de bases à des évaluations; l'état où les ont laissées les recherches laborieuses des *Bergman*, des *Wenzel*, des *Kirwan*, fait sentir toutes les difficultés de ce travail.

XII. La preuve de l'analyse est la reproduction d'un même composé avec les mêmes élémens.

La chimie exacte n'admet point de ces modifications, qui, la matière restant la même, engendrent des propriétés différentes; elle ne s'occupe du possible ni pour l'avouer, ni pour le contester; elle ne reconnaît enfin de corps semblables, que ceux qui ont toutes leurs propriétés semblables, dans un même état d'agrégation.

Les substances auxquelles on a donné le nom de *terres*, parce qu'elles forment en effet la très-grande partie des couches solides du globe, appellent naturellement les premiers regards de celui qui veut acquérir la connaissance du système minéral; mais les formes infiniment variées sous lesquelles elles se présentent, et la multiplicité des produits de leurs combinaisons, le conduiraient bientôt à penser qu'il y a un grand nombre de terres différentes, s'il se livrait à leur examen, avant que d'avoir appris à retrouver les caractères identiques sous les apparences les plus éloignées.

Il a donc paru convenable, pour prévenir ce faux jugement, de faire précéder les démonstrations d'une exposition générale des propriétés caractéristiques de la *silice*, de l'*alumine*, de la *chaux*, de la *magnésie* et de la *baryte*; c'est-à-dire, des cinq terres qui, seules jusqu'à présent, peuvent être considérées comme *terres simples*; non qu'elles soient des élémens dans le sens d'Aristote, mais ce sont des *élémens chimiques*: ce titre appartient également à tous les corps qui opposent une égale résistance à la désunion de leurs principes; il doit leur être conservé, tant qu'on ne sera pas parvenu à la vaincre. Là où l'analyse s'arrête, la philosophie naturelle applique cette juste qualification, pour indiquer le terme de puissance de ses moyens.

Cinq autres terres ont été annoncées par quelques savans, comme

manifestant des propriétés qui ne permettaient pas de les confondre avec les précédentes : il entrait dans le même plan de faire connaître et d'apprécier les faits sur lesquels ils ont fondé cette distinction.

La *witherite*, qui a pris son nom du docteur *Withering*, trouvée à Anglezarck, dans le comté de Lancastre, ne donne à l'analyse, suivant les observations publiées, que de la baryte, du gaz acide carbonique et de l'eau ; elle agit comme poison léthargique, ce que ne fait point le carbonate de baryte artificiel : voilà le caractère distinctif le plus marqué ; il peut tenir à quelques matières mélangées accidentellement, et que leur ténuité n'aura pas permis de recueillir séparément.

La *strontiane*, ainsi nommée, parce qu'elle se trouve à Strontian, dans le comté d'Argyle en Ecosse, se rapproche aussi beaucoup de la base terreuse du carbonate de baryte ; mais, suivant *Klaproth*, elle se dissout dans 185 parties d'eau bouillante : cette dissolution donne des cristaux par le refroidissement ; et le sel qui résulte de sa combinaison avec l'acide sulfurique, n'est pas totalement insoluble dans l'eau. Les expériences faites par *Pelletier* et *Coquebert* sur un échantillon de ce minéral, les ont portés à penser qu'il pouvait n'être qu'un mélange de chaux et de baryte (1).

La *zirconie* (du latin *zircones*) est, suivant *Klaproth*, la terre qui, intimement combinée avec 0,31 de silice et 0,005 de fer, constitue les pierres connues sous le nom de jargons de Ceylan. Elle ne s'unit pas à l'acide carbonique ; elle n'est pas attaquée par la soude au feu du chalumeau ; elle forme avec le borax un verre transparent et sans couleur (2).

La *corinde* est la terre particulière que le même chimiste a trouvée dans le spath adamantin (*corindon* des Chinois) unie à 0,66 d'alumine ; il a observé qu'elle n'était pas attaquée par les acides, et qu'elle ne se dissolvait pas dans les alcalis par la voie sèche (3).

Enfin l'*australe* s'est trouvée dans des argiles envoyées à *Wedgwood*, du nouveau pays de Galles septentrional (*New-south-Wales*). Il résulte de ses expériences, qu'elle est fusible à un grand feu ; qu'elle ne s'unit

---

(1) Journal des Mines, *pluviôse, an III.*

(2) Beobact. &c. Von der Gesellschaft naturforschender freunde zu Berlin, 1789.

(3) Crell's chemische Annalen, 1789, 1 B.

point à l'acide carbonique ; que les acides sulfurique et nitrique n'ont aucune action sur elle ; que l'acide muriatique concentré la dissout, à l'aide de la chaleur, et que l'eau la précipite de cette dissolution (1).

La conclusion se présente naturellement : il convient sans doute d'attendre que ces analyses aient été répétées, avant de former de ces cinq terres autant de classes nouvelles. Mais, si les deux premières laissent peu d'espérance de voir augmenter nos richesses en ce genre, on ne peut que regretter, par rapport aux trois dernières, que la rareté des minéraux qui les recèlent, retarde encore la confirmation des phénomènes importans qui les caractérisent. Un nouvel élément terreux est, à raison de ses propriétés spécifiques, un nouvel instrument dont l'application peut perfectionner les arts connus, et en faire naître d'autres. La baryte en fournit la preuve ; et cet exemple nous avertit encore que le peu d'abondance des matières soumises aux premiers essais, ne doit pas en refroidir l'intérêt : les choses ne commencent à exister réellement pour nous que quand nous y avons attaché assez de prix pour les faire rechercher.

Dans le nombre des expériences qui ont été choisies pour établir ces principes généraux, il en est deux dont il peut être utile de consigner ici les résultats.

I. L'analyse des eaux de Rikum et de Geyser en Islande, par le célèbre *Black* (2), donne lieu de penser que la silice peut être dissoute, à l'aide d'une très-grande chaleur, par l'eau chargée de moins d'un dix millième de soude caustique. On a tenté la vérification de ce fait, en opérant dans le digesteur de *Papin* ; on n'a arrêté le feu, que lorsque la vapeur a été assez forte pour soulever un obturateur chargé de 17 kilogrammes, qui fermoit la soupape d'assurance, dont le diamètre n'excédait pas 2 millimetres : cependant la silice n'a pas été attaquée.

On n'a pu, sans doute, en tirer d'autre conséquence, si ce n'est que l'opération devait être recommencée à une chaleur encore plus forte, et qui s'approchât davantage de celle observée par *Troïl*, même à quelque

(1) Philosophical Transactions, &c. 1790.

(2) Journal de Physique, *décembre 1793 (vieux style)*.

distance de la source jaillissante de Geyser. Mais il serait imprudent de porter plus loin la pression, avant d'avoir bien calculé l'effort que la matière du vaisseau peut supporter; et pour donner à ce calcul une base solide, il faut d'abord déterminer par l'expérience, à l'aide de machines appropriées, la diminution de tenacité du métal au degré de chaleur auquel on se propose de porter l'eau qu'il doit contenir.

II. Il est connu de tous les chimistes que la baryte manifeste, en plusieurs circonstances, des propriétés qui la rapprochent des oxides métalliques, et néanmoins que sa réduction a été tentée jusqu'ici sans succès. *J. Martinenghi* ayant tout récemment annoncé qu'il l'avait obtenue en état de métal (1), il a semblé d'autant plus intéressant de répéter l'expérience en suivant les procédés décrits, qu'ils paraissaient devoir inspirer plus de confiance par l'attention qu'avait eu ce physicien de mettre absolument dans les mêmes conditions le sulfate de chaux, le fluate de chaux et le sulfate de baryte.

On a mis dans un creuset de Hesse un décagramme de sulfate de baryte, avec partie égale de verre de borax, demi-partie de verre de glace, un quart de poix-résine et un quart de charbon, le tout pulvérisé et exactement mêlé; et dans un creuset pareil le même mélange, le sulfate de chaux remplaçant seulement le sulfate de baryte.

Ces deux creusets bien couverts, ont été placés sur la grille d'un fourneau construit suivant les principes de *Macquer*, qui donne une chaleur de 142 degrés à l'échelle pyrométrique de *Wedgwood.*

Les creusets refroidis et ouverts, celui où était le sulfate de chaux n'a présenté qu'une masse de verre noir à la surface, au-dessous une matière noire friable, et vers le fond une sorte d'émail formé par le verre de borax, et incorporé avec la terre du creuset.

Les mêmes couches ont été observées dans le creuset qui contenait le sulfate de baryte; mais on a trouvé de plus sous la matière friable, un globule assez bien formé, de couleur noire, du poids de 45 centigrammes, donnant (quoique caverneux) une pesanteur spécifique de 3,272, ne faisant aucune impression sur l'aiguille aimantée, montrant une sorte d'éclat métallique lorsqu'on le racloit avec un couteau, et qui, frappé sur

(1) Journal des Mines, *pluviôse, an III, page 86.*

le tas, s'est divisé au premier coup de marteau, ne laissant que des fragmens d'une scorie vitreuse, noire, boursouflée.

Il s'en faut beaucoup que ce soit là une métallisation ; il est même à remarquer que ce bouton différait en plusieurs points de celui décrit par *Martinenghi*, qui égalait en poids le tiers de celui du sulfate de baryte, qui avait une moindre pesanteur spécifique, et qui attirait fortement l'aiguille aimantée. Mais si la différence des produits des deux sels terreux est constante, si l'on observe la même tendance à la réunion globuleuse, dans les flux réductifs, en opérant sur du sulfate de baryte, exempt de tout fer, ou plutôt sur la baryte précipitée de ses dissolutions, ce sera un fait à ajouter à ceux qui appellent déjà l'attention des chimistes vers cet objet.



MÉMOIRE

Sur quelques moyens d'économie et de perfectionnement dans les fabriques de Chapeaux.

Par le C.en CHAUSSIER.

LONG-TEMPS le progrès des arts a été retardé par les préjugés, par l'attachement servile et irréfléchi aux méthodes anciennes et routinières ; mais sur-tout par un esprit de méfiance et d'intérêt particulier qui existait parmi les artistes, et leur faisait répandre une sorte de voile mystérieux sur toutes leurs opérations. Ainsi la connaissance des arts restait en quelque sorte concentrée entre les mains de ceux qui les exerçaient. Sous l'ombre du secret, l'erreur se propageait, et les procédés utiles, les moyens de perfectionnement que des expériences ou des tentatives heureuses avaient fait connaître dans une fabrique, y restaient également concentrés, et ne se répandaient pas au-delà. Mais aujourd'hui les arts doivent participer à la réforme salutaire qui s'est opérée dans le sol de l'égalité ; tous les efforts doivent tendre au même but, tous les petits intérêts particuliers doivent être sacrifiés au bien public, à l'intérêt général. Ces réserves mystérieuses, ces pratiques cachées avec tant de soin, sous le nom de secret, doivent être dévoilées ; les moyens d'amélioration et de perfectionnement ne doivent plus rester concentrés dans un atelier particulier ; dès que l'expérience en a confirmé les avantages, ils doivent devenir la propriété commune. Ces considérations m'engagent à indiquer des procédés relatifs à la chapellerie, qui, depuis quelque temps, sont employés avec beaucoup d'avantage dans une grande fabrique du département de la Côte-d'or.

On sait que l'art du chapelier consiste à former avec la laine ou le poil de différens animaux, une sorte d'étoffe d'un tissu dense, compact, et capable de prendre et de conserver la forme qu'on lui donne.

donne. Pour parvenir à ce but, on emploie une foule de procédés, en partie chimiques, en partie mécaniques, et que l'on peut réduire à quatre principaux; savoir, le feutrage, le foulage, la teinture, et l'apprêt.

Je ne m'arrêterai pas à décrire l'opération du feutrage, les préparations premières qu'exigent plusieurs espèces de poils, pour pouvoir être employés dans la fabrication; ce serait nous écarter de notre objet, et rappeler ce qui est généralement bien connu, sur-tout d'après le mémoire intéressant du citoyen *Monge*, imprimé dans le tome VI des *Annales de Chimie.*

Je me bornerai à rappeler qu'un ouvrier, à l'aide d'un *arçon*, distribue, bat, éparpille, et dissémine également, et en petits flocons, sur une surface plane, la quantité de poils qui a été déterminée et choisie; il recouvre ensuite cette matière d'une toile légèrement mouillée, et à l'aide d'une pression graduée et dirigée en tous sens, il rapproche les différens brins, qui s'accrochent, s'entrelacent et forment ainsi une première pièce d'étoffe, molle, spongieuse, que l'on désigne dans les ateliers sous le nom de *capade*. Sur cette première pièce, l'ouvrier en applique une seconde, qu'il a fabriquée de la même manière; souvent une troisième, et même une quatrième, suivant la nature, l'espèce du poil qu'il emploie, suivant l'épaisseur et la consistance qu'il doit donner à son ouvrage. Il assemble successivement ces différentes pièces, il les dispose dans la forme convenable à l'objet qu'il se propose (1); et pour en déterminer la soudure ou cohésion, il emploie une suite de pressions, de mouvemens alternatifs et gradués, qui se croisent en différens sens : pendant ce temps il entretient dans cette matière, de la souplesse, de la moiteur, par de petites aspersions d'eau tiède.

---

(1) L'étoffe feutrée peut être employée utilement à différens objets. Un artiste avait imaginé, il y a quelque temps, d'en préparer des semelles de souliers, et il en fit plusieurs paires. Ils étaient d'un bon usage dans les temps secs; mais malgré l'attention qu'avait eu l'artiste de placer entre les deux semelles une substance résineuse, ces souliers absorbaient facilement l'humidité, devenaient lourds et gênans; mais il serait possible de parvenir, par de nouvelles recherches, à donner au feutre plus de compacité, moins de perméabilité, et cette tentative me paraît mériter d'être suivie; ce qui m'a engagé à l'indiquer dans cette note.

Ce travail d'assemblage, qui est entièrement mécanique, et qui est connu dans les fabriques sous le nom de *bastisage*, forme le feutre, c'est-à-dire, une sorte d'étoffe molle, spongieuse, et plus ou moins épaisse; mais cette étoffe première est d'un tissu lâche, imparfait; les brins dont elle est composée, sont encore faiblement engagés, et ils se désuniraient bientôt; il faut, pour lui donner la densité, la consistance nécessaires, la passer à la foule.

Cette opération, qui est en quelque sorte le complément du feutrage, a pour objet de faciliter la rentrée des brins de poils, d'en déterminer une cohésion plus entière, et de la rendre durable; mais ici la pression, ou un travail uniquement mécanique, ne suffirait pas pour remplir l'objet qu'on se propose; on n'obtiendrait qu'une masse informe sans consistance, un peloton inégal : il faut quelque chose de plus. L'expérience l'a appris depuis long-temps; aussi dans les fabriques on emploie pour la foule un bain d'eau, dont la chaleur est peu éloignée du degré de l'ébullition, et dans lequel on met dix à quinze livres de lie par cent livres d'eau. On entretient la chaleur au même degré pendant tout le temps du travail, et toutes les trois ou quatre heures on y ajoute une nouvelle quantité de lie.

Ce bain ainsi préparé, les ouvriers apportent leur *bastisage*, et commencent leur travail. Ils plongent d'abord le feutre dans la liqueur, le relèvent aussitôt; puis sur-le-champ ils l'expriment, ils le plient, ils le roulent, ils le pressent en différens sens, tantôt avec la main, garnie d'un cuir, pour ne pas se brûler, tantôt avec la roulette, ou différens instrumens analogues; ils répètent de temps en temps l'immersion du feutre, et continuent ces manœuvres jusqu'à ce que l'étoffe soit bien rentrée, et ait pris la consistance nécessaire.

Tels sont les procédés suivis dans les fabriques, et les seuls que l'on trouve indiqués dans la *Description des arts* et dans la nouvelle édition de l'*Encyclopédie méthodique*.

L'opération du foulage ayant pour objet de former avec les poils une étoffe dense et compacte, de déterminer la cohésion intime des différens brins dont elle est composée, et le travail mécanique ne suffisant point pour cet objet, même en y employant un bain d'eau

porté au degré de l'ébullition, l'addition de la lie étant une condition nécessaire, elle doit donc être considérée comme un dissolvant chimique qui agit directement sur la substance même des poils, et y produit, soit par l'amollissement, soit par le gonflement, une altération nécessaire pour déterminer la cohésion des différens brins de poils de l'étoffe : mais la lie étant un composé des parties muqueuses et colorantes qui se sont séparées d'avec celles qui sont mêlées avec une grande quantité de tartre, ou tartrite acidule de potasse, il fallait s'assurer d'une manière positive quel était le principe d'action.

L'éditeur de l'Encyclopédie n'a pas hésité à dire que c'était la potasse, ou l'alkali de la lie, qui détermine le foulage ; mais pour reconnaître l'erreur de cette assertion, il suffit de plonger dans le bain de la foule un papier bleu, il est sur-le-champ altéré en rouge ; et si après quelques heures de travail on examine de nouveau l'état du bain, on reconnaît que le tartrite acidule est épuisé en partie : aussi les ouvriers s'en aperçoivent bien par la difficulté de continuer leur travail, et il faut une nouvelle quantité de lie. Enfin, si on se rappelle combien le tartrite acidule de potasse est peu soluble dans l'eau froide, on reconnaîtra facilement pourquoi dans cette opération on est obligé d'entretenir l'eau presque bouillante : ainsi il était évident que la lie agissait par la portion d'acidule qu'elle fournissait.

Cette première observation me fit penser qu'on pourrait substituer avec avantage l'acide sulfurique à la lie ; et comme on met ordinairement douze livres de lie sur cent livres d'eau, j'estimai par approximation qu'un gros d'acide sulfurique équivaudrait au moins à une livre de lie, et qu'ainsi douze gros d'acide sulfurique seraient suffisans pour cent livres d'eau.

Mes conjectures furent bientôt confirmées par l'expérience ; et d'après un premier essai auquel le fabricant ne s'était prêté qu'en tremblant, il fut reconnu que l'usage de l'acide sulfurique était bien préférable à la lie de vin ; qu'il y avait non-seulement une grande économie, mais encore plus de facilité pour le travail ; et, ce qui est plus important encore, la santé de l'ouvrier n'est point altérée par l'excès, la continuité de chaleur, les vapeurs épaisses, et l'odeur nauséabonde qui s'exhale du

bain, sur-tout lorsque la lie a été altérée par la moisissure et la putréfaction, ce qui est très-ordinaire dans les fabriques (1).

En effet, en employant l'acide sulfurique, il est inutile, comme on était forcé de le faire lorsqu'on se servait de lie, d'entretenir l'eau du bain presque bouillante. Une chaleur de vingt-cinq ou trente degrés au plus suffit pour obtenir un bon foulage. L'économie des combustibles est dans les fabriques un objet important; et comme en employant l'acide sulfurique, il faudra peu de feu, on pourra substituer facilement pour le bain de la foule, des chaudières faites avec des lames de plomb, à ces chaudières de cuivre dont l'acquisition première et l'entretien annuel sont très-dispendieux.

Les feutres préparés par le nouveau procédé sont aussi d'une qualité bien supérieure à ceux qui ont été foulés dans un bain de lie: en effet les parties muqueuses et colorantes de la lie qui sont tenues en suspension dans le bain, pénètrent dans le tissu de l'étoffe, y adhèrent plus ou moins intimement; et lorsqu'après avoir passé les chapeaux à la teinture on les bat, on les vergette, il s'en dégage une poussière noire abondante, très-fine, qui non-seulement affaiblit le tissu du feutre, mais encore voltige dans l'atmosphère de l'atelier, incommode beaucoup l'ouvrier, et lui cause souvent de la toux et des maux de gorge.

Aussi le fabricant qui a fait ce premier essai, continue à l'employer de préférence à l'ancien procédé, et, suivant ses expressions, il y trouve des avantages inappréciables. « Les chapeaux feutrés de cette manière, me disait-il » dans une de ses lettres, non-seulement ne sont point chargés de poussière » comme les autres, mais ils prennent bien mieux la teinture, ils *s'éjarrent* » mieux, sont plus propres; l'ouvrier n'a pas une eau aussi chaude, ce qui » lui convient mieux, comme au fabricant de consommer moins de bois. »

Enfin, outre ces avantages, la lie dont les chapeliers faisaient une grande

(1) Je ne puis m'empêcher de faire connaître un petit inconvénient qui arriva les premières fois que l'on employa l'acide sulfurique. On avait une bouteille contenant la dose déterminée d'acide pour la quantité d'eau contenue dans la chaudière de la foule; et comme on versait l'acide de haut et sans aucune précaution, il s'en détachait quelques gouttes qui s'attachaient aux habits, ou aux mains, et y occasionnaient des taches, ou même la brûlure. Pour éviter ce petit inconvénient, il ne s'agit que de plonger la bouteille dans l'eau du bain, et de la verser de manière à ne point faire rejaillir des gouttes de l'acide.

consommation, restera dans le commerce, et sera employée plus utilement à la fabrication des salins dont on a besoin pour faire les salpêtres, les savons mous, et pour beaucoup d'autres objets des arts (1).

Lorsque j'eus reconnu que le foulage des chapeaux était principalement déterminé par la portion acidule qui se trouve dans la lie, je me déterminai à y substituer l'huile de vitriol ou acide sulfurique, parce que cette préparation se trouve dans le commerce et qu'on peut l'avoir à un prix modéré. Mais quoique tous les acides aient des propriétés communes qui semblent les rapprocher, ils en ont cependant de particulières qui les distinguent essentiellement : ainsi il serait important d'examiner si dans la classe nombreuse des acides, quelqu'un n'aurait pas une action plus directe sur l'étoffe ; ce qui peut encore abréger le travail de la foule, en conservant la fermeté du tissu et l'avantage de l'économie. Ne pourrait-on pas préparer dans la fabrique même, des liqueurs acides, en faisant fermenter de l'orge, du son, ou quelque substance analogue ? C'est un objet de recherches auquel on doit inviter les fabricans et ceux qui aiment et cultivent les arts.

Je ne m'arrêterai pas à décrire les procédés de la teinture. Dans la fabrique de la Côte-d'or, on a supprimé dans la formule la noix de galle, et on y a substitué avec avantage l'écorce de chêne ; mais ces moyens sont connus et ont déjà été publiés. Je passe à la quatrième et dernière opération de la chapellerie, que l'on nomme l'*apprêt*.

Cette opération consiste à garnir l'intérieur de la tête du chapeau, ainsi que les bords, avec une substance glutineuse qui, en se séchant, donne de la fermeté à l'ouvrage, et conserve la forme qu'on lui a donnée. On se sert ordinairement d'une colle composée de gomme arabique, de gomme du pays et de colle de Flandre, que l'on fait dissoudre ensemble dans une plus ou moins grande quantité d'eau, et à laquelle on donne la consistance convenable par l'ébullition.

(1) L'acide sulfurique plus ou moins étendu d'eau, pourrait être employé avec avantage dans plusieurs arts : ainsi les chaudronniers, pour nettoyer et décaper leurs ouvrages, se servent ordinairement de lie ; et assurément ils obtiendraient le même effet, en plongeant simplement leurs pièces dans une eau légèrement aiguisée d'acide sulfurique, ce qui leur épargnerait encore la peine de frotter long-temps leur ouvrage, comme ils sont obligés de le faire en se servant de lie, &c.

Cette préparation si simple et si facile, n'est point indifférente pour la beauté et la durée de l'ouvrage. Un apprêt tenace rend l'étoffe sèche, cassante ; et, après quelques mois d'usage, il se forme à sa surface, des espèces de croûtes grisâtres qui altèrent le tissu, et il nous a paru que la quantité de gomme arabique que l'on unissait à la colle forte, était la principale cause de cet inconvénient des apprêts. Nous avons donc cherché dans les plantes du pays, et par une préparation simple, à remplacer ces substances étrangères, ces gommes naturelles et friables. Le muqueux se trouve abondamment dans un grand nombre de plantes ; on peut l'extraire facilement par l'ébullition ; on peut même, par l'évaporation, en former une gomme factice qui conserve de la souplesse et du liant. Ces considérations nous ont engagé à recommander, pour former l'apprêt, de faire fondre de la colle forte dans une décoction chargée du mucilage de graine de lin. Cette préparation a été long-temps employée avec économie pour la fabrique, et avec avantage pour la bonté de l'ouvrage.

Depuis ce temps, le citoyen *Marguecou* m'ayant communiqué des observations sur le muqueux que l'on peut extraire des feuilles de maronnier-d'inde, et ayant reconnu combien ces feuilles fournissent de substance muqueuse et collante, sur-tout quand la foliaison est dans sa vigueur, on a employé avec beaucoup de succès une forte décoction de ces feuilles pour faire l'apprêt avec la colle.

Il est encore un grand nombre d'autres plantes du pays, qui seraient également propres à former des gommes factices, et dont l'usage serait très-avantageux dans les arts. Nous nous occupons de cet objet, et nous espérons pouvoir, dans quelque temps, présenter le résultat de nos recherches.

P. S. Depuis la rédaction de ce mémoire, un physicien, amateur des arts, et qui a beaucoup vu, m'a dit que, dans quelques fabriques étrangères, on employait l'huile de vitriol ou acide sulfurique pour le foulage des chapeaux, et que l'on faisait un grand secret de ce procédé. Je l'ignorais. Les ouvrages que j'ai parcourus n'en font aucune mention; et les fabricans que j'ai consultés, n'en avaient aucune connaissance : au surplus, la vérité est toujours neuve tant qu'elle n'est pas entendue; il faut répéter les observations utiles, pour les propager et les rendre familières à tous.

MÉMOIRE

Sur la détermination géométrique des teintes dans les Dessins (1).

On sait que, pour une même position de l'œil et du corps lumineux, l'intensité apparente de la lumière varie à la surface des corps suivant une loi différente pour chaque surface, et que nous ne jugeons des formes à la vue que parce que, dans chaque cas, nous apprécions cette loi. Ainsi, pour imiter par la peinture la forme d'un corps, il suffira de faire varier sur le tableau l'intensité de la lumière, en observant la même loi de variation, que celle appréciée par l'œil à la surface du corps.

Pour parvenir à peindre un corps terminé par une surface quelconque, nous nous proposerons donc, 1.° de connaître la loi suivant laquelle varie l'intensité apparente de la lumière sur cette surface; 2.° connaissant cette loi, de l'observer dans le tableau par un procédé rigoureux.

Nous croyons que ces deux questions pourront être résolues avec une exactitude suffisante pour l'exécution, lorsque la surface du corps proposé sera soumise elle-même à une loi rigoureuse, et qu'on connaîtra cette loi.

PREMIÈRE QUESTION.

Connaître la loi suivant laquelle varie l'intensité apparente de la lumière sur une surface quelconque.

On nous a enseigné à tracer le contour apparent d'un corps terminé par une surface quelconque; à tracer sur cette surface la ligne qui en sépare la partie éclairée d'avec la partie tout-à-fait obscure, et celle qui y est la limite d'un degré moindre d'obscurité, en supposant le corps éclairé par un corps lumineux de forme quelconque; à déterminer

(1) Le problème qui fait l'objet de ce mémoire, a été résolu en commun par plusieurs élèves chefs de brigade, dans le mois de pluviôse dernier; le C.en *Dupuis*, l'un de ces élèves, s'est chargé de la rédaction.

l'espace que le même corps prive totalement de lumière et celui qu'il n'en prive qu'en partie, et par conséquent à tracer l'ombre ou la pénombre de ce corps sur un autre corps aussi de figure quelconque. On nous a enseigné enfin à déterminer le point de la surface qui envoie à l'œil le *maximum* de lumière, en supposant le corps lumineux réduit à un point, ou placé à l'infini.

Tous ces problèmes conduisent à représenter rigoureusement une forme déterminée. Mais pour résoudre la plupart d'entr'eux, il était indifférent que la surface du corps proposé fût supposée matte ou polie; et dans la solution du dernier, on a supposé que le point cherché était le même que le point brillant d'une surface parfaitement polie. Or, si on suppose qu'une surface éclairée, et d'ailleurs isolée, soit parfaitement polie, il n'y aura sur cette surface qu'un point ou un espace déterminé occupés par l'image du corps lumineux, et tout le reste sera parfaitement noir. On ne peut donc juger à la vue, de la forme d'un corps dont la surface est parfaitement polie. Nous considérerons au contraire un corps mat, et ce sera d'après la manière dont la lumière se comporte sur la surface de ces corps, que nous chercherons à connaître cette loi de variation d'intensité qui nous fait juger des formes.

Cela posé, nous admettrons que les molécules qui composent les corps sont terminés par de petits plans parfaitement polis, et que ce sont les petits plans, ou facettes, des molécules placées à leurs surfaces, qui nous réfléchissent la lumière diversement, suivant l'organisation particulière de chacun.

Ainsi, lorsque les facettes des molécules qui sont à la surface d'un corps, sont toutes disposées dans le sens de sa surface, et qu'elles ne laissent point entr'elles d'intervalles, le corps est poli, et les rayons de lumière qui viennent le frapper sont réfléchis en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence. Nous avons déja dit qu'il n'y avait point alors de données pour juger des formes à la vue.

Si au contraire les facettes des mêmes molécules ne sont point disposées dans le sens de la surface du corps, si elles sont inclinées de toutes les manières, et forment par leurs assemblages une multitude d'aspérités, le corps est mat; il est dans le cas de presque tous les corps non cristallisés;

et

et son organisation peut être telle que les aspérités de sa surface ne soient sensibles qu'en cela seul que le corps paraîtra mat; en sorte que loin d'altérer sa forme, elles ne serviront au contraire qu'à la rendre sensible. La surface de ce corps sera alors évidemment, malgré les aspérités, une surface géométrique.

Sur cette surface, les facettes des molécules étant inclinées de toutes les manières, réfléchiront des rayons de lumière dans tous les sens; ce phénomène aura lieu évidemment pour une portion finie de la surface; et, à cause de l'extrême ténuité des dernières molécules des corps, on pourra admettre qu'elle ait lieu de même pour une portion de cette surface tellement petite, qu'elle ne soit pour l'œil qu'un point sans étendue. De ce point partiront donc des rayons de lumière dans tous les sens; on pourra donc le regarder comme un point lumineux; et la portion éclairée de la surface à laquelle il appartient, comme une surface lumineuse.

Cette hypothèse admise, on pourra déterminer la loi suivant laquelle varie l'intensité apparente de la lumière à la surface du corps, c'est-à-dire, calculer l'intensité apparente de la lumière pour un point quelconque de la surface éclairée.

Supposons d'abord un seul point lumineux, et plaçons-le, ainsi que l'œil, à une distance finie; désignons par s la surface éclairée; considérons enfin sur cette surface, un élément ds.

La quantité de lumière envoyée par le point lumineux dans tout l'espace, peut être représentée par la surface d'une sphère, ayant son centre à ce point, et pour rayon l'unité de longueur; tandis que la quantité de lumière envoyée à ds, sera mesurée par la portion de la surface de cette sphère, comprise dans le cône, ayant pour somme le point lumineux, et pour base ds.

Ainsi, en nommant R la longueur du rayon venant à ds, et X le sinus de l'angle que fera ce rayon avec la surface au point d'incidence, la quantité de lumière reçue par ds, aura pour expression, $\frac{ds \cdot X}{R^2}$; l'intensité réelle de la lumière distribuée sur ds, pourra donc s'exprimer par $\frac{X}{R^2}$.

Maintenant puisque ds appartient à une surface que l'on peut considérer comme lumineuse, on peut concevoir que des différens points de cet élément, partent des rayons de lumière dirigés vers l'œil. Or, la quantité des rayons qui peuvent arriver à l'œil de toutes parts, peut être représentée aussi par la surface d'une sphère, ayant son centre au point où est placé l'œil, et pour rayon l'unité; et la quantité de rayons envoyés par ds, par la portion de la surface de cette sphère comprise dans le cône, ayant pour base ds, et son sommet à l'œil. On pourra donc calculer cette quantité de rayons; et si on la multiplie par l'intensité de chaque rayon, on aura la quantité de lumière reçue par l'œil.

Ainsi, en nommant R' la longueur d'un de ces rayons, et X' le sinus de l'angle qu'il fera avec la surface au point de départ, la quantité de rayons reçus par l'œil de la part de ds, aura pour expression, $\frac{ds.X'}{R'^2}$; ainsi, la quantité de lumière provenant du même élément, sera représentée par $\frac{ds.X'}{R'^2} \cdot \frac{X}{R^2}$ ou simplement par $\frac{X'.X}{R'^2.R^2}$, ds étant supposé constant.

Or, cette quantité est la mesure de l'impression faite sur l'œil par la lumière venant de ds; et ds étant infiniment petit, elle ne peut être autre chose que l'intensité apparente de la lumière pour le point de la surface qui est le lieu de ds (1).

Ainsi, une surface étant éclairée par un seul corps lumineux, nous pourrons connaître l'intensité apparente de la lumière pour un point quelconque de cette surface.

Cela posé, désignons :

Les coordonnées de ds par . . . . . x, y, z

Celles du point où est placé l'œil par x', y', z'

Et celles du point lumineux par . . . x'', y'', z'',

---

(1) Nous n'affirmons pas cette proposition comme évidente; nous sentons au contraire la nécessité d'un résultat mieux motivé et plus précis, et nous aurions désiré l'offrir. Nous nous proposons même de le chercher encore et de revoir cette partie de la question.

Nous allons cependant traiter dès à présent, comme vraie à la rigueur, l'expression analytique à laquelle nous sommes parvenus, et en déduire les conséquences. Il nous sera facile ensuite, en suivant la même marche, de substituer à cette expression toute autre qui nous paraîtrait plus convenable.

désignons enfin par p et q les quantités $\frac{dz}{dx}$ et $\frac{dz}{dy}$; nous trouverons, au moyen de ces données, de l'équation de la surface, et de celle du plan tangent à cette surface en ds,

$$R = \sqrt{[(z'' - z)^2 + (y'' - y)^2 + (x'' - x)^2]}$$
$$R' = \sqrt{[(z' - z)^2 + (y' - y)^2 + (x' - x)^2]}$$
$$X = \frac{z'' - z - q(y'' - y) - p(x'' - x)}{\sqrt{\{(1 + p^2 + q^2)[(z'' - z)^2 + (y'' - y)^2 + (x'' - x)^2]\}}}$$
$$X' = \frac{z' - z - q(y' - y) - p(x' - x)}{\sqrt{\{(1 + p^2 + q^2)[(z' - z)^2 + (y' - y) + (x' - x)^2]\}}}$$

et l'expression précédente deviendra;

$$(A) \ldots \frac{[z'' - z - q(y'' - y) - (x'' - x)]}{(1 + p^2 + q^2)[(z'' - z)^2 + (y'' - y)^2) + (x'' - x)^2]^{\frac{3}{2}}} \ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{[z' - z - q(y' - y) - p(x' - x)]}{[(z' - z)^2 + (z' - z^2) + (x' - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

Supposons maintenant que la surface proposée soit éclairée par un corps lumineux de figure quelconque; désignons par s' la surface de ce corps, et considérons sur cette surface un élément ds', toutes les autres données restant les mêmes.

La quantité de lumière envoyée par ds' à ds, sera en raison composée de la quantité de rayons envoyés à ds par l'un quelconque des points de ds', et de la quantité de rayons envoyés par ds à l'un quelconque des points de ds.

Or, nous avons vu que la première de ces deux quantités avait pour expression $\frac{ds.X}{R^2}$, et la seconde $\frac{ds' X''}{R^2}$; X'' étant le sinus de l'angle fait par le rayon R avec l'élément superficiel ds' au point de départ.

La quantité de lumière envoyée par ds' à ds, sera donc représentée par $\frac{ds.X}{R^2} \cdot \frac{ds' X''}{R^2}$ ou par $\frac{ds.ds' X.X''}{R^4}$; et cette expression étant intégrée par rapport à x, y et z constans, et pour la portion de la surface s' qui peut éclairer ds, aura pour limite la ligne de contact, avec cette surface d'un cône qui lui sera circonscrit, et dont le sommet sera en ds.

Dans aucun cas, cette portion de s' ne pourra s'étendre au-delà de

cette ligne de contact; mais elle aura quelquefois des limites plus étroites. Par exemple, s'il se trouvait un corps placé entre les surfaces s et s', et qui interceptât à ds une partie des rayons lumineux, une de ces limites serait la trace sur s' d'une surface conique circonscrite au corps interposé, et dont le sommet serait en ds. Dans ce dernier cas est compris celui où les rayons lumineux seraient interceptés à ds par une portion de la surface s elle-même, et par conséquent celui où le plan qui toucherait la même surface en ds, irait couper la surface lumineuse.

On pourra se procurer les équations de ces courbes; intégrant alors convenablement, on trouvera : $\frac{X'}{R'^2} . \int ds' \frac{X . X''}{R^4}$ pour l'expression de la quantité totale de lumière envoyée à l'œil par ds; c'est-à-dire, pour l'intensité apparente de la lumière en un point quelconque d'une surface, en la supposant éclairée par un corps lumineux de figure quelconque, et placé, ainsi que l'œil, à une distance finie.

Si on conçoit en ds' un plan tangent à la surface s', et que, x'', y'' et z'' étant les coordonnées de ds', on désigne par p' et q' les quantités $\frac{dz''}{dx''}$ et $\frac{dz''}{dy''}$, les données précédentes restant les mêmes; on trouvera au moyen de ces données et de l'équation du plan tangent,

$$X'' = \frac{z'' - z - q'(y'' - y) - p'(x'' - x)}{\sqrt{\{(1 + p'^2 + q'^2)[(z'' - z)^2 + (y'' - y)^2 + (x'' - x)^2]\}}};$$

ainsi au lieu de l'expression $\frac{X'}{R'^2} . \int \frac{X X''}{R^4} . ds$, on pourra écrire :

$$(B) \ldots \frac{z' - z - q(y' - y) - p(x' - x)}{(1 + p^2 + q^2)\;[(z' - z)^2 + (y' - y)^2 + (x' - x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$. \int \left\{ ds' . \frac{[z'' - z - q(y'' - y) - p(x'' - x)][z'' - z - q'(y'' - y) - p'(x'' - x)]}{(1 + p'^2 + q'^2)[(z'' - z)^2 + (y'' - y)^2 + (x'' - x)^2]^3} \right\}$$

Les expressions (A) ou (B) doivent être généralement multipliées par une constante L, qui soit une fonction de l'intensité de chaque rayon partant du point ou du corps lumineux. Tant qu'on ne considère qu'un seul point ou qu'un seul corps lumineux, la quantité L peut être omise, ainsi que toute constante qui multiplierait (A) ou (B) : mais si on suppose plusieurs corps lumineux pour chacun desquels on désigne par

(B'), (B''), &c. l'expression que nous avons désignée par (B) pour le premier, et par L', L'', &c. la quantité représentée par L; alors les quantités L, L', L'', &c. n'étant point les mêmes, doivent entrer dans le calcul, ou du moins leurs rapports. En introduisant ces quantités, l'expression de l'intensité apparente de la lumière pour un point quelconque d'une surface éclairée par tous les corps à-la-fois, sera

$$L\ (B) + L'\ (B') + L''\ (B) + \&c.,$$

expression la plus générale dont on puisse avoir besoin. Nous allons faire quelques hypothèses particulières.

Si on ne suppose qu'un seul corps lumineux, et qu'il soit placé à l'infini, ce corps, supposé de dimensions finies, s'évanouit et peut être considéré comme un seul point : alors tous les rayons venant à la surface sont parallèles, et si celui qui vient à l'origine a pour équations

$$y'' = a x''$$
$$z'' = b x'',$$

x'', y'', z'' étant les variables, et la supposition de x'', y'', z'' infinis devant donner la position du point lumineux; celui qui viendra au point de la surface s, dont les coordonnées sont x, y, z, c'est-à-dire, en ds, aura pour équations,

$$y'' - y = a\ (x'' - x)$$
$$z'' - z = b\ (x'' - x)$$

x, y, z étant constans; x'', y'', z'' étant les variables, et la supposition de x'', y'', z'' infinis devant donner, comme dans les deux équations précédentes, la position du point lumineux. Si donc dans l'expression (A) on substitue ces valeurs de $(y'' - y)$ et de $(z'' - z)$, et qu'on y suppose ensuite x'' infini, elle conviendra pour l'hypothèse proposée; et si on la divise par le facteur $\frac{1}{x'' - x}$, ou ses multiples qui sont alors constans, elle deviendra :

$$(D) \ldots \frac{(b - aq - p)\ [z' - z - q\ (y' - y) - p\ (x' - x)]}{(1 + p^2 + q^2)\ [(z' - z)^2 + (y' - y)^2 + (x' - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Supposant de même l'œil placé à une distance infinie, tous les rayons

visuels seront parallèles ; et si celui qui vient à l'origine a pour équations :

$$y' = a' x'$$
$$z' = b' x',$$

celui qui viendra au point dont les coordonnées sont x, y, z, c'est-à-dire, en ds, aura pour équations :

$$y' - y = a' (x' - x)$$
$$z' - z = b' (x' - x);$$

substituant, comme précédemment, ces valeurs de $(y' - y)$ et de $(z' - z)$ dans l'expression (D), et observant que $\frac{1}{x' - x}$ est constant, cette expression deviendra :

$$(E) \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{(b - aq - p)\,(b' - a' q - p')}{1 + p^2 + q^2}$$

Si on suppose enfin que le plan des (x, y) passe par le rayon visuel et le rayon lumineux qui viennent à l'origine, et que l'axe des (x) divise en deux parties égales l'angle formé par ces deux rayons ; alors $b = 0$, $b' = 0$ et $a = - a'$; on aura donc enfin

$$(F) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \frac{p^2 + a^2 q^2}{1 + p^2 + q^2}$$

pour l'expression de l'intensité apparente de la lumière en un point quelconque de la surface éclairée, en supposant le corps ou le point lumineux et l'œil placés à une distance infinie.

SECONDE QUESTION.

Étant proposé d'imiter par la peinture la forme d'un corps, et connaissant la loi que suit la variation de l'intensité apparente de la lumière à sa surface, observer cette loi dans le tableau par un procédé rigoureux !

On sait que lorsqu'un corps est blanc, tous les rayons de lumière sont réfléchis de dessus sa surface ; que lorsqu'il est noir tous les rayons sont absorbés ; que dans le premier cas, l'intensité de la lumière sur la

surface de ce corps est la plus grande possible, qu'elle y est nulle dans le second; et qu'entre ces deux extrêmes sont compris tous les degrés d'intensité de lumière. Ainsi, si sur une surface de couleur quelconque on distribue convenablement du noir et du blanc, on y fera varier l'intensité de la lumière à volonté, et on pourra par conséquent imiter toutes les formes.

C'est ce que font les peintres, les graveurs; c'est ce qu'on fait dans tous les genres de peinture et de dessin, où l'objet est de représenter des formes.

Parmi les différentes manières de peindre, nous avons choisi pour la soumettre au calcul, celle à l'encre de la Chine, parce qu'en effet elle nous a paru plus qu'aucune autre susceptible d'être ramenée à des procédés exacts, et parce qu'elle est d'usage en architecture, où on a le plus souvent à représenter des corps terminés par des surfaces connues.

Nous supposerons donc que ce soit en distribuant convenablement différentes teintes d'encre de la Chine sur du papier blanc que nous ayons à y faire varier l'intensité de la lumière, en sorte que la forme donnée soit rendue.

Pour exécuter cette distribution, nous nous proposerons d'abord de diviser la partie à la fois éclairée et visible de la surface donnée en espaces pour chacun desquels l'intensité apparente de la lumière soit constante; en sorte que les divisions étant transcrites sur le tableau, chacune doive y être rendue par une teinte uniforme ;

Ensuite de composer des teintes qui donnent des résultats connus d'intensité de lumière;

Enfin de donner aux différentes divisions du tableau les teintes convenables, c'est-à-dire, des teintes telles que pour ces divisions et pour celles correspondantes de la surface, l'intensité de la lumière soit représentée par les mêmes nombres ou par des nombres ayant entr'eux les mêmes rapports.

Ces questions étant résolues, il est évident qu'on aura observé la loi suivant laquelle varie l'intensité apparente de la lumière sur la surface du corps proposé, et que la forme en sera exactement rendue.

Pour obtenir sur la surface des espaces pour chacun desquels l'intensité

apparente de la lumière soit constante, il suffira selon l'hyppthèse admise d'égaler à une constante K, l'une des expressions (A), (B), (C), &c. trouvées précédemment pour l'intensité apparente de la lumière en un point quelconque de cette surface. On aura à ce moyen une équation qui combinée avec celle de la surface, y déterminera une courbure pour tous les points de laquelle l'intensité apparente de la lumière sera constante ; nous convenons pour abréger, d'appeler cette courbe *courbe d'égale teinte*, parce que tous ses points devront être rendus sur le tableau par une teinte uniforme.

Donnant à K différentes valeurs, on obtiendra différentes courbes ; et si on prend deux courbes très-voisines, on pourra supposer sans erreur sensible, que l'intensité de la lumière sera constante pour l'espace compris entre ces deux courbes. Si à égale distance de chacune, on en suppose une troisième, l'intensité de la lumière calculée pour cette courbe intermédiaire sera celle de tout l'espace ; mais on pourra dans l'application, négliger d'insérer cette courbe intermédiaire : on s'écartera peu de l'exactitude, en attribuant à chaque espace l'intensité de lumière calculée pour l'une ou pour l'autre des deux courbes qui le terminent.

Les courbes d'égale teinte étant déterminées sur la surface, on les construira sur le tableau d'après les règles ordinaires de la perspective.

Nous pouvons remarquer que si $K = 0$, la courbe d'égale teinte correspondante à cette valeur particulière de K devient le système de deux courbes, dont l'une est le contour apparent de la surface, et l'autre la ligne qui en sépare la partie éclairée d'avec la partie obscure.

En effet, en ne supposant qu'un seul corps lumineux, nous aurons l'équation ;

$$\frac{X'}{R'^2} \int \frac{X . X''}{R^4} d s' = K.$$

Or si on fait $K = 0$, on aura $X' = 0$, ou $\int \frac{X . X''}{R^4} d s' = 0$.

Si $X' = 0$, il est évident que les rayons visuels sont tangens à la surface s, et que par conséquent les points de la surface pour lesquels $K = 0$, appartiennent à son contour apparent.

On peut apercevoir immédiatement aussi que $\int \frac{X . X''}{R^4} d s'$ ne peut

être

être zéro que lorsque $d\ s'$ et $d\,s$ appartiennent à un même plan tangent aux deux surfaces, les deux surfaces étant d'un même côté par rapport à ce plan. En effet, alors seulement l'intégrale est limitée de manière qu'il n'y ait que le seul élément $d\ s'$ qui puisse éclairer $d\ s$; en sorte que l'expression $\int \frac{X.X''}{R^4}\ d\ s'$, se réduit à $\frac{X.X''}{R^4}\ d\ s'$; et en même temps, les rayons lumineux qui vont de $d\ s'$ à $d\ s$ sont tangens aux deux surfaces; en ſorte que X et X'' sont zéro. Or $d\,s$ étant ainsi déterminé appartient à la ligne qui sépare la partie éclairée de la surface donnée, d'avec sa partie obscure; ce n'est donc que pour cette ligne et pour le contour apparent que K peut être zéro.

On pouvait d'ailleurs savoir *à priori*, que pour ces deux lignes l'intensité apparente de la lumière devait être constante, puisqu'elle y était nulle; la surface cessant alors d'être vue ou d'être éclairée. Ainsi, dans ce cas extrême, le résultat provenant de notre expression coïncide avec un résultat déjà connu.

Il en serait de même si on avait plusieurs corps lumineux, puisque l'expression (C) ne peut être zéro sans que chacune des quantités $L\ (B)$, $L'\ (B')$, &c. qui la composent, ne soit en particulier zéro.

Il est évident que si on fait $K = maximum$, on aura le point b plus brillant de la surface; et qu'on peut toujours déterminer le point de la surface pour lequel $K = maximum$.

Nous allons maintenant chercher le moyen de composer des teintes qui donnent des résultats connus d'intensité de lumière. Pour y parvenir, nous admettrons que si, par un moyen quelconque, on étend uniformément sur un espace donné, représenté par m, et que nous supposerons blanc primitivement, une quantité de noir capable de couvrir totalement l'unité d'espace, il ne restera plus sur l'espace m que $(m - 1)$, points blancs après l'opération.

Nous supposerons que si on étend de nouveau sur cet espace la même quantité de noir, une partie tombera sur les points déja couverts de noir par l'opération précédente, et ne saurait les rendre autrement que noirs; une autre partie tombera sur les points qui étaient restés blancs, et en diminuera la quantité. Or le noir donné, étant étendu

uniformément sur l'espace m, sera distribué proportionnellement entre les deux parties, noire et blanche, de cet espace, représentées par 1 et $(m - 1)$. La quantité de noir qui tombera sur $(m - 1)$ aura donc pour expression $\frac{m-1}{m}$, et il ne restera plus sur l'espace donné, que $m - 1 - \frac{m-1}{m}$ ou $\frac{(m-1)^2}{m}$, points blancs après la seconde opération.

En continuant ainsi, on trouvera qu'après un nombre n d'opérations, il ne doit plus rester sur l'espace m que $\frac{(m-1)^n}{m^{n-1}}$ points blancs.

Et si on suppose de plus, que l'intensité de la lumière sur l'espace donné, dans ses différens états, soit toujours proportionnelle au nombre de points blancs de cet espace, on pourra représenter cette intensité après un nombre n d'opérations, par la même expression $\frac{(m-1)^n}{m^{n-1}}$, ou plus simplement par $\frac{(m-1)^n}{m^n}$, en prenant pour unité d'intensité de lumière, le blanc primitif de l'espace.

Cette loi est celle de tous les mélanges, et pourrait servir à évaluer les résultats de la composition des teintes, par toute autre méthode que celle que nous avons adoptée, et avec toute autre matière, pourvu qu'il y eût mélange seulement, et non combinaison chimique : mais elle nous a paru être principalement celle que suit la dégradation de l'intensité de lumière sur du papier à laver, quand on y étend plusieurs fois une même teinte d'encre de la Chine. On ne fait en effet alors, à chaque opération, que répandre uniformément une même quantité de noir sur un espace déterminé.

Pour assigner des rapports entre les résultats d'intensité de lumière donnée par différentes teintes, il suffira donc de savoir de combien de fois une même teinte primitive chacune aura été composée.

Donnant maintenant, par ce moyen, différentes teintes à des divisions déterminées sur le tableau, il est évident que ces divisions auront les teintes convenables, si l'intensité de la lumière pour chacune étant représentée par $\frac{(m-1)^n}{m^n}$, et celle pour les divisions correspondantes de la surface par K, on a toujours l'équation :

$$\left(\frac{m-1}{m}\right)^n = K.$$

Ainsi k étant donné, on pourra déterminer n; c'est-à-dire qu'étant données les divisions de la surface, et par conséquent celles du tableau, on pourra composer les teintes convenables à ces divisions : et réciproquement, n étant donnée, on déterminera K; c'est-à-dire qu'étant donnée *à priori* la loi des teintes, on déterminera, d'après cette loi, les divisions du tableau auxquelles conviendront les teintes données.

L'équation $\left(\frac{m-1}{m}\right)^n = K$ est celle d'une logarithmique dans laquelle K et n seraient ordonnée et abscisse; ou autrement n est le logarithme de K. Ainsi on pourra calculer les valeurs de K telles que les valeurs successives de n aient pour différence constante l'unité, ou bien on pourra adopter en totalité le moyen suivant d'exécution.

Ayant construit arbitrairement une logarithmique rapportée à son axe, on déterminera les deux valeurs de K correspondantes, l'une au point le plus brillant de la surface, et l'autre à la courbe la plus voisine possible de la limite de sa partie éclairée; puis on construira dans la logarithmique les ordonnées égales ou qui pourront représenter ces deux valeurs, en observant qu'à la première doit répondre l'abscisse nulle. Ayant ensuite choisi une teinte pour la plus faible de celles qu'on se proposera d'employer, on cherchera par une expérience, combien de fois elle doit être répétée pour approcher du noir, autant qu'on le jugera convenable. Ce nombre de fois étant connu, on divisera en un même nombre de parties égales, la partie de l'axe de la logarithmique comprise entre les ordonnées qu'on aura tracées. Les ordonnées correspondantes aux points de division, seront les autres valeurs de K.

Ayant déterminé ainsi ces valeurs, on construira sur le tableau les courbes d'égales teintes correspondantes; et si elles y sont en grand nombre, l'intensité de la lumière pour chaque division, comprise entre deux courbes consécutives, pourra être représentée par les mêmes valeurs de K.

Maintenant, en commençant par les divisions du tableau qui représenteront les plus voisines de la limite de la partie éclairée sur la surface,

on étendra sur la première la teinte primitive que l'on se sera donnée ; puis la même teinte sur les deux premières, et ainsi de suite jusqu'à la courbe la plus voisine du point où est le *maximum* de lumière ; enfin on laissera blanc l'espace renfermé par cette courbe.

Alors les nombres de teintes étendues sur chaque division, ne seront autre chose que la suite naturelle des nombres, et seront représentés par les abscisses de la logarithmique ; les ordonnées de la même courbe qui formeront alors une progression géométrique et qui ont été prises pour les différentes valeurs de K, pourront donc représenter l'intensité de lumière obtenue au moyen de ces teintes sur chaque division, puisqu'on aura toujours $\left(\frac{m-1}{m}\right)^n = K$.

La loi suivant laquelle varie l'intensité apparente de la lumière sur la surface, aura donc été observée avec d'autant plus d'exactitude, que le nombre des courbes d'égale teinte tracées, aura été plus grand, et la partie éclairée de la surface sera représentée par un procédé qu'on pourra rendre aussi rigoureux qu'on voudra.

Comme d'après cette méthode les courbes d'égale teinte se trouveront sur la surface à des distances inégales, suivant que ces courbes paraîtraient dans quelques parties trop distantes ou trop rapprochées, on pourrait insérer ou omettre des moyens, et augmenter ou diminuer convenablement la teinte qui servira d'échelle.

Il est évident que la partie obscure, dans l'hypothèse actuelle, doit être rendue par une teinte absolument noire, ainsi que le fond. Mais comme nous n'avons rien dit jusqu'à présent qui ne puisse s'appliquer au cas de plusieurs corps lumineux, ces corps, si nous les admettons, pourront être placés de manière à ce qu'on n'aperçoive sur la surface aucune partie tout-à-fait obscure. Si on en suppose deux, par exemple, inégalement lumineux, celui qui produira la lumière la plus faible, pourra éclairer la partie de la surface que l'autre eût laissée dans l'obscurité, et y produire l'effet d'un reflet.

Nous choisirons cette disposition dans l'application que nous ferons de ces procédés à la surface de la sphère. Mais nous allons auparavant

terminer par quelques observations, ce qui est relatif à la considération d'une surface quelconque.

Reprenons l'équation générale $(B) = K$ ou $(C) = K$; et comme ce que nous avons à dire sur l'une de ces deux équations pourra également s'appliquer à l'autre, considérons seulement la première qui a été obtenue dans une hypothèse plus simple.

Cette équation étant comprise dans la formule $F(x, y, z, p, q) = 0$, représente, comme on sait, une infinité de surfaces. Or elle ne fait, ainsi que toutes les équations de cette forme, que déterminer d'une manière générale le lieu dans l'espace d'un élément superficiel ds, et en même temps la position du plan de cet élément, en sorte qu'il satisfasse à la condition même qu'elle exprime $(B) = K$; c'est-à-dire, en sorte que l'intensité apparente de la lumière y soit représentée par une quantité déterminé K. Tous les élémens de chacune de ces surfaces auront donc la même intensité apparente de lumière.

Ainsi, pour une même position de l'œil et du corps lumineux, et pour une même valeur de K, il existe une infinité de surfaces d'égale intensité apparente de lumière. Nous nommerons ces surfaces, pour abréger, *surfaces d'égale teinte.*

Nous remarquerons qu'en combinant l'équation de la surface s avec l'équation $(B) = K$, nous n'avons fait qu'exprimer qu'une des surfaces représentées par cette équation touchait la surface proposée; et la courbe d'égale teinte déterminée dans ce cas, n'est que la ligne de contact de ces deux surfaces. Cela suit évidemment de ce que nous venons de dire, puisque tous les élémens de la surface s, qui sont sur cette ligne d'égale teinte, satisfont à l'équation $(B) = K$.

Dans le cas de l'œil et du corps lumineux placés à l'infini, les surfaces d'égale teinte sont représentées par l'équation :

$$\frac{p^2 - a^2 q^2}{1 + p^2 + q^2} = K,$$

et sont des surfaces développables; dans ce seul cas le plan est une surface d'égale teinte. Dans ce seul cas aussi, on pourrait le choisir pour y représenter un objet quelconque d'après le procédé que nous avons décrit; car ce procédé suppose que le tableau soit une surface d'égale teinte.

Mais si on suppose l'œil à une distance finie, et que le corps lumineux seul soit à l'infini, on a l'équation :

$$\frac{(b - aq - p)\,[z' - z - q\,(y' - y) - p\,(x' - x)]}{(1 + p^2 + q^2)\,[(z' - z)^2 + (y' - y)^2 + (x' - x)^2]^{\frac{3}{2}}} = K,$$

et on trouve que les courbes d'égale teinte, sur un plan donné de position, sont des circonférences de cercle concentriques ; et que l'intensité de la lumière, sur chaque point, est en raison inverse du cube de sa distance à l'œil.

Lorsqu'on se propose de représenter un objet sur une surface plane, il s'en faut donc beaucoup qu'on puisse rigoureusement supposer que l'intensité apparente de la lumière soit constante sur cette surface. Mais on peut corriger toute erreur en commençant par peindre le plan lui-même du tableau de manière que, vu à une distance donnée, l'intensité de la lumière y paraisse constante ; question inverse de la précédente, et qu'on peut résoudre d'une manière générale, d'après les mêmes considérations.

Si on veut considérer ces sortes de questions autrement que comme objet de spéculation, on pourra, par les procédés auxquels elles conduisent, suppléer dans quelques cas au défaut de modèles en relief disponibles ; on pourra même représenter des formes tout-à-fait nouvelles, et dont on n'aurait rencontré de modèles nulle part.

Mais dans l'application, les difficultés géométriques les compliquent bientôt. D'ailleurs, les circonstances qui accompagnent les phénomènes de lumière sont tellement multipliées et varient tellement dans les différens cas, qu'à moins d'avoir été produites artificiellement, elles ne ressemblent à aucunes de celles que nous avons pu prévoir, et seraient difficilement la base d'aucun calcul. De plus, comme nous ne les avons jamais toutes connues dans les différens effets d'après lesquels nous avons appris à juger des formes, nous avons dû nous habituer à une manière de juger à laquelle souvent ne se trouveraient pas conformes les résultats même exacts auxquels nos procédés nous conduiraient.

On peut cependant, dans quelques cas très-simples, faire des applications de ces procédés, et s'assurer de leur exactitude.

Dans celle qui va suivre, nous placerons le point lumineux et l'œil à

l'infini, en sorte que nous pourrons prendre pour tableau une surface plane, et y supposer l'intensité apparente de la lumière constante primitivement.

Application de la méthode précédente à la surface de la sphère.

Considérons une sphère qui ait pour équation

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1,$$

et, ne la supposant éclairée d'abord que par un seul corps lumineux, admettons d'ailleurs toutes les suppositions qui nous ont conduit à l'équation

$$\frac{p^2 - a^2 q^2}{1 + p^2 + q^2} = K;$$

si dans cette seconde équation nous mettons pour p et q leurs valeurs déduites de la première, elle deviendra

$$\frac{x^2 - a^2 y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = K,$$

et cette équation combinée avec celle de la sphère, donnera les trois équations

$$(M)\quad \begin{cases} x^2 - a^2 y^2 = K \\ (1 + a^2)\, y^2 + z^2 = 1 - K \\ (1 + a^2)\, x^2 + a^2 z^2 = a^2 - K, \end{cases}$$

la première à l'hyperbole, et les deux autres à l'ellipse pour celles des projections d'une des courbes d'égale teinte à déterminer sur la surface de la sphère. Faisant varier K, on aura les différentes courbes; et nous remarquons que, de quelque manière que l'on fasse varier K, toutes les hyperboles ou ellipses représentées par chaque équation seront semblables.

Cela posé, soit $K = 0$; ces trois équations deviendront

$$x = \pm a y$$
$$(1 + a^2)\, y^2 + z^2 = 1$$
$$(1 + a^2)\, x^2 + a^2 z^2 = a^2.$$

La première de ces nouvelles équations est celle du système de deux droites, asymptotes communes à toutes les hyperboles représentées par l'équation $x^2 - a^2 y^2 = K$; et si on la compare avec celle $x = \pm \frac{1}{a} y$ du

système des rayons visuel et lumineux qui viennent au centre de la sphère; on verra que ces asymptotes sont perpendiculaires à ces rayons.

Puisque la courbe qui correspond à cette valeur particulière de K a pour projection le système de deux lignes droites, elle est elle-même le système de deux courbes planes, c'est-à-dire, de deux circonférences de cercle, puisque la surface donnée est sphérique; et comme les plans de ces circonférences passent par le centre et sont d'ailleurs perpendiculaires aux rayons visuel et lumineux, elles sont, l'une la ligne qui sépare la partie éclairée de la surface d'avec la partie obscure, et l'autre, le contour apparent de la même surface.

Les ellipses représentées par les deux autres équations, sont les deux autres projections du système des deux mêmes courbes.

Faisons maintenant dans les trois équations (M), $K = 1$, elles deviendront

$$x^2 - a^2 y^2 = 1$$
$$(1 + a^2) y^2 + z^2 = 0$$
$$(1 + a^2) x^2 + a^2 z^2 = 1 + a^2.$$

Or, dans la première de ces nouvelles équations, la supposition de $x = 1$ donnera $y = 0$; et celle de $x < 1$, y imaginaire.

L'ellipse représentée par la seconde s'évanouit, et on y trouve x et z égaux à zéro.

Enfin, la supposition de $x = 1$ dans la troisième donnera pareillement $z = 0$; tandis que si on fait $x < 1$, on obtient des points hors de la sphère, et qui étant sur un plan passant par son centre, ne peuvent être la projection d'aucun point pris sur sa surface.

La courbe d'égale teinte se réduit donc alors à un point unique, situé à l'extrémité du rayon de la sphère, qui divise en deux parties égales l'angle formé par le rayon visuel et le rayon lumineux qui viennent au centre; et comme il est évident d'ailleurs, d'après les mêmes équations, qu'on ne peut supposer à K de valeur plus grande que 1, ce point est le plus brillant de la surface.

A ce point les rayons visuel et lumineux font des angles égaux avec la surface; ainsi notre résultat est le même que celui qu'on obtiendrait en cherchant le point brillant sur une surface parfaitement polie; et lorsque

l'œil

l'œil et le corps lumineux sont à l'infini, cette coïncidence a lieu, quelle que soit la surface éclairée.

Maintenant, comme l'une quelconque des trois équations (M), combinée avec celle de la sphère, suffit pour déterminer les courbes d'égale teinte, nous choisirons la seconde, et nous remarquerons qu'on peut considérer ces courbes comme les intersections avec la surface de la sphère d'autant de cylindres droits, ayant pour base les ellipses représentées par cette équation.

Ces cylindres auront pour axe commun la ligne qui vient au point le plus brillant de la surface, c'est-à-dire, l'axe des (x); et comme les ellipses qui leur servent de bases sont toutes semblables, et ont leurs grands axes sur l'axe des (z), un même plan passant par l'axe des (z), donnera dans tous des sections circulaires.

Cherchons la direction de ce plan.

Il est évident que si dans l'équation

$$(1+a^2)y^2+z^2=1-K$$

on suppose $(1+a^2)y^2=t^2$ [t étant une nouvelle ordonnée parallèle au plan des (x,y), mais inclinée à celui des (x,z)], cette équation deviendra :

$$t^2+z^2=1-K$$

et sera une équation au cercle. Or, puisqu'on a : $(1+a^2)y^2=t^2$; la parallèle à t, passant par l'origine, c'est-à-dire, l'axe des (t), aura pour équation :

$$x=\pm ay,$$

équation que nous avons vue précédemment être celle du système de deux droites perpendiculaires, l'une au rayon visuel, et l'autre au rayon lumineux venant à l'origine. L'un ou l'autre des deux plans passant par chacune de ces droites, donnera donc des cercles dans les différens cylindres, et sera perpendiculaire aux mêmes rayons.

Or l'un d'eux est le plan même du tableau ; les intersections de ces cylindres avec la surface de la sphère seront donc faciles à construire.

Si on nomme r le rayon de la section circulaire dans l'un quelconque

de ces cylindres, comme ce rayon est égal au grand axe de la base elliptique du même cylindre, on aura :

$$r^2 = 1 - K,$$

équation au moyen de laquelle donnant à K différentes valeurs, on pourra construire les valeurs correspondantes de r; et réciproquement, connaissant r, on pourra déterminer K.

Enfin, on pourra suivre pour le tracé des courbes d'égale teinte, pour la composition des teintes et pour leur distribution sur le tableau, le procédé que nous avons décrit plus haut généralement.

Nous remarquerons seulement que, comme nous avons supposé l'œil placé à une distance infinie, la perspective de l'objet représenté ne diffère pas de sa projection verticale, et qu'ainsi le tracé des courbes d'égale teinte sur le tableau se réduira à en faire une simple projection verticale.

Si nous supposons maintenant un second corps lumineux placé aussi à une distance infinie, et dont les rayons soient parallèles à ceux du premier, mais venant dans le sens directement opposé, les parties de la surface, éclairées par chacun des deux corps, auront une même ligne pour limite commune, et nous aurons pu les considérer séparément.

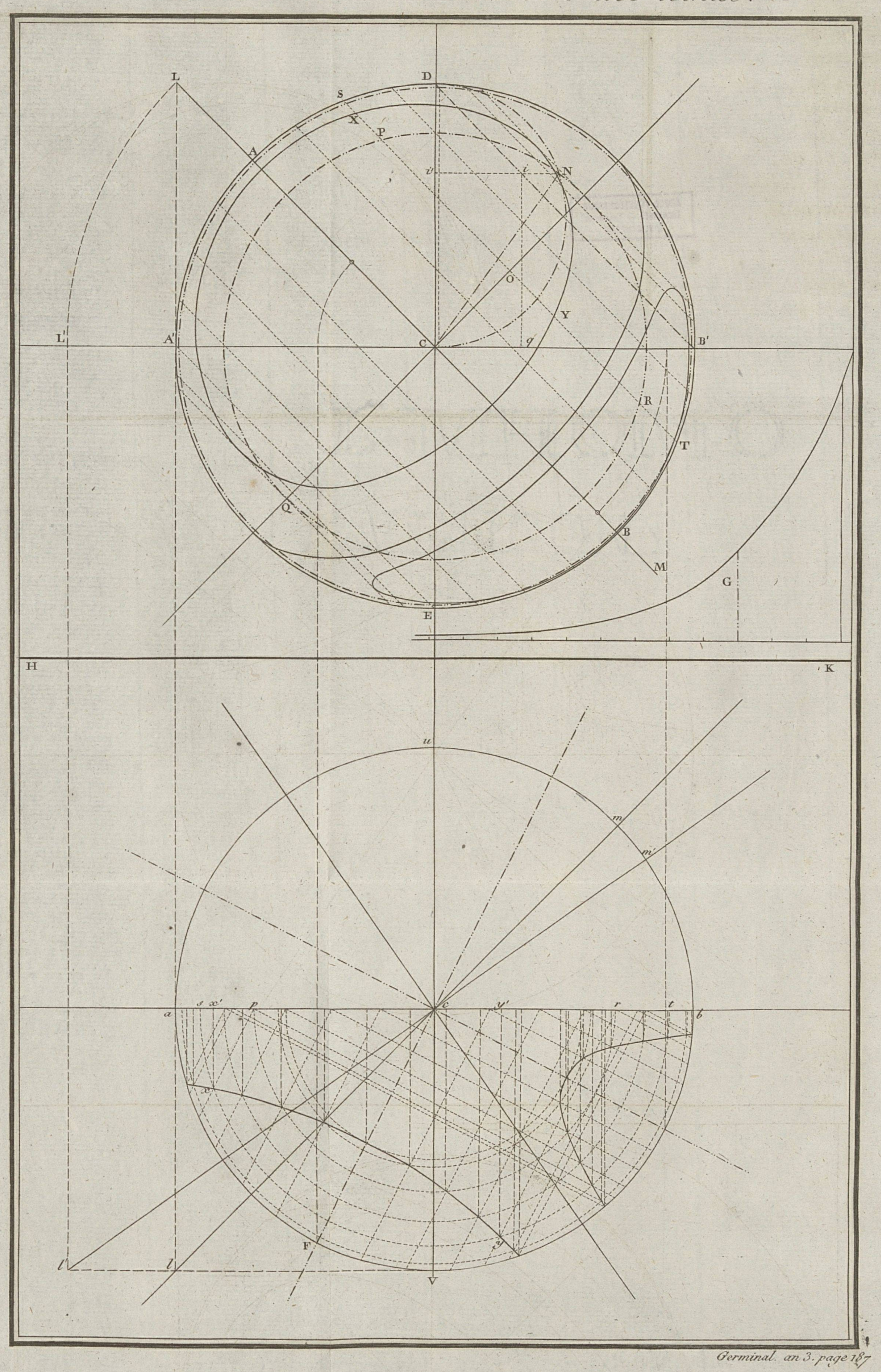
Ainsi, laissant subsister tout ce que nous avons dit pour le premier, nous en pourrons dire autant pour le second; et si la lumière envoyée par ce second corps est plus faible que celle du premier, elle pourra ressembler à une lumière réfléchie. La surface éclairée paraîtra alors dans une des circonstances où nous voyons fréquemment les corps.

Il est évident que le *maximum* d'intensité pour cette seconde lumière devra être rendu par une teinte déjà sombre.

Il est aussi presqu'inutile de remarquer qu'il y aura sur la partie éclairée et sur la partie reflettée de la surface, des courbes pour lesquelles l'intensité de la lumière sera toujours la même; et que si on remarque sur le tableau quelles sont ces courbes, on pourra conduire à-la-fois la composition des teintes pour les deux parties.

On parviendra ainsi à rendre une forme sphérique de manière à approcher de l'exactitude autant qu'on voudra, l'œil étant placé à l'infini. On aurait pu également supposer l'œil placé à une distance finie, mais on aurait obtenu des résultats moins simples.

Planche relative au Problême des teintes.



La marche enfin serait la même et tous les résultats analogues, si la surface proposée, au lieu d'être sphérique, était une surface de révolution dans laquelle les sections circulaires seraient parallèles aux rayons lumineux et aux rayons visuels.

Explication de la Planche et détails de construction.

Soit rapportée la sphère proposée à deux plans de projection, l'un horizontal et l'autre vertical; et soit supposé le second de ces deux plans perpendiculaire à la direction des rayons visuels. Soit $H\ K$ la ligne qui séparera les deux projections.

Par le centre projeté en C et c, soit conçu un second plan vertical parallèle au premier; ce plan déterminera sur la surface de la sphère, la ligne de son contour apparent; et nous sommes déjà convenus de le prendre pour le plan du tableau. Cela posé, nous supposons ce plan transporté parallèlement à lui-même jusqu'à ce qu'il se confonde avec le plan vertical de projection, en sorte que le contour apparent s'y trouve tracé en $D\ A'\ E\ B'$.

Soient la droite $n\ V$ et le point c les projections du rayon visuel dirigé au centre de la sphère; $M\ L$ et $m\ l$ celles du rayon lumineux venant au même point; $M\ L$ peut être encore considéré comme la trace sur le plan vertical du plan qui contient ces deux rayons.

Or les projections des courbes d'égale teinte sur ce plan étant, comme nous l'avons trouvé, des hyperboles, et étant d'ailleurs faciles à construire graphiquement, nous nous sommes proposé de les obtenir d'abord, et d'en conclure les projections des mêmes courbes sur le plan même du tableau. Les deux parties de la planche séparées par la ligne $H\ K$ représentent ces deux genres de projections et les lignes qui ont servi à en déterminer les différens points.

Nous avons supposé que le plan passant par les rayons visuel et lumineux dirigés au centre, c'est-à-dire, le plan des projections hyperboliques, avait tourné autour du rayon visuel jusqu'à ce qu'il devînt horizontal, et avait été ensuite transporté parallèlement à lui-même jusqu'à ce qu'il se confondît avec le plan horizontal de projection; en

sorte que la circonférence déterminée par ce plan à la surface de la sphère, s'est trouvée transportée en $u\ a\ V\ b$, et que le diamètre commun à cette circonférence et à celle du contour apparent transporté d'abord en $A\ B$ sur le plan vertical, y a pris ensuite la position $A'\ B'$, et a été transporté en $a\ b$ sur le plan horizontal.

Le rayon lumineux dirigé au centre et situé dans ce plan, ayant participé à son mouvement, un point quelconque de ce rayon, celui projeté en L et l par exemple, a décrit un arc de cercle projeté en $L\ L'$ et $l\ l'$, et a définitivement été transporté en l' sur le plan horizontal, en sorte que $m'\ l'$ est devenue la position de ce rayon; $l'\ c\ V$ est donc l'angle vrai formé par les rayons visuel et lumineux; et la droite $C\ F$ qui divise cet angle en deux parties égales détermine en F le point le plus brillant de la surface, et est l'axe commun aux cylindres dont les intersections avec la surface de la sphère donneront les courbes d'égale teinte, sauf à concevoir le plan dans lequel se trouvent cet axe et ce point revenu à sa première position, et ayant de nouveau pour trace dans le plan vertical, la droite $M\ L$.

Soit donc la circonférence $P\ Q\ R$ tracée sur le plan du tableau, la base d'un des cylindres dont il s'agit de construire l'intersection avec la surface de la sphère. Soient conçues, la surface de ce cylindre et celle de la sphère coupées par des plans parallèles aux rayons visuels et lumineux; il en résultera à la première surface des lignes droites, et à la seconde des circonférences de cercle; et les unes et les autres étant projetées sur le plan qui passe par les rayons visuel et lumineux venant au centre, la suite de leurs intersections donnera la projection hyperbolique demandée.

Les différens plans coupans auront pour traces dans le plan vertical, des droites parallèles à $M\ L$. Soit $S\ T$ l'une de ces traces, et soient S, P, R et T les points auxquels elle coupera les circonférences $D\ A'\ E\ B'$ et $P\ Q\ R$; soit maintenant transportée cette droite sur le diamètre $a\ b$, en sorte que le milieu O de la corde $S\ T$ tombe en c et les points S, P, R et T en s, p, r et t; sur $s\ t$ comme diamètre, soit décrite une demi-circonférence, et soient menées par les points p et r deux droites parallèles à $c\ F$; les intersections x et y de ces droites et de cette demi-circonférence,

seront deux points de la projection hyperbolique de la courbe d'égale teinte correspondante au cylindre, ayant pour base $P\ Q\ R$; et si on abaisse sur $a\ b$ les perpendiculaires $x\,x'$, $y\,y'$ et qu'on porte $c\,x'$ et $c\,y'$ de O en X et de O en Y, les points X et Y seront deux points de la projection de la même courbe sur le plan du tableau. On déterminera semblablement les autres points de cette projection, et de même ceux de toutes les courbes d'égale teinte à tracer sur le tableau et correspondantes à d'autres cylindres.

Pour obtenir maintenant les bases des cylindres, en vertu de la loi de composition des teintes, c'est-à-dire, pour construire l'équation $r^2 = 1 - K$, soit menée par les extrémités de deux rayons perpendiculaires $C\ D$, $C\ B'$ dans le plan du tableau, une ligne droite $D\ B'$; cette ligne sera le lieu de l'équation $1 - K = n$, en sorte qu'à une abscisse quelconque $c\ q$ égale à K correspondra une ordonnée $q\ i$ égale à n ou égale à $1 - K$. Par le point i soit maintenant menée une droite $i\ i'$ parallèle à $B'\ c$ et qui coupe au point N une demi-circonférence décrite sur $C\ D$ comme diamètre, et soit menée la corde $C\ N$; cette corde étant prise pour r satisfera à l'équation $r^2 = n$ et par conséquent à l'équation $r^2 = 1 - K$. On pourra donc la prendre pour le rayon r de la base du cylindre correspondant à la valeur de K égale à $C\ q$.

r étant donné, on déterminera la valeur correspondante de K par la méthode inverse; et on pourra employer cette méthode pour déterminer la valeur de K correspondante à la courbe d'égale teinte la plus voisine possible de la limite de la partie éclairée de la surface, c'est-à-dire, pour déterminer la plus petite valeur finie qu'on puisse employer pour K; on sait que sa plus grande valeur $= 1 = c\ B'$. Ayant alors les valeurs extrêmes de K, on déterminera les autres au moyen d'une logarithmique G, tracée arbitrairement, et ainsi que nous l'avons déjà dit. On aura alors tout ce qu'il faudra pour obtenir les bases des différens cylindres, et par conséquent pour tracer sur le tableau les courbes d'égale teinte demandées.

On suivra enfin les mêmes procédés pour tracer celles qui correspondent à la partie reflettée de la surface.

TABLE

Des principaux Articles contenus dans ce Cahier.

TABLE.

FIN DE LA TABLE.

JOURNAL

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

OU

BULLETIN DU TRAVAIL

FAIT

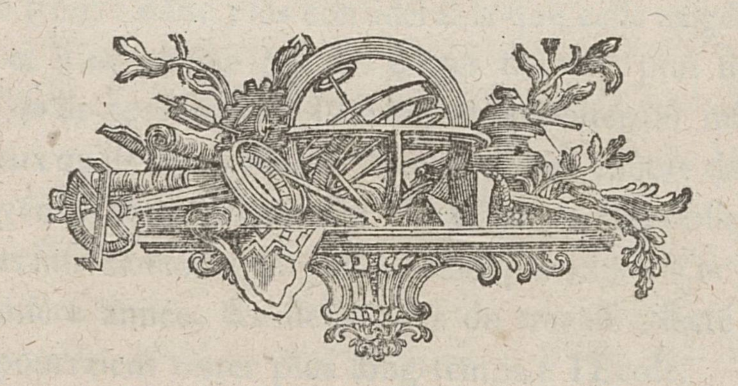
A CETTE ÉCOLE,

PUBLIÉ

PAR LE CONSEIL D'INSTRUCTION ET ADMINISTRATION DE CET ÉTABLISSEMENT.

DEUXIÈME CAHIER.

MOIS DE FLORÉAL ET DE PRAIRIAL.



A PARIS,

DE L'IMPRIMERIE DE LA RÉPUBLIQUE.

NIVÔSE, AN IV. [1796]

Et se trouve chez les C.ens REGENT et BERNARD, libraires, quai des Augustins, n.° 37.

AVANT-PROPOS.

DEPUIS la publication du premier cahier de ce Journal, il s'est fait plusieurs changemens dans l'institution de l'École dont ce Journal fait connaître les travaux.

En vertu du décret du 15 fructidor dernier, l'établissement a pris le nom d'*École polytechnique*, qui est plus approprié. C'est ce qui a obligé à modifier le titre donné à ce Journal dans le premier cahier.

La même loi porte plusieurs dispositions relatives au mode d'examen pour l'admission des élèves. Ils ne peuvent être reçus qu'autant qu'ils savent, en algèbre, la résolution des équations des quatre premiers degrés, et la théorie des suites; et, en géométrie, son application à l'algèbre, et les sections coniques. L'instruction préalable se trouve donc plus considérable que celle exigée précédemment, et il en résulte que les élèves tireront plus de profit des leçons qu'ils recevront à l'école, et exécuteront mieux les divers travaux qu'ils ont à y faire. Pour s'assurer encore davantage que les moyens d'étude offerts aux élèves par la République, ne le seront pas infructueusement, on a statué que ceux qui ne feraient pas, la première année, les deux tiers du travail affecté à cette année, ne pourraient rester plus long-temps à l'École.

L'admission et la sortie des élèves, leur passage d'une division à l'autre, et le commencement des cours annuels étant fixés, par la loi, au 1.er nivôse, il a fallu terminer, à cette époque, le travail de la première année.

Il a fallu, cette première fois, se resserrer dans un intervalle de neuf mois, puisque les trois, à compter de nivôse de l'an 3, avaient été employés aux cours préliminaires qui ne doivent plus à l'avenir se répéter. Ainsi, le compte rendu de neuf mois, c'est-à-dire depuis germinal dernier jusqu'en nivôse, formera le bulletin complet annoncé pour cette année.

On a préféré, dans ce cahier, réunir le bulletin de deux mois, parce que cela donne quelques facilités. On en usera de même pour la suite à publier. La multitude des occupations pour préparer et entretenir sans cesse le service de l'École, n'a pas encore permis de tenir cette publication au courant; on se hâtera d'y parvenir.

Le bulletin de l'année actuelle commençant au mois où nous sommes, succédera au précédent sans interruption. Quoique la matière de l'enseignement soit périodiquement la même, on n'en trouvera pas moins de variété dans le bulletin, et cela donnera mieux à juger la richesse des sujets à traiter, et le perfectionnement successif d'un établissement si précieux pour la propagation des lumières.

Mais ce qui lui prépare encore une plus grande utilité, c'est la loi du 30 vendémiaire, concernant l'organisation des écoles des différens services publics qui exigent des connaissances étendues dans les sciences et les arts. Bientôt des écoles particulières vont s'élever autour de l'École polytechnique pour fournir des applications de ce qui s'y enseigne à chaque genre de service. Les élèves qui se destineront à l'*artillerie*, au *génie militaire*, aux *ponts et chaussées*, aux *mines*, aux *opérations topographiques* et

à la *construction des vaisseaux*, ne pourront entrer dans les écoles particulières relatives à ces divers genres, et par conséquent exercer les fonctions auxquelles elles préparent, qu'autant qu'ils auront d'abord passé un certain temps à l'École polytechnique, et qu'ils y auront fait le travail prescrit pour leur genre de destination. Il faut voir dans la loi même les conditions dont il s'agit, et celles qui s'appliquent à chacune des écoles liées en quelque sorte à celle-ci.

Ce bel ensemble promet de grands avantages à beaucoup d'égards. Outre l'amélioration des services publics, le versement des lumières dans la société, et la multiplication des bons artistes, il peut aider efficacement la restauration totale de l'éducation et de l'instruction publique en France, objet tant desiré, et qui exige une infinité de soins et d'efforts.

On a suivi exactement, dans l'École polytechnique, tout ce que les lois ou les ordres du gouvernement prescrivaient pour son régime intérieur. Les examens pour le renouvellement ou la classification des élèves ont eu lieu, et plus de trois cent vingt élèves, soit anciens, soit récemment arrivés de toutes les parties de la République, composent actuellement l'École. L'année dernière, la pénurie des subsistances en avait éloigné quelques-uns. On n'avait pu leur refuser des congés, les secours extraordinaires qui furent accordés n'étant pas suffisans pour tous. Mais le Directoire exécutif vient de faire cesser les obstacles et les inquiétudes qui menaçaient de langueur l'établissement entier; la nourriture et l'habillement des élèves leur sont assurés.

A présent, les principales difficultés sont vaincues; les embarras

inséparables de la création d'une si vaste institution ont disparu ; l'augmentation des collections, l'avancement des préparatifs de tout genre, une plus grande masse de connaissances dans les élèves, déjà l'expérience d'une année pour tous les agens, ont sensiblement amélioré l'école; de plus en plus les lumières s'y enracineront, s'y accumuleront par le travail de tant de coopérateurs; elles s'y conserveront par la tradition entre les élèves d'une génération à l'autre; et la patrie ne tardera pas à retirer le tribut de services qu'elle a droit d'en attendre.



TABLE

Des Articles contenus dans ce Cahier.

FIN DE LA TABLE.

ERRATA

Pour le premier Cahier de ce Journal.

PAGE 16, ligne 12, repaire ; *lisez* repère.
Page 18, ligne 4, convenable ; *lisez* convenables.
Page 21, ligne 3, on a cru remarquer ; *lisez* on a remarqué.
Page 25, ligne 22, les cataractes ; *lisez* des cataractes.
Page 29, ligne 26, par le nombre des bateaux qui, &c. ; *lisez* par le plus grand nombre des bateaux qui doivent passer en allant dans le même sens.
Page 35, ligne 26, pégoullères ; *lisez* pégoullières.
Page 161, ligne 1, une foule de procédés ; *lisez* une suite de procédés.
Page 163, ligne 6, la lie étant un composé des parties muqueuses et colorantes, qui se sont séparées d'avec celles qui sont mêlées avec une grande quantité de tartre ou tartrite acidule de potasse ; *lisez* la lie étant un composé de parties muqueuses et colorantes du vin, mêlées avec une certaine quantité de tartre ou tartrite acidule de potasse, et qui se sont séparées après la fermentation.
Page 163, ligne 16, et il faut une ; *lisez* et il faut y ajouter une.
Page 165, ligne 11, plus directe sur l'étoffe, ce qui peut encore ; *lisez* plus directe sur l'étoffe, et qui put encore.
Page 166, ligne 16, *Marguecou* ; lisez *Margueron.*

ERRATA pour le deuxième Cahier.

Page 8, première ligne, *substituez* Δ^n à Δ^x dans le premier membre, et *écrivez* n au lieu de 2 à l'exposant de la série multiplée par N dans le deuxième membre.
Page 19, ligne 4, à partir du bas de la page $\cos.^{n-2} A (n A)^2$ *lisez* $\cos.^{n-2} A (n \sin. A)^2$
Page 31, ligne 6, *écrivez* ainsi le dénominateur de la valeur de $\mu_{,}$

$$(\varrho_{,}^{x,} - \varrho_{,,}^{x,}) (\varrho_{,}^{x,} - \varrho_{,,,}^{x,}) (\varrho_{,}^{x,} - \varrho_{IV}^{x,}) \ldots\ldots (\varrho_{,}^{x,} - \varrho_{(n)}^{x,}).$$

Id. ligne 9, *écrivez* pour le 2.e facteur du numérateur de la valeur de $\mu_{,,,}$; $(z - \varrho_{,,}^{x,})$
Page 32, ligne 8, *écrivez* pour le 2.e terme du 2.e membre $\mu_{,,} \varrho_{,,}^{x}$ au lieu de $\mu_{,,} \varrho_{,,,}^{x}$
Page 36 et 37, ajoutez à la description de l'appareil, le renvoi à la planche première,
Page 122, ligne 17, ont rencontrées ; éparses sur mille objets divers, son imagination, &c. *lisez*, ont rencontrées éparses sur mille objets divers ; son imagination, &c.

Nota. Une erreur d'impression a fait redoubler les numéros des pages depuis 41 jusqu'à 48 inclusivement, et on ne s'en est aperçu que trop tard pour y remédier.



JOURNAL
DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

SUITE DES LEÇONS D'ANALYSE DE PRONY.

RAPPORTS GÉNÉRAUX

Des différences, indépendans de toute relation particulière entre les variables.

---

z étant une fonction des variables x, y, t, &c., et les expressions z', z'', z''', &c. Δz, $\Delta z'$, &c. $\Delta^2 z$, $\Delta^2\ z'$, &c. ayant les significations précédemment expliquées, je forme le tableau suivant. N.° VII.

C, &c.

	$\Delta^{-2}z^{-''}$	$\Delta^{-2}z^{-'}$	$\Delta^{-2}z^{0}$	$\Delta^{-2}z'$	$\Delta^{-2}z''$	$\Delta^{-2}z'''$	$\Delta^{-2}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{-2}z^{\mathrm{V}}$	
	$\Delta^{-1}z^{-''}$	$\Delta^{-1}z^{-'}$	$\Delta^{-1}z^{0}$	$\Delta^{-1}z'$	$\Delta^{-1}z''$	$\Delta^{-1}z'''$	$\Delta^{-1}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{-1}z^{\mathrm{V}}$	
A, &c.	$\Delta^{0}z^{-''}$	$\Delta^{0}z^{-'}$	$\Delta^{0}z^{0}$	$\Delta^{0}z'$	$\Delta^{0}z''$	$\Delta^{0}z'''$	$\Delta^{0}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{0}z^{\mathrm{V}}$	*B*, &c.
	$\Delta^{1}z^{-''}$	$\Delta^{1}z^{-'}$	$\Delta^{1}z^{0}$	$\Delta^{1}z'$	$\Delta^{1}z''$	$\Delta^{1}z'''$	$\Delta^{1}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{1}z^{\mathrm{V}}$	
	$\Delta^{2}z^{-''}$	$\Delta^{2}z^{-'}$	$\Delta^{2}z^{0}$	$\Delta^{2}z'$	$\Delta^{2}z''$	$\Delta^{2}z'''$	$\Delta^{2}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{2}z^{\mathrm{V}}$	
	$\Delta^{3}z^{-''}$	$\Delta^{3}z^{-'}$	$\Delta^{3}z^{0}$	$\Delta^{3}z'$	$\Delta^{3}z''$	$\Delta^{3}z'''$	$\Delta^{3}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{3}z^{\mathrm{V}}$	
	$\Delta^{4}z^{-''}$	$\Delta^{4}z^{-'}$	$\Delta^{4}z^{0}$	$\Delta^{4}z'$	$\Delta^{4}z''$	$\Delta^{4}z'''$	$\Delta^{4}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{4}z^{\mathrm{V}}$	
	$\Delta^{5}z^{-''}$	$\Delta^{5}z^{-'}$	$\Delta^{5}z^{0}$	$\Delta^{5}z'$	$\Delta^{5}z''$	$\Delta^{5}z'''$	$\Delta^{5}z^{\mathrm{IV}}$	$\Delta^{5}z^{\mathrm{V}}$	

D, &c.

Nota. On peut, dans la bande *AB*, supprimer ou laisser indifféremment le signe Δ^0, et

supprimer aussi l'accent o de z dans la bande CD, ces signes n'étant destinés qu'à établir la liaison entre les bandes qui sont de part et d'autre de AB et de CD.

$\Delta^{o} z^{o}$ est la fonction primitive ou génératrice de tout le tableau, on en déduit la bande AB par les substitutions successives de y', y'', &c. $`y$, $``y$, &c. $x'$, $x''$, &c. $`x$, $``x$, &c. et au lieu de y, de x, &c. dans z, et cette bande obtenue, le surplus du tableau se calcule par la propriété unique qu'un terme quelconque est la différence entre le terme immédiatement au-dessus de lui et le terme à droite de ce dernier.

Dans cette formation, les bandes supérieures à AB, doivent contenir des termes arbitraires dont on parlera dans la méthode inverse des différences.

De plus, chaque bande horizontale ou verticale peut être considérée comme dérivant d'un terme quelconque de cette bande, de la même manière que AB et CD, respectivement, dérivent de $\Delta^{o} z^{o}$.

Les théorèmes fondamentaux qui établissent les relations générales entre les quantités du tableau, sont contenus dans les trois formules suivantes :

$$(1)\ldots\ \Delta^{(n)} z = z^{(n)} - n z^{(n-1)} + \frac{n.n-1}{1.2} z^{(n-2)} - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} z^{(n-3)} + \&c. \ldots\ldots\ldots\ldots \pm z$$

$$(2)\ldots\ z^{n} = \Delta^{n} z + n\Delta^{n-1} z + \frac{n.n-1}{1.2} \Delta^{(n-2)} z + \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} \Delta^{n-3} z \ldots\ldots\ldots\ldots + z$$

$$(3)\ldots\ z = z^{n} + n\Delta z^{(n-1)} + \frac{.n-1}{1.2} \Delta^{2} z^{(n-2)} - \frac{n.n-1.x-2}{1.2.3} \Delta^{3} z^{(n-3)} \ldots\ldots\ldots\ldots \pm \Delta^{n} z$$

Nota. Les signes supérieur et inférieur ont lieu, respectivement, lorsque n est pair ou impair.

On peut observer que z, z^{n} et $\Delta^{n} z$ sont, sur le tableau, aux trois angles d'un triangle dont les côtés horizontal et vertical ont le même nombre de termes, et que, dans ce triangle, les termes placés à chaque angle sont donnés par les côtés opposés.

Un des termes quelconques du tableau pouvant être considéré comme générateur, on a les trois équations suivantes qui renferment les précédentes.

$$(4)\ldots\ \Delta^{(n+m)} z^{(k)} = \Delta^{n} z^{(k+m)} - n\Delta^{n} z^{(k+m-1)} + \frac{n.n-1}{1.2} \Delta^{n} z^{(k+m-2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \pm \Delta^{n} z^{(k)}$$

$$(5)\ldots\Delta^n z^{(k+m)} = \Delta^n z^{(k)} + n\Delta^{(n+1)} z^{(k)} + \frac{n.n-1}{1.2}\Delta^{n+2} z^k + \ldots\ldots\ldots + \Delta^{(n+m)} z^{(k)}$$

$$(6)\ldots\Delta^n z^k = \Delta^n z^{(k+m)} - n\Delta^{(n+1)} z^{(k+m-1)} + \frac{n.n-1}{1.2}\Delta^{(n+2)} z^{(k+m-2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \pm \Delta^{(n+m)} z^k$$

Nota. Les signes supérieur et inférieur ont lieu, respectivement, lorsque m est pair ou impair.

$\Delta^n z^k$ est ici le terme générateur, et m est sa distance aux deux autres angles du triangle où se trouvent les termes $\Delta^n z^{(k+m)}$, $\Delta^{(k+m)} z^k$.

Les six équations précédentes peuvent, par leurs combinaisons diverses, en produire une infinité d'autres ; celles (1) et (2) sont d'un usage très-important ; il est essentiel de les avoir toujours présentes à la mémoire, parce que j'y reviendrai plusieurs fois dans la suite du cours.

L'équation (2) sert de base à des formules d'interpolation très-usitées en physique, et sur-tout en astronomie.

FORMULES

Pour calculer les différences des fonctions algébriques d'une seule variable.

UNE fonction algébrique et rationnelle de x, sans diviseur variable, est toujours composée d'une suite de termes de la forme $A x^k$; ainsi le calcul des différences d'un ordre quelconque d'une pareille fonction, se réduit à trouver celles de la quantité x^k. N.° VIII.

Si dans le tableau de la feuille *n.° 7*, on fait $z = x^k$, on aura, en supposant Δx constant, $z' = (x + \Delta x)^k$, $z'' = (x + 2\Delta x)^k$, $z''' = (x + 3\Delta x)^k$, &c. $z^{(n)} = (x + n\Delta x)^k$; (n) est toujours un numéro d'accentuation.

Substituant ces valeurs dans l'équation (1) de la feuille *n.° 7*, on a

$$\Delta^{(x)} x^k = (x + n\Delta x)^k - n\{x + (n-1)\Delta x\}^k + \frac{n.n-1}{1.2}\{x + (n-2)\Delta x\}^k - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\{x + (u-3)\Delta x\}^k + \text{\&c.}\ldots\ldots\ldots\ldots \pm x^k.$$

Faisant les développemens de puissance indiqués, ordonnant par rapport à Δx, et observant que les facteurs de x, x^{k-1}, &c. jusqu'à x^{k-n+1} sont nuls, on a pour la différence d'un ordre quelconque de x^k,

$$\Delta^n x^k = \left\{ \begin{aligned} & \frac{k(k-1)(k-2)\ldots\ldots\ldots\ldots[k-(n-2)][k-(n-1)]}{1.2.3\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(n-1)n} \Big[n^n - n(n-1)^n \\ & \quad + \frac{n.n-1}{1.2}(n-2)^n - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}(n-3)^n + \&c. \Big] x^{k-n} (\Delta x)^n \\ & + \frac{k(k-1)(k-2)\ldots\ldots\ldots\ldots[k-(n-1)](k-1)}{1.2.3\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1 (n+1)} \Big[n^{n+1} - n.(n-1)^{n+1} \\ & \quad + \frac{n.n-1}{1.2}(n-2)^{n+1} - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}(-3)^{n+1} + \&c. \Big] x^{k-n-1} (\Delta x)^{n+1} \\ & + \frac{k(k-1)(k-2)\ldots\ldots\ldots\ldots(k-n)[k-(n+1)]}{1.2.3\ldots\ldots n.(n+1)(n+2)} \Big[n^{n+2} - n(n-1)^{n+2} \\ & \quad + \frac{n.n-1}{1.2}(n-2)^{n+2} - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}(n-3)^{n+2} + \&c. \Big] x^{k-n-2} (\Delta x)^{n+2} \\ & + \&c. \end{aligned} \right.$$

La loi de ces suites est très-aisée à saisir, et si on veut en former une table à double entrée pour différentes valeurs de n et de k, on pourra toujours réduire le calcul de cette table à des additions successives.

On conclut de l'équation précédente 1.° que la différence de l'ordre n de x^k (k et n étant des nombres entiers positifs) ne contient aucune puissance de Δx, inférieure à la puissance (Δx^n); 2.° qu'on ne trouve dans cette différence aucune puissance de x supérieure à la puissance x^{k-n}; 3.° que la différence de l'ordre k de x^k, se réduit à un seul terme constant de la forme $A(\Delta x)^k$.

Ces conclusions peuvent s'appliquer à une fonction quelconque $z = A x^k + B x^{k'} + C x^{k''} +$ &c. dont les exposans sont des nombres positifs et entiers, k étant le plus grand de ces nombres.

Cependant les usages de la formule générale ci-dessus, ne se bornent point aux exposans positifs et entiers; elle s'emploie aussi dans le cas des exposans négatifs ou fractionnaires, en faisant pour k les substitutions convenables, et alors les différences sont données par des suites qui ne se terminent point. On aura par ce moyen les valeurs de Δx^{-1}, Δx^{-2}, &c. $\Delta x^{\frac{1}{2}}$, $\Delta x^{\frac{1}{3}}$, &c.

Dans quelques cas on obtient des formules très-simples pour les différences d'une fonction rationnelle de x sans diviseur variable. Soit, par exemple,

$$z = \{ (x + a)\ (x + a + \Delta x)\ (x + a + 2\,\Delta x \ldots\ldots\ldots\ldots \ldots\ldots [x + a + (m - 1)\,\Delta x] \},$$

on a

$$\Delta^n z = m\,(m - 1)\,(m - 2) \ldots\ldots\ldots \{ m - (n - 1) \}\,(\Delta x)^n \{ x + a + n\,\Delta x)\,[x + a + (n + 1)\,\Delta x] \ldots\ldots\ldots\ldots \ldots [x + a + (m - 1).\Delta x] \}.$$

Soit encore

$$z = \frac{(x+a)\,(x+a+\Delta x)\,(x+a+2\,\Delta x)\ldots(x+a+\overline{m-1}.\Delta x)}{1\,.\,2\,.\,3\ldots m},$$

on a

$$\Delta^n z = \frac{[\,(x+a+n\,\Delta x)\,(x+a+\overline{n+1}\,\Delta x)\ldots(1+a+\overline{m-1}\,\Delta x)\,]\,(\Delta x)^n}{1\,.\,2\,.\,3\ldots\ldots(m-n)}.$$

La différence d'une fraction rationnelle peut toujours être exprimée par un nombre de suites égal au nombre des facteurs du dénominateur, en la supposant décomposée en fractions simples par les méthodes connues : cette méthode est la meilleure à suivre dans beaucoup de cas ; mais lorsque le numérateur étant constant, le dénominateur est un produit de la nature des précédens, la formule se simplifie beaucoup. Soit donc

$$z = \frac{A}{(x+a)\,(x+a+\Delta x)\,(x+a+2\,\Delta x)\ldots\ldots(x+a+\overline{m-1}\,.\,\Delta x)}$$

on a

$$\Delta^{(n)} z = \frac{\pm A\,[m\,.\,\overline{m+1}\,.\,\overline{m+2}\ldots\ldots\ldots(m+1\,\overline{n-1})\,]\,(\Delta x)^n}{(x+a)\,(x+a+\Delta x)\ldots\ldots(x+a+m+\overline{n-1}\,.\,\Delta x)}.$$

Les signes $+$ et $-$ ont lieu respectivement lorsque n est pair ou impair.

La théorie précédente est suffisante relativement à l'objet du cours, pour les fonctions algébriques d'une variable. Je communiquerai aux élèves qui voudront approfondir un peu plus la matière, quelques théorèmes sur les produits des facteurs, en progression arithmétique, dont la différence est une autre quantité que Δx, soit que ces produits soient isolés, soit qu'ils divisent une fonction de x.

DIFFÉRENCES

Des Fonctions transcendantes d'une seule variable.

N.° IX. La recherche des différences des fonctions transcendantes peut, en général, se réduire, par la méthode des suites, à celle des différences des fonctions algébriques; mais il est souvent plus utile et plus commode de conserver aux différences la forme transcendante, ce qui leur donne d'ailleurs l'avantage d'être représentées par des expressions finies: le choix de l'une ou l'autre espèce de formule dépend de l'objet d'application qu'on a en vue.

Différences des Logarithmes.

Soit $z = \log. x$, il en résultera $\Delta z = \Delta . \log. x = \log. (1 + \frac{\Delta x}{x})$, expression qui, au moyen de la formule connue pour trouver le logarithme d'un binome, savoir, $\log. (a + b) = \log. a + M \{ \frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \&c. \}$, devient $(1) \ldots \Delta z = \Delta . \log. x = M \{ \pm \frac{\Delta x}{x} - \frac{(\Delta x)^2}{2x^2} \pm \frac{(\Delta x^3)}{3x^3} - \frac{(\Delta x)^4}{4x^4} \pm \&c. \}$ Les signes supérieurs et inférieurs ont lieu respectivement, lorsque Δx est positif ou négatif.

Cette équation fournit une approximation suffisante, avec peu de termes, lorsque Δx est petit; mais on peut trouver une valeur de Δz encore plus convergente, en employant la formule qui exprime le logarithme de $\frac{1+a}{1-a}$, et qui est, $\log. (\frac{1+a}{1-a}) = \{ a + \frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{5}a^5 + \frac{1}{7}a^7 + \&c. \} 2M$; on a par cette formule, en faisant $\log. (\frac{1+a}{1-a}) = \log. (1 + \frac{\Delta x}{x}) = \Delta \log. x$, ce qui donne $a = \frac{\Delta x}{2x + \Delta x}$:

$(2) \ldots \Delta . \log. x = \pm 2M \{ \frac{\Delta x}{2x \pm \Delta x} + \frac{1}{3}(\frac{\Delta x}{2x \pm \Delta x})^3 + \frac{1}{5}(\frac{\Delta x}{2x \pm \Delta x})^5 + \frac{1}{7}(\frac{\Delta x}{2x \pm \Delta x})^7 + \&c. \}$ La règle des signes est la même que pour l'équation (1).

Si on combine ensemble les formules $\log.(a + b) = a \log. a + M\{\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \&c.\}$ et $\log.(a - b) = \log. a - M\{\frac{b}{a} + \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} + \&c.\}$, on en tirera l'équation suivante, très-simple et très-commode pour les différences secondes logarithmiques, qui a été donnée par Delambre :

$$\Delta^2 . \log. x = -M\left\{\frac{(\Delta x)^2}{(x + \Delta x)^2} + \frac{(\Delta x)^4}{2(x + \Delta x)^4} + \frac{(\Delta x)^6}{3(x + \Delta x)^6} + \&c.\right\}$$

La quantité M est ce qu'on nomme le *module* logarithmique. C'est le facteur par lequel il faut multiplier les logarithmes hyperboliques, pour avoir ceux du système dans lequel on calcule.

Différences des Quantités exponentielles.

Soit $z = a^x$, on a $z' + a^{x + \Delta x}$ et $z' - z = \Delta z = a^x a^{\Delta x} - a^x$. On sait, qu'en général, $a^{\Delta x} = 1 + \frac{\Delta x \log. a}{1} + \frac{(\Delta x)^2 \log.^2 a}{1.2} + \frac{(\Delta x)^3 \log.^3 a}{1.2.3} + \&c.$

Si on fait

$$\frac{\Delta x \log. a}{1} + \frac{(\Delta x)^2 \log.^2 a}{1.2} + \frac{(\Delta x)^3 \log.^3 a}{1.2.3} + \&c. = A,$$

on aura

$$\Delta z = \Delta . a^x = A a^x$$

et en général

$$\Delta^{(n)} z = \Delta^{(n)} . a^x = A^n a^x \ldots (3).$$

Les logarithmes que renferme la valeur de A, sont les logarithmes hyperboliques dans lesquels le module $M = 1$.

Application des Formules des différences des Quantités exponentielles.

L'équation (3) peut être utile pour trouver les différences successives des nombres correspondant à une série donnée des logarithmes en progression arithmétique. Soit N le premier de ces nombres et M le module, on aura

$$(4) \ldots . \Delta^x . N = N \{ \frac{\Delta \log . N}{M} + \frac{1}{1 . 2} (\frac{\Delta \log . N}{M})^2 \ldots \ldots + \frac{1}{1 . 2 . 3} (\frac{\Delta \log . N}{M})^3 + \&c. \}^2$$

Je donnerai, dans la suite, et par des méthodes plus concises que celles que l'avancement actuel du cours me permet d'employer, la théorie générale des différences logarithmiques et exponentielles, et j'expliquerai les procédés très-expéditifs dont on s'est servi pour calculer les grandes tables du cadastre : procédés déduits de la théorie des différences.

DÉMONSTRATIONS

Des Formules qui ont servi à la détermination des différences des fonctions logarithmiques et exponentielles.

N.° x. J'ai supposé dans le *n.° IX*, que les Élèves connaissaient les formules qui servent à calculer le logarithme d'un nombre, et réciproquement ; ces formules se trouvent en effet dans la plupart des ouvrages classiques, mais les démonstrations qu'on en donne sont souvent de nature à introduire une pétition de principe dans la méthode que j'ai adoptée pour le développement du calcul différentiel ; celles que je donne ici sont simples, très-rigoureuses, et ont l'avantage d'offrir la même notation et la même marche de raisonnement employées depuis le commencement du cours.

Un système de logarithmes peut, en général, être représenté par l'équation $y = A^x$, y étant un nombre quelconque, et x son logarithme. La constante A est la *base* du système, c'est le nombre qui a l'unité pour logarithme ; car en faisant $x = 1$, on a $y = A$.

On peut, conformément à ce qui a été dit, *feuille II*, sur les équations à deux indéterminées, donner à l'une quelconque des variables x et y une suite de valeurs arbitraires, dont chacune comportera une détermination particulière de l'autre variable. Soient les séries de ces valeurs

$$x, x', x'', x''', \&c. \ldots \ldots \ldots x^{(n)}$$

$$y, y', y'', y''', \&c. \ldots \ldots \ldots y^{(n)}$$

On

On conçoit aisément que les sommes ou les différences de deux ou d'un plus grand nombre de termes de la première suite, donneront des nombres *indicateurs* des produits ou des quotiens des termes correspondans de la seconde suite, et qu'en opérant par multiplication ou division sur x, x', x'', &c. on aura les nombres *indicateurs* des puissances ou des racines de y, y', y'', &c.; l'usage arithmétique des logarithmes est fondé sur ces propriétés.

Si on construit la courbe qui a, pour équation, $y = A^x$, et à laquelle on a donné le nom de *logarithmique*, on trouvera, 1.° que dans l'angle des x et y positifs sa trace n'a point de borne, et que les x et les y peuvent y avoir des valeurs indéfiniment grandes; 2.° que dans l'angle des y positifs et x négatifs, la courbe s'éloigne indéfiniment de l'axe des y et a l'axe des x pour asymptote, 3.° que $x = 0$ donne $y = 1$, et qu'ainsi dans toutes les hypothèses sur la valeur de A, $\log. 1 = 0$; 4.° qu'aucune valeur de x ne peut rendre y négatif.

Les quantités x, x', x'', &c. étant supposées croître par intervalles égaux, ou Δx étant constant, on a les équations $y = A^x$; $y' = A^{x+\Delta x} = A^x . A^{\Delta x}$; $y'' = A^{x+2\Delta x} = A^x . A^{2\Delta x}$, &c. . . . . . $y^{(n)} = A^x . A^{n\Delta x}$ la série y, y', y'', &c. devient une progression géométrique,

$$\div y : y' : y'' : y''' : \ldots\ldots\ldots : y^{(n)},$$

d'où on déduit

$$y' - y : y'' - y' : y''' - y'' : \ldots y^{(n+1)} - y^{(n)} :: y : y' : y'' : y''' : \ldots : y^{(n)}$$

qu'on doit écrire

$$\Delta y : \Delta y' : \Delta y'' : \ldots\ldots\ldots : \Delta y^{(n)} :: y : y' : y'' : y''' : \ldots\ldots : y^{(n)}$$

et d'où l'on tire l'équation

$$\frac{y}{\Delta y} = \frac{y^{(n)}}{\Delta y^{(n)}}$$

ou en multipliant par Δx

$$\frac{y \Delta x}{\Delta y} = \frac{y^{(n)} \Delta x}{\Delta y^{(n)}}$$

Les membres de cette égalité sont *(n.° IV)* les valeurs des sous-sécantes correspondant à y et $y^{(n)}$; et comme n peut être un nombre quelconque,

on en conclut cette propriété importante, que lorsqu'une portion de l'axe des x est divisée en parties égales, toutes les sous-sécantes, dont chacune correspond à deux divisions consécutives, sont aussi égales, et que par conséquent *(n.° cité)* la sous-tangente de la logarithmique est une quantité constante.

La raison de la progression géométrique $\div y : y' : y'' : \ldots\ldots : y^{(n)}$ est $\frac{y'}{y}$, d'où on conclut $\frac{y^{(n)}}{y} = \left(\frac{y'}{y}\right)^n$ ou parce que $y' = y + \Delta y$, $\frac{y^{(n)}}{y} = \left(1 + \frac{\Delta y}{y}\right)^n$. Nommant M' la sous-sécante de la logarithmique déduite de la variation de x par intervalles égaux à Δx, on a $M' = \frac{y \Delta x}{\Delta y}$; d'où $\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x}{M'}$, ainsi $\frac{y^{(n)}}{y} = \left(1 + \frac{\Delta x}{M'}\right)^n$: ce qui donne

$$\Delta x = M' \left\{ \left(\frac{y^{(n)}}{y}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right\}.$$

Les ordonnées y et $y^{(n)}$ sont séparées par un intervalle $= n \Delta x$. Faisons $n \Delta x = \delta x$ et par conséquent $y^{(n)} - y = \delta y$, d'où $y^{(n)} = y + \delta y$, il viendra

$$\frac{\delta x}{n} = M' \left\{ \left(1 + \frac{\delta y}{y}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right\};$$

d'où on déduit

$$\delta x = M' \left\{ \frac{\delta y}{y} - \frac{1 - \frac{1}{n}}{1.2} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2 + \frac{(1 - \frac{1}{n})(2 - \frac{1}{n})}{1.2.3} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^3 - \frac{(1 - \frac{1}{n})(2 - \frac{1}{n})(3 - \frac{1}{x})}{1.2.3.4} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^3 + \&c. \right\}$$

ajoutant x aux deux membres

$$x + \delta x = x + M' \left\{ \frac{\delta y}{y} - \frac{1 - \frac{1}{n}}{1.2} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2 + \frac{(1 - \frac{1}{n})(2 - \frac{1}{n})}{1.2.3} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^1 - \&c. \right\}$$

$x = \log. y$, $x + \delta x = \log. y^{(n)} = \log. (y + \delta y)$, donc

$$\log.\ (y + \delta y)\ \log.\ y + M' \left\{ \frac{\delta y}{y} - \frac{1 - \frac{1}{n}}{1.2} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2 + \frac{(1 - \frac{1}{n})(2 - \frac{1}{n})}{1.2.3} \left(\frac{\delta y}{y}\right)^3 - \&c. \right\}$$

Cette formule se rapporte au cas où l'intervalle entre y et $y^{(n)}$ serait divisé en un nombre n de parties égales, la sous-sécante M' étant évaluée en conséquence de cette hypothèse; pour en déduire le cas où la sous-sécante deviendrait sous-tangente, il faut faire $\frac{1}{n} = 0$, et nommant M la sous-tangente que j'ai appelée *module* dans le *n.°* 9, on a

$$\log.(y \pm \delta y) = \log. y + M\left(\pm \frac{\delta y}{y} - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta y}{y}\right)^2 \pm \frac{1}{3}\left(\frac{\delta y}{y}\right)^3 - \&c.\right.$$

Les signes $\pm$ ont lieu, respectivement, lorsque δy est positif ou négatif.

y et δy qui ne sont assujettis à aucune valeur individuelle ni relative, peuvent représenter des quantités quelconques a et b, donc

$$\log.\ (a \pm b) = \log.\ a + M\left(\pm \frac{b}{a} - \frac{1}{2}\frac{b^2}{a^2} \pm \frac{1}{3}\frac{b^3}{a^3} - \&c.\right)$$

C'est la première formule citée dans le *n.°* 9, faisant $a = 1$, et observant que $\log.\ 1 = 0$, il vient

$$\log.\ (1 + b) = M\left(\frac{b}{1} - \frac{b^2}{2} + \frac{b^3}{3} - \frac{b^4}{4} + \&c.\right)$$

$$\log.\ (1 - b) = M\left(-\frac{b}{1} - \frac{b^2}{2} - \frac{b^3}{3} - \frac{b^4}{4} - \&c.\right)$$

Retranchant ces deux équations l'une de l'autre, et observant que

$$\log.\ (1 + b) - \log.\ (1 - b) = \log. \frac{1 + b}{1 - b} \text{ on a}$$

$$\log. \frac{1 + b}{1 - b} = 2\ M\left(\frac{b}{1} + \frac{b^3}{3} + \frac{b^5}{5} + \&c.\right)$$

qui est la seconde formule citée dans le *n.°* 9.

Si on développe le 2.e membre de l'équation $\frac{y^{(n)}}{y} = \left(1 + \frac{\Delta x}{M'}\right)^n$, on aura

$$\frac{y^{(n)}}{y} = 1 + n\frac{\Delta x}{M'} + \frac{n.n-1}{1.2}\left(\frac{\Delta x}{M'}\right)^2 + \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\left(\frac{\Delta x}{M'}\right)^3 + \&c.$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$\frac{y^{(n)}}{y} = 1 + n\frac{\Delta x}{M'} + \frac{1\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{1.2}\left(\frac{n\,\Delta x}{M'}\right)^2$$

$$+ \frac{1.\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{1.2.3}\left(\frac{n\,\Delta x}{M'}\right)^3 + \&c.$$

J'ai représenté par δx l'intervalle $n\,\Delta x$ entre y et $y^{(n)}$, ainsi l'équation précédente devient

$$\frac{y^{(n)}}{y} = 1 + \frac{\delta x}{M'} + \frac{1\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{1.2}\left(\frac{\delta x}{M'}\right)^2 + \frac{1\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{1}{n}\right)}{1.2.3}$$

$$\left(\frac{\delta x}{M'}\right)^3 + \&c.$$

Faisant $y = 1$, observant que dans cette hypothèse le δx commence à l'origine des co-ordonnées, puisque c'est à cette origine qu'on a $y = 1$, qu'alors $\delta x = \log. y^{(n)}$, d'où $y^{(n)} = A^{\delta x}$, faisant de plus $M' = M$, d'où résulte, par le changement de la sous-sécante en sous-tangente, $\frac{1}{n} = 0$, on a

$$A^{\delta x} = 1 + \frac{\delta x}{M} + \frac{1}{1.2}\left(\frac{\delta x}{M}\right)^2 + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{\delta x}{M}\right)^3 + \&c.$$

Maintenant, A étant une base rapportée au système de logarithmes, dont le module est M, le logarithme de A, qui est $= 1$ dans ce système, sera $\frac{1}{M}$ dans un autre système qui aurait l'unité pour module, et cette considération fournit le moyen de transformer l'équation précédente en

$$A^{\delta x} = 1 + \frac{\delta x \log. A}{1} + \frac{(\delta x \log. A)^2}{1.2} + \frac{(\delta x \log. A)^3}{1.2.3} + \&c. \ (*)$$

en faisant bien attention que log. A se rapporte au système de loga-

---

(*) On a $\delta x \log. A = \log. (A^{\delta x})$, ainsi cette équation peut se mettre sous la forme

$$A^{\delta x} = 1 + \tfrac{1}{1}\log. (A^{\delta x}) + \frac{1}{1.2}\{\log. (A^{\delta x})\}^2 + \frac{1}{1.2.3}\{\log. (A^{\delta x})\}^3 + \&c.$$

et en faisant $A^{\delta x} = N$, on la change en

$$N = 1 + \tfrac{1}{1}\log. N + \frac{1}{1.2}(\log. N)^2 + \frac{1}{1.2.3}(\log. N)^3 + \&c.$$

formule pour trouver le nombre correspondant à un logarithme donné.

rithmes dans lequel $M = 1$, qu'on nomme logarithmes hyperboliques, et qui sont d'un grand usage dans le calcul intégral. Cette dernière équation est la troisième formule citée dans le *n.°* 9.

La relation entre la base ou l'ordonnée de la logarithme correspondant à $x = 1$ et le module ou la sous-tangente est donnée par l'équation $A^{\delta x} = 1 + \frac{\delta x}{M} + \frac{1}{1.2}\left(\frac{\delta x}{M}\right)^2$ &c. en faisant $\delta x = 1$, et on a

$$A = 1 + \frac{1}{M} + \frac{1}{1.2.M^2} + \frac{1}{1.2.3.M^3} + \text{\&c.}$$

En faisant $M = 1$, dans cette équation, on a la base des logarithmes hyperboliques, qui est

$$A = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} \ \text{\&c.}$$
$$= 2{,}71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 02875.$$

Ce nombre est d'un grand usage dans le calcul intégral.

On aura aisément par la méthode inverse des séries une expression qui donnera M en puissance de A, et qui sera

$$\frac{1}{M} = \frac{A-1}{1} - \frac{(A-1)^2}{2} + \frac{(A-1)^3}{3} - \frac{(A-1)^4}{4} - \text{\&c.}$$

Cette série est incommode pour le calcul, on lui en substituera une autre très-convergente, en employant l'équation $\log.\left(\frac{1+b}{1-b}\right) = 2M\left(b + \frac{b^3}{3} + \frac{b^5}{5} + \text{\&c.}\right)$ dans laquelle on fera $\frac{1+b}{1-b} = A$, d'où $b = \frac{A-1}{A+1}$, et qui se changera en

$$\log. A = 2M\left\{\left[\frac{A-1}{A+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^5 + \text{\&c.}\right]\right\}$$

Le logarithme de A est 1 dans le système qui a M pour module, donc

$$\frac{1}{M} = 2\left\{\left[\frac{A-1}{A+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^3 + \text{\&c.}\right]\right\}$$

Si $A = 10$, comme dans le système des logarithmes vulgaires, on trouve pour le module

$$M = 0{,}43429\ 44819\ 03251\ 82765\ 11289.$$

DÉMONSTRATIONS DES FORMULES

Qui donnent la valeur des Lignes trigonométriques en fonction des Arcs.

N.° XI. Les démonstrations suivantes sont fondées sur des considérations de même nature que celles employées dans le supplément du *n.° 9*; on aura ainsi les bases de la théorie des quantités transcendantes assujetties à une exposition uniforme, et déduites des principes mêmes qui servent de fondement au calcul différentiel. Je vais commencer par quelques théorèmes élémentaires extrêmement connus, dont je donnerai néanmoins la démonstration.

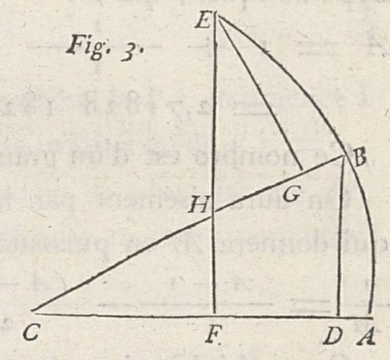


Fig. 3.

Du centre C, *fig. 3*, et avec un rayon pris pour unité, traçons un arc de cercle ABE; menons les rayons CA, CB, les perpendiculaires BD, EF sur CA, et la perpendiculaire EG sur CB, les arcs EB et BA ayant entre eux un rapport quelconque.

Soient

$$\text{arc } AB = a; \quad \text{arc } BE = b$$

$$BD = \text{ſin. } AB = \sigma; \qquad EG = \text{ſin. } EB = \sigma'$$

$$CD = \text{coſ. } AB = \gamma; \qquad CG = \text{coſ. } EB = \gamma'$$

$$EF = \text{ſin. } \{AB + BE\} = y; \qquad CF = \text{coſ. } \{AB + BE\} = x.$$

Les triangles semblables CBD, CFH, EGH donnent

$$CD\,(\gamma) : CF\,(x) :: CB\,(1) : CH = \frac{x}{\gamma} :: BD\,(\sigma) : HF = \frac{\sigma x}{\gamma}$$

$$CD\,(\gamma) : EG\,(\sigma') :: BD\,(\sigma) : GH\left(\gamma' - \frac{x}{\gamma}\right) :: CB\,(1) : EH\left(y - \frac{\sigma x}{\gamma}\right).$$

La première proportion de la seconde ligne donne

$$x = \gamma\gamma' - \sigma\sigma' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

La proportion $CD : EG :: CB : EH$ donne $y = \frac{\sigma' + \sigma x}{\gamma}$
$= \frac{\sigma' + \sigma(\gamma\gamma' - \sigma\sigma')}{\gamma} = \sigma\gamma' + \frac{\sigma'(1 - \sigma^2)}{\gamma}$ et comme $1 - \sigma^2 = x^2$

$$y = \sigma\gamma' + \sigma\gamma' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

donc on a, en général, $\text{ſin.}\,(a \pm b) = \text{ſin.}\,a\,\text{coſ.}\,b \pm \text{ſin.}\,b\,\text{coſ.}\,a$ et $\text{coſ.}\,(a \pm b) = \text{coſ.}\,a\,\text{coſ.}\,b \mp \text{ſin.}\,a\,\text{ſin.}\,b$; lorsque $a = b$, il vient $\text{ſin.}\,2a = 2\,\text{ſin.}\,a\,\text{coſ.}\,a$, $\text{coſ.}\,2a = \text{coſ.}^2 a - \text{ſin.}^2 a$; ou $\text{ſin.}\,a = 2\,\text{ſin.}\,\frac{1}{2}a\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}a$, $\text{coſ.}\,a = \text{coſ.}^2\frac{1}{2}a - \text{ſin.}^2\frac{1}{2}a$.

La formule $\text{ſin.}\,a = 2\,\text{ſin.}\,\frac{1}{2}a\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}a$ donne $\text{ſin.} - a\,\text{ſin.}\,b = 2\,\{\text{ſin.}\,\frac{1}{2}a\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}a - \text{ſin.}\,\frac{1}{2}b\,\text{coſ.}\,\frac{1}{2}b\}$; or la quantité multipliée par 2, est le produit des valeurs de $\text{ſin.}\,(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b)$ et de $\text{coſ.}\,(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b)$, donc

$$\text{ſin.}\,a \pm \text{ſin.}\,b = \{2\,\text{ſin.}\,\tfrac{1}{2}(a \pm b)\,\text{coſ.}\,\tfrac{1}{2}(a \mp b)\} \ldots (3).$$

On trouvera avec la même facilité,

$$\text{coſ.}\,b + \text{coſ.}\,a = 2\,\text{coſ.}\,\tfrac{1}{2}(a + b)\,\text{coſ.}\,\tfrac{1}{2}(a - b) \ldots\ldots (5)$$

$$\text{coſ.}\,b - \text{coſ.}\,a = 2\,\text{ſin.}\,\tfrac{1}{2}(a + b)\,\text{ſin.}\,\tfrac{1}{2}(a - b) \ldots\ldots (6).$$

La tangente étant la quatrième proportionnelle au sinus, au cosinus et au rayon, on a $\text{tang.}\,(a+b) = \frac{\text{ſin.}\,(a+b)}{\text{coſ.}\,(a+b)} = \frac{\text{ſin.}\,a\,\text{coſ.}\,b + \text{ſin.}\,b\,\text{coſ.}\,a}{\text{coſ.}\,a\,\text{coſ.}\,b - \text{ſin.}\,a\,\text{ſin.}\,b}$

$$= \frac{\frac{\text{ſin.}\,a}{\text{coſ.}\,a} + \frac{\text{ſin.}\,b}{\text{coſ.}\,b}\,(*)}{1 - \frac{\text{ſin.}\,a\,\text{ſin.}\,b}{\text{coſ.}\,a\,\text{coſ.}\,b}} = \frac{\text{tang.}\,a + \text{tang.}\,b}{1 - \text{tang.}\,a\,\text{tang.}\,b} \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

(*) En divisant haut et bas par $\text{coſ.}\,a\,\text{coſ.}\,b$.

Soient maintenant plusieurs arcs ...... $A, A', A'', A''' \ldots\ldots\ldots A^{(n)}$ qui ont respectivement pour tangentes .... $\tau, \tau', \tau'', \tau''' \ldots\ldots\ldots \tau^{(n)}$ on aura pour l'équation (7)

$$\text{tang.}\,A = \tau$$

$$\text{tang.}\,(A + A') = \frac{\tau + \tau'}{1 - \tau\tau'}$$

$$\text{tang.}\,\{(A + A') + A''\}\,(**) = \frac{\text{tang.}\,(A + A') + \tau''}{1 - \tau''\,\text{tang.}\,(A + A')} =$$

$$\frac{\frac{\tau + \tau'}{1 - \tau\tau'} + \tau''}{1 - \frac{\tau''(\tau + \tau')}{1 - \tau\tau'}} = \frac{\tau' + \tau' + \tau'' - \tau\tau'\tau''}{1 - (\tau\tau' + \tau\tau'' + \tau'\tau'')}$$

(**) En considérant $A + A'$ comme le premier arc, et A'' comme le second arc.

$$\text{tang.}\,\{(A + A' + A'') + A'''\} = \frac{\text{tang.}\,(A + A' + A'') + \tau'''}{1 - \tau'''\,\text{tang.}\,(A + A' + A'')} =$$

$$\frac{\dfrac{\tau + \tau' + \tau'' - \tau\tau'\tau''}{1 - (\tau\tau' + \tau\tau'' + \tau'\tau'')} + \tau''}{1 - \dfrac{\tau'''(\tau + \tau' + \tau'' - \tau\tau'\tau'')}{1 - (\tau\tau' + \tau\tau'' + \tau'\tau'')}}$$

&c.

$$= \frac{\tau + \tau' + \tau'' + \tau''' - (\tau\tau'\tau''' + \tau\tau'\tau''' + \tau\tau'\tau'' + \tau'\tau''\tau''')}{1 - (\tau\tau' + \tau\tau'' + \tau\tau''' + \tau\tau''' + \tau'\tau''' + \tau''\tau''') + \tau\tau'\tau''\tau'''}$$

&c.

On voit aisément, par la marche du calcul, que le numérateur de la valeur de tang. $(A + A' + A'' + \&c.)$ sera composé des produits, un à un, trois à trois, cinq à cinq, &c. de τ, τ', τ'', &c.; le dénominateur, de l'unité et des produits, deux à deux, quatre à quatre, &c. et que les signes de chaque groupe seront alternatifs. Si donc on fait

$S^{(0)}(\tau) = 1$;

$S^{(1)}(\tau) = \tau + \tau' + \tau'' + \&c.$

$S^{(2)}(\tau) = \tau\tau' + \tau\tau'' + \tau'''\tau + \&c. =$ la somme des produits deux à deux;

$S^{(3)}(\tau) =$ la somme des produits trois à trois,

&c. &c.

on aura

$$\text{tang.}\,(A + A' + A'' + \&c.) = \frac{S^{(1)}(\tau) - S^{(3)}(\tau) + S^{(5)}(\tau) - \&c.}{S^{(0)}(\tau) - S^{(2)}(\tau) + S^{(4)}(\tau) - \&c.} \ldots (8).$$

Supposons maintenant tous les arcs égaux à l'arc A et n leur nombre, on verra sur-le-champ, 1.° que $S^{(1)}(\tau) = n\tau$; 2.° que $S^{(2)}(\tau)$ est égal à τ^2, répété autant de fois que des quantités, dont le nombre est n, peuvent être combinées deux à deux; 3.° que $S^{(3)}(\tau)$ est égal à τ^3, répété autant de fois que les mêmes quantités peuvent être combinées deux à deux; 3.° que $S^{(3)}(\tau)$ est égal à τ^3, répété autant de fois que ces mêmes quantités peuvent être combinées trois à trois, et ainsi de suite: donc, dans ce cas,

$S^{(0)}(\tau) = 1$

$S^{(1)}(\tau) = n\tau$

$S^{(2)}$

$$S^{(2)}(\tau) = \frac{n.n-1}{1.2}\tau^2$$

$$S^{(3)}(\tau) = \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\tau^3,$$

&c.

Donc si on nomme σ et γ, respectivement le sinus et le cosinus de l'arc A qui a τ pour tangente, on aura

tang. $(n A) =$

$$\frac{n\tau - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\tau^3 + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5}\tau^5 - \&c.}{1 - \frac{n.n-1}{1.2}\tau^2 + \frac{n.n-1.n-n2.n-3}{1.2.3.4}\tau^4 - \&c.} = \ldots$$

$$\frac{n\frac{\sigma}{\gamma} - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\frac{\sigma^3}{\gamma^3} + \frac{n.n-1.n-2.n-3.n-4}{1.2.3.4.5}\frac{\sigma^5}{\gamma^5} - \&c.}{1 - \frac{n.n-1}{1.2}\frac{\sigma^2}{\gamma^2} + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}\frac{\sigma^4}{\gamma^4} - \&c.} = \ldots$$

$$\frac{n\sigma\gamma^{n-2} - \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\sigma^3\gamma^{n-3} + \frac{n.n-1.n-2\ n-3.n-4}{1.2.3.4.5}\sigma^5\gamma^{n-5} - \&c.\ (*)}{\gamma^n - \frac{n.n-1}{1.2}\sigma^2\gamma^{n-2} + \frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}\sigma^4\gamma^{n-4} - \&c.} \ldots (9)$$

(*) En multipliant haut et bas par γ^n.

Je nomme M le numérateur et N le dénominateur de la dernière fraction par laquelle j'ai exprimé la valeur de tang. $(n A)$ et je cherche la valeur de $M^2 + N^2$; il est aisé de voir que cette valeur ne doit contenir que les puissances paires de σ, et le tableau suivant offre dans les colonnes verticales, au-dessous de chaque puissance, les divers coëfficiens qui doivent les multiplier.

$\gamma^{2n-k}\sigma^{k}$	COËFFICIENS DES TERMES donnés par M^2	COËFFICIENS DES TERMES donnés par N^2
γ^{2n} ...	....	1 ....
$\gamma^{2n-2}\sigma^{2}$	.... $+n^2$	$-2\,\frac{n.n-1}{1.2}$
$\gamma^{2n-4}\sigma^{4}$	$-2n.\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}$	$+\left(\frac{n.n-1}{1.2}\right)^2$ $+2.\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}$
$\gamma^{2n-6}\sigma^{6}$	$+\left(\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}\right)^2$ .... $+2n.\frac{n.n-1\ldots n-4}{1.2\ldots\ldots5}$	$-2\,\frac{n.n-1\ldots\ldots n-5}{1.2.3\ldots\ldots6}$ $-2\,\frac{n.n-1}{1.2}.\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}$
$\gamma^{2n-8}\sigma^{8}$	$-2n\,\frac{n.n-1\ldots\ldots n-6}{1.2\ldots\ldots7}$ $-2\,\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}.\frac{n.n-1\ldots n-4}{1.2\ldots\ldots5}$	$+\left(\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}\right)^2$ $+2.\frac{n.n-1\ldots\ldots n-7}{1.2\ldots\ldots8}$ $+2\,\frac{n.n-1}{1.2}.\frac{n.n-1\ldots n-5}{1.2\ldots\ldots6}$
$\gamma^{2n-10}\sigma^{10}$	$+\left(\frac{n.n-1\ldots n-4}{1.2\ldots\ldots5}\right)^2$ ...... $+2n.\frac{n.n-1\ldots\ldots n-8}{1.2\ldots\ldots9}$ $+2n.\frac{n.n-2}{1.2.3}.\frac{n.n-1\ldots n-6}{1.2\ldots\ldots7}$	$-2\,\frac{n.n-1\ldots\ldots n-9}{1.2\ldots\ldots10}$ $-2\,\frac{n.n-1}{1.2}.\frac{n.n-1\ldots n-7}{1.2\ldots\ldots8}$ $-2\,\frac{n.n-3}{1.2.3.4}.\frac{n.n-1\ldots n-5}{1.2\ldots\ldots6}$
$\gamma^{2n-12}\sigma^{12}$	$-2n.\frac{n.n-1\ldots\ldots n-10}{1.2\ldots\ldots11}$ $-2.\frac{n.n-1.n-2}{1.2.3}.\frac{n.n-1\ldots n-8}{1.2\ldots\ldots9}$ $-2\,\frac{n.n-1\ldots n-4}{1.2\ldots\ldots5}.\frac{n.n-1\ldots n-6}{1.2\ldots\ldots7}$	$+\left(\frac{n.n-1\ldots\ldots n-5}{1.2\ldots\ldots6}\right)^2$ $+2\,\frac{n.n-1\ldots\ldots n-11}{1.2\ldots\ldots12}$ $+2\,\frac{n.n-1}{1.2}.\frac{n.n-1\ldots n-9}{1.2\ldots\ldots10}$ $+2\,\frac{n.n-1.n-2.n-3}{1.2.3.4}.\frac{n.n-1\ldots n-7}{1.2\ldots8}$

On trouvera, en additionnant les termes qui répondent horizontalement aux puissances de γ et σ, et en réduisant

$$M^2 + N^2 = \gamma^{2n} + n\gamma^{2n-2}\sigma^2 + \frac{n.\overline{n-1}}{1.2}\gamma^{2n-4}\sigma^4 + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}\gamma^{2n-6}\sigma^6 + \&c.$$

d'où on conclut

$$M^2 + N^2 = (\gamma^2 + \sigma^2)^n = 1,$$

et comme on a pareillement $\text{sin.}^2 (nA) + \text{cos.}^2 (nA) = 1$, il s'ensuit que

$$\text{sin.}^2 (nA) + \text{cos.}^2 (nA) = M^2 = N^2;$$

cette valeur étant combinée avec l'équation (9)

$$\text{tang.} (nA) = \frac{M}{N} = \frac{\text{sin.} (nA)}{\text{cos.} (nA)}$$

on aura

$$\text{sin.} (nA) = M; \text{cos.} (nA) = N,$$

c'est-à-dire,

$$\text{sin.} (nA) = n \text{cos.}^{n-1} A \text{ sin.} A - \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3} \text{cos.}^{n-3} A \text{ sin.}^3 A + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}.\overline{n-4}}{1.2.3.4.5} \text{cos.}^{n-5} A \text{ sin.}^5 A - \&c.$$

$$\text{cos.} (nA) = \text{cos.}^n A - \frac{n.\overline{n-1}}{1.2} \text{cos.}^{n-2} A \text{ sin.} A + \frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}.\overline{n-3}}{1.2.3.4} \text{cos.}^{n-4} A \text{ sin.}^4 A - \&c.$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$\text{sin.} (nA) = \text{cos.}^{n-1} A \left(n \text{ sin.} A - \frac{1 (1 - \frac{1}{n}) (1 - \frac{2}{n})}{1.2.3} \text{cos.}^{n-3} A (n \text{ sin.} A)^3 + \frac{1 (1 - \frac{1}{n}) \ldots (1 - \frac{4}{n})}{1.2\ldots5} \text{cos.}^{n-5} A (n \text{ sin.} A)^5 - \&c.\right.$$

$$\text{cos.} (nA) = \text{cos.}^n A - \frac{1 (1 - \frac{1}{n})}{1.2} \text{cos.}^{n-2} A (nA)^2 + \frac{1 (1 - \frac{1}{n}) \ldots (1 - \frac{3}{n})}{1 \ldots\ldots 4} \text{cos.}^{n-2} A (n \text{ sin.} A)^4 - \&c.$$

La longueur de l'arc nA étant supposée constante, et celle de A variable, il s'ensuit, 1.° que plus A sera petit, et plus n sera grand;

2.° qu'à mesure que A diminuera, n ſin. A s'approchera d'être égal à $n\,A$; 3.° que dans la même hypothèse de la diminution progressive de A, les fractions $\frac{1}{n}$, $\frac{2}{n}$, &c. diminueront dans le même rapport, et que coſ. A s'approchera d'être égal à l'unité.

Faisant donc $n\,A = \varphi$, on aura pour les équations limites,

$$\text{ſin. } \varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{1.2.3} + \frac{\varphi^5}{1.2.3.4.5} - \text{\&c.}$$

$$\text{coſ. } \varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{1.2} + \frac{\varphi^4}{1.2.3.4} - \text{\&c.}$$

formules par lesquelles on exprime un sinus ou un cosinus en fonction de l'arc, et dont on tirera aisément les expressions de toutes les autres lignes trigonométriques.

N.° XII. SUITE DES FORMULES

Pour calculer les différences des Fonctions transcendantes d'une variable.

(Voyez le Tableau ci-à-côté.)

FORMULES DE DIFFÉRENCES

Des Fonctions de plusieurs variables ; et exposition de quelques propriétés des Suites, déduites de la théorie précédente.

N.° XIII. Les formules de différences des fonctions à une variable, et les principes énoncés dans les *n.*^os^ *V, VI et VII,* fourniront toujours le moyen de différencier une fonction à un nombre quelconque de variables. Cette opération a en général plus de longueur que de difficulté : je me bornerai à donner quelques exemples des fonctions de deux variables.

Soit . . . . $z = x^p\,y^q$;

on aura

$$\text{différences partielles} \ldots \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right) \Delta x = (x + \Delta x)^p\,y^q - x^p\,y^q \\ \left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right) \Delta y = (y + \Delta y)^q\,x^p - x^p\,y^q \end{array} \right.$$

$$\text{différences complètes} \ldots \Delta z = (x + \Delta x)^p\,(y + \Delta y)^q - x^p\,y^q.$$

Ces différences réduites en séries, donnent

SUITE DES FORMULES

Pour calculer les différences des Fonctions transcendantes d'une variable.

J'ai parlé, dans le numéro précédent, des différences logarithmiques et exponentielles, et je terminerai ce que j'ai à dire sur les transcendantes, par les formules qui se rapportent aux sinus et cosinus ; je démontrerai des théorèmes qui, par leur nouveauté et leur utilité, méritent l'attention des élèves.

Soit $z = \sin x$, $z' = \sin.(x + \Delta x)$, $z'' = \sin.(x + 2\Delta x)$, &c. on aura $z' - z = \Delta \sin. x = \sin.(x + \Delta x) - \sin. x$; pareillement $\Delta \cos. x = \cos.(x + \Delta x) - \cos. x$.

On sait que $\sin.(x + \Delta x) = \sin. x \cos. \Delta x + \sin. \Delta x \cos. x$ et que $\cos.(x + \Delta x) = \cos. x \cos. \Delta x - \sin. x \sin. \Delta x$; ainsi $\Delta \sin. x = \sin. x \cos. \Delta x + \sin. \Delta x \cos. x - \sin. x$ et $\Delta \cos. x = \cos. x \cos. \Delta x - \sin. x \sin. \Delta x - \cos. x$; de plus, par les formules qui donnent un sinus et un cosinus en fonctions de l'arc, on a (*voyez le n.° 11*),

$$\sin. \Delta x = \Delta x - \frac{(\Delta x)^3}{1.2.3} + \frac{(\Delta x)^5}{1.2.3.4.5} - \frac{(\Delta x)^7}{1.2.3.4.5.6.7} + \text{\&c.}$$

$$\cos. \Delta x = 1 - \frac{(\Delta x)^2}{1.2} + \frac{(\Delta x)^4}{1.2.3.4} - \frac{(\Delta x)^6}{1.2.3.4.5.6} + \text{\&c.}$$

substituant ces valeurs et ordonnant par rapport aux puissances de Δx, il vient

$$\Delta \sin. x = \Delta x \cos. x - \frac{(\Delta x)^2}{1.2} \sin. x - \frac{(\Delta x)^3}{1.2.3} \cos. x + \frac{(\Delta x)^4}{1.2.3.4} \sin. x + \frac{(\Delta x)^5}{1.2.3.4.5} \cos. x - \text{\&c.}$$

$$\Delta \cos. x = -\Delta x \sin. x - \frac{(\Delta x)^2}{1.2} \cos. x + \frac{(\Delta x)^3}{1.2.3} \sin. x + \frac{(\Delta x)^4}{1.2.3.4} \cos. x - \text{\&c.}$$

On peut aussi obtenir les différences des ordres supérieurs en fonction de Δx, mais les formules deviennent compliquées ; Delambre et Legendre en ont donné de très-élégantes et de très-commodes, énoncées en sinus et en cosinus de $k \Delta x$; les résultats auxquels est parvenu Delambre, rapportés à la notation générale de la *feuille n.° VII*, offrent le tableau suivant.

Signes communs à tous les termes de chaque ligne horizontale.				
+	$z^0 = \sin. 0 \Delta x$	$z' = \sin. \Delta x$	$z'' = \sin. 2 \Delta x$	$z^{(k)} = \sin. k \Delta x$
+	$\Delta z = 2 \sin. \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{1}{2} \Delta x$	$\Delta z' = 2 \sin \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{3}{2} \Delta x$	$\Delta z'' = 2 \sin. \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{5}{2} \Delta x$	$\Delta z^{(k)} = 2 \sin. \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{1+2k}{2} . \Delta x)$
−	$\Delta^2 z = 4 \sin.^2 \frac{1}{2} \Delta x \sin. \Delta x$	$\Delta^2 z' = 4 \sin.^2 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 2 \Delta x$	$\Delta^2 z'' = 4 \sin.^2 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 3 \Delta x$	$\Delta^2 z^{(k)} = 4 \sin.^2 \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(1+k) . \Delta x]$
−	$\Delta^3 z = 8 \sin.^3 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{3}{2} \Delta x$	$\Delta^3 z' = 8 \sin.^3 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{5}{2} \Delta x$	$\Delta^3 z'' = 8 \sin.^3 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{7}{2} \Delta x$	$\Delta^3 z^{(k)} = 8 \sin.^3 \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{3+2k}{2} . \Delta x)$
+	$\Delta^4 z = 16 \sin.^4 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 2 \Delta x$	$\Delta^4 z' = 16 \sin.^4 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 3 \Delta x$	$\Delta^4 z'' = 16 \sin.^4 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 4 \Delta x$	$\Delta^4 z^{(k)} = 16 \sin.^4 \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(2+k) . \Delta x]$
+	$\Delta^5 z = 32 \sin.^5 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{5}{2} \Delta x$	$\Delta^5 z' = 32 \sin.^5 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{7}{2} \Delta x$	$\Delta^5 z'' = 32 \sin.^5 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{9}{2} \Delta x$	$\Delta^5 z^{(k)} = 32 \sin.^5 \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{5+2k}{2} \Delta x)$
−	$\Delta^6 z = 64 \sin.^6 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 3 \Delta x$	$\Delta^6 z' = 64 \sin.^6 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 4 \Delta x$	$\Delta^6 z'' = 64 \sin.^6 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 5 \Delta x$	$\Delta^6 z^{(k)} = 64 \sin.^6 \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(3+k) . \Delta x]$
−	$\Delta^7 z = 128 \sin.^7 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{7}{2} \Delta x$	$\Delta^7 z' = 128 \sin.^7 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{9}{2} \Delta x$	$\Delta^7 z'' = 128 \sin.^7 \frac{1}{2} \Delta x \cos. \frac{11}{2} \Delta x$	$\Delta^7 z^{(k)} = 128 \sin.^7 \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{7+2k}{2}) . \Delta x$
+	$\Delta^8 z = 256 \sin.^8 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 4 \Delta x$ &c.	$\Delta^8 z' = 256 \sin.^8 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 5 \Delta x$ &c.	$\Delta^8 z'' = 256 \sin.^8 \frac{1}{2} \Delta x \sin. 6 \Delta x$ &c.	$\Delta^8 z^{(k)} = 256 \sin^8 \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(4+k) . \Delta x]$ &c.
......	......	......	...... &c.	......
+	$\Delta^{(4n)} z = 2^{4n} \sin.^{4n} \frac{1}{2} \Delta x . \sin. (2n \Delta x)$	$\Delta^{(4n)} z' = 2^{4n} \sin.^{4n} \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(2n+1) . \Delta x]$	$\Delta^{4n} z'' = 2^{4n} . \sin.^{4n} \frac{1}{2} \Delta x . \sin. [(2n+2) . \Delta x]$	$\Delta^{(4n)} z^{(k)} = 2^{4n} \sin.^{4n} \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(2n+k) . \Delta x]$
+	$\Delta^{(4n+1)} z = 2^{4n+1} \sin.^{4n+1} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+1}{2} . \Delta x)$	$\Delta^{(4n+1)} z' = 2^{4n+1} \sin.^{4n+1} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+3}{2} . \Delta x)$	$\Delta^{(4n+1)} z'' = 2^{4n+1} \sin.^{4n+1} \frac{1}{2} \Delta x . \cos. (\frac{4n+5}{2} . \Delta x)$	$\Delta^{(4+1)} z^{(k)} = 2^{4n+1} \sin.^{4n+1} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+2k+1}{2} . \Delta x)$
−	$\Delta^{(4n+2)} z = 2^{4n+2} \sin.^{4n+2} \frac{1}{2} \Delta x \sin [(2n+1) . \Delta x]$	$\Delta^{(4n+2)} z' = 2^{4n+2} \sin.^{4n+2} \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(2n+2) . \Delta x]$	$\Delta^{(4n+2)} z'' = 2^{4n+2} \sin.^{4n+2} \frac{1}{2} \Delta x . \sin. [(2n+3) . \Delta x]$	$\Delta^{(4n+2)} z^{(k)} = 2^{4n+2} \sin.^{4n+2} \frac{1}{2} \Delta x \sin. [(2n+k+1) . \Delta x]$
−	$\Delta^{(4n+3)} z = 2^{4n+3} \sin.^{4n+3} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+3}{2} . \Delta x)$	$\Delta^{(4n+3)} z' = 2^{4n+3} \sin.^{4n+3} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+5}{2} . \Delta x)$	$\Delta^{(4n+3)} z'' = 2^{4n+3} \sin.^{4n+3} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+7}{2} . \Delta x)$	$\Delta^{(4n+3)} z^{(k)} = 2^{4n+3} \sin.^{4n+3} \frac{1}{2} \Delta x \cos. (\frac{4n+2k+3}{2} . \Delta x)$

La première ligne horizontale de ce tableau étant donnée, chacune des autres lignes horizontales se compose de celle qui la précède, en appliquant à la méthode générale du *n.° VII*, les théorèmes $\sin. a - \sin. b = 2 \sin. \frac{1}{2}(a - b) \cos. \frac{1}{2}(a + b)$ et $\cos. b - \cos. a = 2 \sin. \frac{1}{2}(a - b) \sin. \frac{1}{2}(a + b)$, démontrés dans le supplément de cette feuille.

Il résulte de ce qui précède, que si un arc de cercle est divisé en un nombre quelconque de parties, et que l'arc ω soit l'intervalle commun entre les divisions, on aura en général

$$\left.\begin{aligned}
\Delta^{(4n)} \sin. (k\omega) &= 2^{4n} \sin.^{4n} \frac{\omega}{2} . \sin. [(2n + k) . \omega] \\
\Delta^{(4n+1)} \sin. (k\omega) &= 2^{4n+1} \sin.^{4n+1} \frac{\omega}{2} \cos. (\frac{4n + 2k + 1}{2} \omega) \\
\Delta^{(4n+2)} \sin. (k\omega) &= -2^{4n+2} . \sin.^{4n+2} \frac{\omega}{2} \sin. \{(2n + k + 1) . \omega\} \\
\Delta^{(4n+3)} \sin. (k\omega) &= -2^{4n+3} \sin.^{4n+3} \frac{\omega}{2} \cos. (\frac{4n + 2k + 3}{2} . \omega)
\end{aligned}\right\}$$

n est un nombre entier positif.
k est un nombre quelconque.

Les indices $4n$, $4n + 1$, $4n + 2$, $4n + 3$, ont pour objet de désigner, sans équivoque, les signes qui appartiennent à chaque ordre de différence, en sorte que $\Delta^{(p)}(k\omega)$ appartiendra à celle des formules précédentes, dans laquelle l'exposant de Δ égalé à p, donnera pour n un nombre entier et positif. Les motifs de cette disposition sont, 1.° que $4n$ et $4n + 2$ représentent tous les nombres pairs, dont les moitiés sont respectivement paires ou impaires ; 2.° que $4n + 1$ et $4n + 3$ représentent tous les nombres impairs, dont, retranchant l'unité, la moitié du surplus est respectivement paire ou impaire.

Pour déduire de ce qui précède les formules de Legendre, j'observe qu'on a les progressions géométriques décroissantes ci-après, dont la raison est $-(2 \sin. \frac{2}{1} \Delta x)^2$; ce qui est très-aisé à vérifier à la seule inspection du tableau,

$$\begin{aligned}
&\div\div - \Delta^{(4n-2)} z^{(k)} : - \Delta^{(4n-4)} z^{(k+1)} : - \Delta^{(4n-6)} z^{(k+2)} : + \text{\&c.} \ldots : + \Delta^0 z^{(k+2n-1)} \\
&\div\div - \Delta^{(4n-1)} z^{(k)} : - \Delta^{(4n-3)} z^{(k+1)} : - \Delta^{(4n-5)} z^{(k+2)} : + \text{\&c.} \ldots : + \Delta^1 z^{(k+2n-1)} \\
&\div\div + \Delta^{(4n)} z^{(k)} : + \Delta^{(4n-2)} z^{(k+1)} : + \Delta^{(4n-4)} z^{(k+2)} - \text{\&c.} \ldots : - \Delta^2 z^{(k+2n-1)} : + \Delta^0 z^{(k+2n)} \\
&\div\div + \Delta^{(4n+1)} z^{(k)} : + \Delta^{(4n-1)} z^{(k+1)} : + \Delta^{(4n-3)} z^{(k+2)} - \text{\&c.} \ldots : - \Delta^3 z^{(k+2n-1)} : + \Delta^1 z^{(k+2n)} \\
&\div\div - \Delta^{(4n+2)} z^{(k)} : - \Delta^{(4n)} z^{(k+1)} : - \Delta^{(4n-2)} z^{(k+2)} + \text{\&c.} \ldots : + \Delta^4 z^{(k+2n-1)} : - \Delta^2 z^{(k+2n)} \\
&\div\div - \Delta^{(4n+3)} z^{(k)} : - \Delta^{(4n+1)} z^{(k+1)} : - \Delta^{(4n-1)} z^{(k+2)} + \text{\&c.} \ldots : + \Delta^5 z^{(k+2n-1)} : - \Delta^3 z^{(k+2n)}
\end{aligned}$$

On tire de ces progressions les équations suivantes,

$$- \Delta^{(4n-2)} z^{(k)} = \Delta^0 z^{(k+2n-1)} \{-(4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n-1}\} \ldots\ldots (1)$$

$$- \Delta^{(4n-1)} z^{(k)} = \Delta^1 z^{(k+2n-1)} \{-(4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n-1}\} \ldots\ldots (2)$$

$$\Delta^{(4n)} z^{(k)} = - \Delta^2 z^{(k+2n-1)} \{-(4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n-1}\} \ldots\ldots (3); \quad \Delta^{(4n)} z^{(k)} = \Delta^0 z^{(k+2n)} (4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n} \ldots (4)$$

$$\Delta^{(4n+1)} z^{(k)} = - \Delta^3 z^{(k+2n-1)} \{-(4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n-1}\} \ldots\ldots (5); \quad \Delta^{(4n+1)} z^{(k)} = \Delta^1 z^{(k+2n)} (4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n} \ldots (6)$$

$$- \Delta^{(4n+2)} z^{(k)} = + \Delta^4 z^{(k+2n-1)} \{-(4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n-1}\} \ldots\ldots (7); \quad - \Delta^{(4n+2)} z^{(k)} = - \Delta^2 z^{(k+2n)} (4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n} \ldots (8)$$

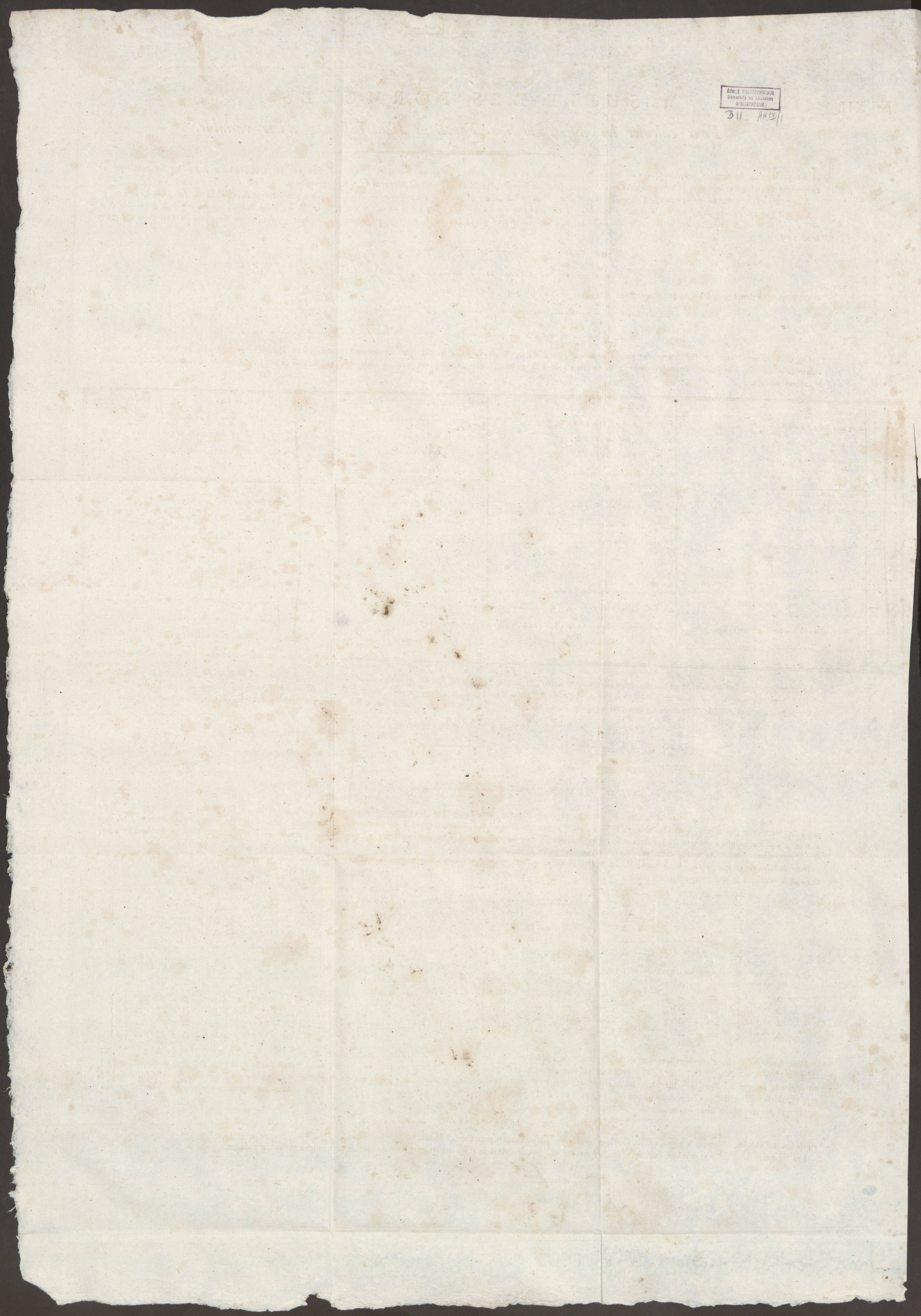
$$- \Delta^{(4n+3)} z^{(k)} = - \Delta^3 z^{(k+2n)} (4 \sin.^2 \tfrac{1}{2} \Delta x)^{2n} \ldots (9)$$

Maintenant qu'on fasse attention que d'après la génération du tableau général des différences, *n.° VII*, $\Delta^0 z^{(k+2n)} = \Delta^0 z^{(k+2n-1)} + \Delta^1 z^{(k+2n-1)}$; $\Delta^1 z^{(k+2n)} = \Delta^1 z^{(k+2n-1)} - \Delta^2 z^{(k+2n-1)}$ &c. (en considérant comme *somme* la collection des différences prises avec leur signe) et on verra que le deuxième membre de l'équation (4) est égal à la somme des deuxièmes membres des équations (1) et (2) multipliée par $-4 \sin.^2 \frac{1}{2} \Delta x$; qu'il en est de même de l'équation (6) par rapport aux équations (2) et (3), de l'équation (8) par rapport aux équations (3) et (5), de l'équation (9) par rapport aux équations (5) et (7) ; et comme ces équations comprennent tous les cas des signes qui peuvent avoir lieu, on en conclut ce théorème général :

$$\Delta^{(p)} \sin. (k\omega) = -(4 \sin.^2 \frac{\omega}{2}) \{\Delta^{(p-1)} \sin. (k\omega) + \Delta^{(p-2)} \sin. (k\omega)\},$$

en donnant à chaque différence le signe qui lui convient, conformément aux règles prescrites ci-dessus.

Les formules de différences données dans cette feuille, ont été employées utilement dans quelques parties du travail des grandes tables du cadastre.



différences partielles . .

$$\left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right)\Delta x = y^q \{p x^{p-1}\Delta x + \frac{p \cdot p-1}{1 \cdot 2} x^{p-2} (\Delta) x^2 + \frac{p \cdot p-1 \cdot p-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{p-3} (\Delta x)^3 + \&c.\}$$

$$\left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right)\Delta y = x^p \{q y^{q-1}\Delta y + \frac{q \cdot q-1}{1 \cdot 2} y^{q-2} (\Delta y)^2 + \frac{q \cdot q-1 \cdot q-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{q-3} (\Delta y)^3 + \&c.\}$$

différ. complètes $\Delta z =$

$$\begin{cases} y^q \cdot p x^{p-1}\Delta x + q y^{q-1}\Delta y \cdot x^p \\ + y^q \cdot \frac{p \cdot p-1}{1 \cdot 2} x^{p-2}\Delta x^2 + q y^{q-1}\Delta y \cdot p x^{p-1}\Delta x \\ \quad \frac{q \cdot q-1}{1 \cdot 2} y^{q-2}\Delta y^2 \cdot x^p \\ + y^q \cdot \frac{p \cdot p-1 \cdot p-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{p-3}\Delta x^3 + q y^{q-1}\Delta y \cdot \frac{p \cdot p-1}{1 \cdot 2} x^{p-2}\Delta x^2 \\ \quad + \frac{q \cdot q-1}{1 \cdot 2} y^{q-2}\Delta y^2 \cdot p x^{p-1}\Delta x + \frac{q \cdot q-1 \cdot q-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^{q-3} \cdot \Delta y^3 x^p \\ + \quad \&c. \end{cases}$$

Les 1.ere, 2.e et 3.e, 4.e et 5.e, &c. lignes horizontales contiennent respectivement tous les termes différentiels de l'ordre 1, 2, 3, &c.; la collection des premiers termes de chaque ordre donne la différence partielle $\left(\frac{\Delta z}{\Delta y}\right)\Delta y$, et celle des derniers termes la valeur de $\left(\frac{\Delta z}{\Delta x}\right)\Delta x$, au moyen de quoi on verra aisément les termes ajoutés dans la différence complète; au surplus, la loi des séries des différens ordres est extrêmement facile à apercevoir.

Soit $p = 1$ et $q = -1$, on aura l'expression d'un usage fréquent,

$$z = \frac{x}{y};$$

et on trouvera

$$\Delta z = \Delta\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y\Delta x - x\Delta y}{y^2}\left\{1 - \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta y^2}{y^2} - \frac{\Delta y^3}{y^3} + \&c.\right\}$$

On trouvera sans beaucoup de peine les différences des ordres supérieurs;

mais il est souvent au moins aussi commode de différencier particulièrement les fonctions qu'on emploie, que de déduire leurs différences d'une formule générale, on obtient, par exemple, des expressions élégantes et simples pour les différences successives de l'équation

$$z = xy,$$

qui donne, en supposant Δx constant,

$$\Delta z = \Delta x . \Delta^0 y + \{x + \Delta x\} \Delta y$$
$$\Delta^2 z = 2 \Delta x . \Delta y + \{x + 2 \Delta x\} \Delta^2 y$$
$$\Delta^3 z = 3 \Delta x . \Delta^2 y + \{x + 3 \Delta x\} \Delta^3 y$$
$$\Delta^4 z = 4 \Delta x . \Delta^3 y + \{x + 4 \Delta x\} \Delta^4 y$$
&c. &c.
$$\Delta^{(n)} z = n \Delta x \Delta^{(n-1)} y + \{x + n \Delta x\} \Delta^{(n)} y.$$

Quelques propriétés des Suites qui ont un certain ordre de différences constant.

La théorie de la méthode directe des différences que j'ai mise sous les yeux des élèves, pourrait déjà être employée à des recherches très-curieuses sur les séries; je me propose d'y consacrer une ou deux séances dans le cours de l'exposition de la méthode inverse des différences: je me contenterai, pour compléter ce numéro, de parler de quelques propriétés qui peuvent avoir des applications utiles.

L'équation (1) du *n.°* 7, qui est

$$\Delta^{(n)} z = z^{(n)} - n z^{(n-1)} + \frac{n . n - 1}{1 . 2} z^{(n-2)} - \text{\&c.}$$

donne la valeur de la différence de l'ordre n d'une série de termes z, z', z'', z''', &c. Or, si la différence de l'ordre $n - 1$ est une quantité constante, la différence de l'ordre n sera nulle; et ce cas aura toujours lieu pour les fonctions d'une seule indéterminée, rationnelle et sans diviseur variable. On aura donc

$$z^{(n)} - n z^{(n-1)} + \frac{n . n - 1}{1 . 2} z^{(n-2)} - \ldots \pm z = 0;$$

d'où on tire

$$z^{(n)} = n z^{(n-1)} - \frac{n . n - 1}{1 . 2} z^{(n-2)} + \ldots \mp z$$

Ainsi le terme $z^{(n)}$ sera donné par un nombre n des termes précédens multipliés respectivement par $n - \frac{n.n-1}{1.2} + \frac{n.n-1.n-2}{1.2.3} - \&c \ldots\ldots\ldots\ldots \mp 1$. Cette propriété range la série z, z', z'' &c. dans la classe de celles qu'on nomme *récurrentes*, dont les facteurs $n - n\frac{n.n-1}{1.2}$ &c. sont *l'échelle de relation*, le nombre n de ces facteurs désignant *l'ordre* de la série.

L'équation (4) du même n.° 7, fait voir que z, z', z'', &c. formant une suite récurrente de l'ordre n, $\Delta z, \Delta z', \Delta z''$ &c. en formeront une de l'ordre $n - 1$; $\Delta^2 z, \Delta^2, z' \Delta^2 z'''$ &c. en formeront une de l'ordre $n - 2$, et ainsi de suite.

z étant fonction d'une seule variable et Δx constant, les suites z, z'', z^{IV}, &c. z, z''', z^{VI}, &c. z, z^{IV}, z^{VIII}, &c. pourront être considérées comme la suite z, z', z'', &c. dans laquelle on aurait substitué au *module* Δx d'autres *modules* $2\Delta x$, $3\Delta x$, $4\Delta x$, &c. d'où on conclut que les termes d'une suite récurrente qui a des différences constantes, pris de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, &c. forment encore des suites récurrentes du même ordre. Je ferai voir dans la suite que cette propriété s'étend aux suites récurrentes qui n'ont pas de différences constantes.

On peut faire un usage utile des propriétés dont je viens de parler, dans la recherche des racines des équations numériques.

ESSAI EXPÉRIMENTAL

ET ANALYTIQUE

Sur les lois de la Dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la Force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures.

Par R. PRONY.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

LA physique s'est enrichie depuis environ quarante ans d'un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des hommes savans et exercés. Ce dépôt s'augmente chaque jour, et la collection qu'il renferme devient de plus en plus précieuse, à mesure que la perfection des instrumens nouveaux donne plus de précision aux expériences : déjà l'esprit philosophique s'est emparé des faits multipliés, fournis par les observateurs ; les phénomènes ont été rapprochés, comparés, classés ; la langue d'une partie importante de la science est devenue analytique ; des théories raisonnables ont fait disparaître les systèmes futiles et souvent absurdes, dont on a occupé les écoles jusqu'au milieu de ce siècle.

L'étude de la nature ainsi ramenée à l'examen et à la connaissance effective de ses opérations, me paraît offrir deux objets de recherches qu'il ne faut pas confondre ; l'*explication des effets* et leur *mesure*.

L'explication des effets consiste à trouver, dans une classe de phénomènes composés, les phénomènes simples ou primitifs, dont tous les autres ne sont que les modifications ou les combinaisons diverses, et à faire voir comment on peut, à travers les apparences les plus variées, démêler l'action et la manière d'être des élémens pris pour base du système. Ainsi en

partant

partant des affinités de certaines substances considérées comme phénomènes simples, on a trouvé que les phénomènes météorologiques, ceux de la combustion, etc. n'étaient que les résultats de ces mêmes affinités, se manifestant avec différentes formes sous lesquelles ils avaient été, jusqu'à ces derniers temps, cachés aux yeux des physiciens; c'est à ces décompositions des effets complexes en effets simples, que se réduisent tous nos moyens de pénétrer quelques secrets de la nature, qui, en nous permettant de soulever une des extrémités du voile qui la couvre, tient l'autre attachée par un nœud que notre main ne saurait délier.

La *mesure* des effets est l'évaluation des différens degrés d'intensité, dont chacun est susceptible, lorsqu'on fait varier, soit les causes qui le produisent, soit d'autres effets auxquels il est lié; on sait, par exemple, que la disposition des fluides à se vaporiser, est d'une part activée par le calorique, de l'autre coercée par la pression de l'atmosphère, et que la vaporisation n'a lieu que lorsque la première puissance l'emporte sur la seconde; mais il peut encore être nécessaire de réunir à cette donnée les valeurs des pressions qui, à différentes températures, font équilibre à la vaporisation; le même raisonnement est applicable à une infinité d'autres phénomènes.

On voit donc que *l'explication* des effets, dont le grand avantage est de simplifier la science, et d'en coordonner les différentes parties, par l'analyse et la décomposition des phénomènes composés, a un complément essentiel dans la *mesure* de ces mêmes effets qui est toujours très-utile, et souvent indispensable, lorsqu'on veut appliquer les découvertes théoriques aux besoins de la société.

L'expérience peut seule fournir les premières données sur la mesure des effets physiques; mais le calcul s'y applique ensuite avec beaucoup d'avantage, soit pour obtenir les résultats intermédiaires à ceux trouvés par le fait, soit pour en corriger les anomalies. La méthode qu'on emploie dans ce cas, est connue sous le nom *d'interpolation;* elle a pour objet de trouver une équation entre deux ou trois variables, telle que si on donne des valeurs déterminées à une ou deux de ces variables, il en résulte des valeurs pareillement déterminées pour la 2.e ou la 3.e. Le problème considéré sous cet aspect, peut se résoudre d'une infinité de

manières, parce qu'il y a une infinité de fonctions qui peuvent s'évanouir par les mêmes substitutions; mais ce serait une grande erreur de penser que toutes ces solutions sont également applicables à un cas proposé. La nature, quoique soumise à des lois générales, vraisemblablement très-simples et très-peu nombreuses, a autant de modifications particulières dans ses procédés, que de variétés dans ses formes, et chaque phénomène considéré sous l'aspect mensurable se rapporte toujours à une certaine fonction qui doit le représenter exclusivement.

Le problème de l'interpolation a donc deux parties très-distinctes; dans l'une, on se propose de satisfaire à des nombres donnés; dans l'autre, on cherche parmi toutes les fonctions qui remplissent cette condition, quelle est celle qui convient à l'espèce particulière des phénomènes qu'on traite.

J'ai donné, *n.° 19* de mes leçons d'analyse, une solution de la première partie du problème qu'on emploie très-souvent, principalement comme méthode de correction; Lagrange a publié, sur le même objet, un très-beau mémoire (*), où il envisage la question plus généralement qu'on ne l'avait encore fait. Les élèves qui posséderont la théorie exposée *n.os 18, 19, 20 et 21* de mes leçons, pourront, sans difficulté, entreprendre l'étude de cet ouvrage, et tireront un grand profit du temps qu'ils y auront consacré.

(*) Voyez les Mém. de l'Acad. des Sciences, *année 1772*.

La solution de la seconde partie ne paraît pas, dans l'état actuel de nos connaissances, susceptible d'être soumise à des règles générales, surtout, lorsque les observations sont peu nombreuses, et n'embrassent pas une grande étendue; un examen attentif de tous les détails et de la marche des expériences, des essais réitérés, l'analogie, semblent être les seuls guides qu'on ait dans cette pénible recherche; et ces difficultés jointes à celles de la précision dans les expériences, rendent les déterminations exactes des lois des phénomènes très-rares en physique.

J'eus occasion, en 1790, de suivre des expériences très-détaillées et très-bien faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau, et je me chargeai de chercher la formule qui les représentait. La régularité de la série des valeurs données, m'avait fait croire la tâche plus aisée qu'elle ne l'était réellement; cependant, après quelque travail, je trouvai une espèce de fonction qui, non-seulement exprimait parfaitement les

relations entre la température et le ressort du gaz aqueux, mais qui me parut pouvoir convenir en général aux phénomènes dépendant des fluides élastiques. Je les appliquai à des expériences que Prieur a faites avec beaucoup de soin sur la dilatabilité de l'air et de différens fluides aëriformes; cet essai me confirma dans mon opinion, et je me suis déterminé à publier mes résultats.

Le premier aperçu qui me dirigea vers la véritable forme de la fonction, fut la considération de quelques progressions géométriques qu'offrent certains phénomènes relatifs aux fluides élastiques, dont un des exemples les plus remarquables est la relation entre la densité des couches de l'atmosphère et leurs élévations respectives : cette loi étant exprimée par une exponentielle, je soupçonnai que dans d'autres circonstances, où une quantité de cette espèce serait insuffisante, on pourrait en introduire deux ou un plus grand nombre, et en généralisant ces idées, je fus conduit à une équation de la forme

$$z = \mu_{,} \rho_{,}^{x} + \mu_{,,} \rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,} \rho_{,,,}^{x} + \ldots\ldots\ldots + \mu_{(n)} \rho_{(n)}^{x}$$

z et x étant les deux variables, $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, $\mu_{,,,}$, &c. $\rho_{,}$, $\rho_{,,}$, $\rho_{,,,}$, &c. des constantes données par l'espèce particulière de phénomène dont on veut trouver la loi.

On sait que l'équation précédente résulte de l'intégration d'une équation aux différences finies linéaires, ou donne le terme général d'une suite récurrente de l'ordre n; or, les suites de ce genre, dans lesquelles un terme quelconque se déduit d'un certain nombre de ceux qui le précèdent, paraissent en effet convenir aux effets naturels où l'élasticité joue un grand rôle; car la conservation de forces vives que comporte cette propriété des corps, fait toujours dépendre l'état actuel des états antécédens. Les recherches de Lagrange, dont j'ai parlé précédemment, sont aussi fondées sur les suites récurrentes; il a donné plusieurs méthodes pour trouver celles qui doivent interpoler une suite donnée, où l'on remarque l'élégance et la profondeur qu'on doit attendre d'un si grand analyste. Comme la méthode que j'ai employée dans mes calculs, diffère des siennes que je ne connaissais pas lorsque j'ai commencé mon travail, je vais en exposer le procédé.

PREMIÈRE PARTIE.

Méthode d'interpolation applicable aux phenomènes qui dépendent des fluides élastiques.

LES expériences doivent, autant qu'il est possible, être dirigées de manière à rendre les résultats équidistans; lorsqu'on n'a pas pu obtenir cette condition (ce qui doit arriver très-rarement) et que néanmoins les résultats sont assez nombreux et assez rapprochés, on les ramènera à être équidistans, soit par les moyens graphiques, en traçant la courbe des expériences, soit par le calcul, en considérant trois résultats consécutifs $z_{\prime}$, $z_{\prime\prime}$, $z_{\prime\prime\prime}$, dont le 2.e et le 3.e sont distans du 1.er de x' et de x'' respectivement; on calculera le résultat z à la distance x de $z_{\prime}$, de manière qu'il se trouve compris dans la série de ceux qu'on veut rendre équidistans, par la formule suivante déduite de celles du *n.° 19* de mes leçons d'analyse,

$$z = \frac{x''-x}{x'} \cdot \frac{x'-x}{x''} z_{\prime} + \frac{x}{x''-x'} \left(\frac{x''-x}{x'} z_{\prime\prime} - \frac{x'-x}{x''} z_{\prime\prime\prime} \right);$$

on simplifiera beaucoup cette formule en ne calculant que l'excès de z sur z'; pour cela faisant $z_{\prime\prime} - z_{\prime} = \omega'$; $z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime} = \omega''$, on aura

$$z - z_{\prime} = \frac{x}{x''-x'} \left(\frac{x''-x}{x'} \omega' - \frac{x'-x}{x''} \omega'' \right).$$

Il sera bon, pour éviter toute erreur, d'essayer et la formule et les moyens graphiques, qui, lorsqu'on y mettra du soin et qu'on opérera sur une grande échelle, donneront ordinairement une exactitude comparable à celle des expériences mêmes.

Cette préparation faite (les cas où elle sera nécessaire sont, comme je l'ai déjà dit, extrêmement rares), on prendra un certain nombre de résultats équidistans, embrassant ou la totalité ou une grande partie de l'étendue des expériences; ensuite la variable z désignant la mesure des effets successifs qui correspondent à des valeurs quelconques d'une autre variable x, laquelle indique à quel terme d'une échelle donnée se rapportent les effets z, on aura généralement

pour satisfaire à un nombre $2\,n$ de résultats..................

$$z = \mu_{\prime} \rho_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime} \rho_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime} \rho_{\prime\prime\prime}^{x} + \ldots + \mu_{(n)} \rho_{(n)}^{x} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

pour satisfaire à un nombre $2n + 1$ de résultats . . . .

$$z = \mu_{,} \rho_{,}^{x} + \mu_{,,} \rho_{,,}^{x} + \ldots + \mu_{(n)} \rho_{(n)}^{x} + \mu_{(n+1)} \ldots \ldots \ldots (2)$$

$\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, $\mu_{,,,}$, &c. $\rho_{,}$, $\rho_{,,}$, $\rho_{,,,}$, &c. sont des constantes dont on détermine la valeur d'après les résultats des expériences, ainsi qu'on le verra bientôt.

J'ai donné deux formules générales, quoique l'une, à la rigueur, eût pu suffire, mais j'ai eu en vue une simplification qu'il était important d'introduire dans ma méthode; voici en quoi elle consiste : la détermination de $\rho_{,}$, $\rho_{,,}$, &c. dépend de la solution d'une équation, et en employant la deuxième formule on satisfait à un nombre impair d'observations par une équation qui n'est pas plus élevée que celle qu'exigerait le nombre pair immédiatement inférieur; ainsi on satisfait à quatre ou cinq observations en calculant une équation du deuxième degré, à six et à sept avec une du troisième, à huit et à neuf avec une du quatrième, &c. Il n'arrivera presque jamais qu'on ait huit ou neuf résultats à faire entrer dans la formule, et on pourra, sans sortir des limites dans lesquelles on a des méthodes pour la solution des équations numériques, traiter tous les cas que la physique présente ordinairement. Ajoutons à cet avantage celui de n'avoir dans la valeur de z qu'un nombre de termes égal à la moitié, au plus, du nombre des observations, au lieu que les formules qui se rapportent aux courbes paraboliques ont toujours autant de termes qu'il y a d'observations.

Voici la manière de déterminer, d'après les résultats donnés, les constantes des équations (1) et (2).

Premier cas, le nombre des observations étant pair.

J'ai démontré dans mes leçons d'analyse, *n.os 20* et *21*, 1.° que l'équation (1) donnait le terme général d'une suite récurrente de l'ordre n; 2.° que les termes d'une pareille suite, pris à des intervalles égaux quelconques, reproduisaient toujours des récurrentes du même ordre. Cela posé, soient les deux séries suivantes, dont la première donne les résultats observés ou les valeurs particulières de z fournies par l'expérience, et la deuxième les valeurs correspondantes de x

résultats observés . . . . z_0; $z_{,}$; $z_{,,}$ . . . . $z_{(n)}$; $z_{(n+1)}$; $z_{(n+2)}$ . . . . . $z_{(2n-1)}$

valeurs correspondantes de x . . . . 0 ; $x_{\prime}$; $2x_{\prime}$ . . . . . $n x_{\prime}$; $(n+1)x_{\prime}$;

$(n+2)x_{\prime}$ . . . . . $(2n-1)x_{\prime}$

les quantités z_0, $z_{\prime}$, $z_{\prime\prime}$, &c. doivent former une suite récurrente dont il faut trouver l'échelle de relation ; soient A_0, $A_{\prime}$, $A_{\prime\prime}$ . . . . $A_{(n)}$ des coëfficiens indéterminés, tels qu'on ait les équations de condition

$$A_0 z_0 + A_{\prime} z_{\prime} + A_{\prime\prime} z_{\prime\prime} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n)} = 0$$
$$A_0 z_{\prime} + A_{\prime} z_{\prime\prime} + A_{\prime\prime} z_{\prime\prime\prime} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n+1)} = 0$$
$$A_0 z_{\prime\prime} + A_{\prime} z_{\prime\prime\prime} + A_{\prime\prime} z_{\mathrm{iv}} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n+2)} = 0$$
$$A_0 z_{\prime\prime\prime} + A_{\prime} z_{\mathrm{iv}} + A_{\prime\prime} z_{\mathrm{v}} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n+3)} = 0$$
. . . .
. . . .
$$A_0 z_{(n-1)} + A_{\prime} z_{(n)} + A_{\prime\prime} z_{(n+1)} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(2n-1)} = 0.$$

On pourra, pour plus de commodité, supposer $A_{(n)} = 1$ dans les applications numériques.

Ces équations étant en nombre n donneront les n rapports $\frac{A_0}{A_{(n)}}$; $\frac{A_{\prime}}{A_{(n)}}$; $\frac{A_{\prime\prime}}{A^{(n)}}$; . . . . $\frac{A_{(n-1)}}{A_{(n)}}$ qui composent l'échelle de relation demandée, et on aura

Pour $n=1$ $\quad A_0 : A_{\prime} = - z_{\prime} : z_0$

Valeur déduite de deux observations.

Pour $n=2$
$$\begin{cases} A_0 : A_{\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime} z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime\prime} z_{\prime\prime}}{z_0 z_{\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime}} \\[2ex] A_{\prime} : A_{\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime} z_{\prime\prime} - z_0 z_{\prime\prime\prime}}{z_0 z_{\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime}} \end{cases}$$

Valeurs déduites de quatre observations.

Pour $n=3$
$$\begin{cases} A_0 : A_{\prime\prime\prime} = \dfrac{+(z_{\prime\prime\prime} z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime\prime} z_{\mathrm{iv}}) z_{\prime\prime\prime} + (z_{\prime} z_{\mathrm{iv}} + z_{\prime\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\mathrm{iv}} + (z_{\prime\prime} z_{\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\mathrm{v}}}{-(z_{\prime\prime\prime} z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime\prime} z_{\mathrm{iv}}) z_0 - (z_{\prime} z_{\mathrm{iv}} - z_{\prime\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\prime} - (z_{\prime\prime} z_{\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\prime\prime}} \\[2ex] A_{\prime} : A_{\prime\prime\prime} = \dfrac{+(z_{\prime} z_{\mathrm{iv}} - z_{\prime\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\prime\prime\prime} + (z_{\prime\prime} z_{\prime\prime} - z_0 z_{\mathrm{iv}}) z_{\mathrm{iv}} + (z_0 z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime}) z_{\mathrm{v}}}{-(z_{\prime} z_{\mathrm{iv}} - z_{\prime\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\prime} - (z_{\prime\prime} z_{\prime\prime} - z_0 z_{\mathrm{iv}}) z_{\prime\prime} - (z_0 z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime}) z_{\prime\prime\prime}} \\[2ex] A_{\prime\prime} : A_{\prime\prime\prime} = \dfrac{+(z_{\prime\prime} z_{\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\prime\prime\prime} + (z_0 z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime}) z_{\mathrm{iv}} + (z_{\prime} z_{\prime} - z_0 z_{\prime\prime}) z_{\mathrm{v}}}{-(z_{\prime\prime} z_{\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime\prime}) z_{\prime\prime} - (z_0 z_{\prime\prime\prime} - z_{\prime} z_{\prime\prime}) z_{\prime\prime\prime} - (z_{\prime} z_{\prime} - z_0 z_{\prime\prime}) z_{\mathrm{iv}}} \end{cases}$$

Valeurs déduites de six observations.

&c. &c. &c.

Résolvant ensuite l'équation

$$A_0 + A_{\prime} a + A_{\prime\prime} a^2 + A_{\prime\prime\prime} a^3 + \ldots\ldots\ldots + A_{(n)} a^n = 0,$$

les n racines qu'on trouvera seront les valeurs des n quantités $\rho^{x_\prime}_{\prime}, \rho^{x_\prime}_{\prime\prime}, \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} \ldots \rho^{x_\prime}_{(n)}$, d'où on déduira celles de $\rho_{\prime}, \rho_{\prime\prime}, \rho_{\prime\prime\prime}$, &c. ; enfin les quantités $\mu_{\prime}, \mu_{\prime\prime}, \mu_{\prime\prime\prime}$, &c. seront données par les équations

$$\mu_{\prime} = \frac{(z - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\text{IV}})\ldots\ldots(z - \rho^{x_\prime}_{(n)})}{(z^{x_\prime}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})(z^{x_\prime}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\text{IV}})\ldots\ldots(z^{x_\prime}_{(n)} - \rho^{x_\prime}_{(n)})}$$

$$\mu_{\prime\prime} = \frac{(z - \rho^{x_\prime}_{\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\text{IV}})\ldots\ldots(z - \rho^{x_\prime}_{(n)})}{(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\text{IV}})\ldots\ldots(\rho^{x_\prime}_{(n)} - \rho^{x_\prime}_{(n)})}$$

$$\mu_{\prime\prime\prime} = \frac{(z - \rho^{x_\prime}_{\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\text{IV}})\ldots\ldots(z - \rho^{x_\prime}_{(n)})}{(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\text{IV}})\ldots\ldots(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{(n)})}$$

. . . .

. . . .

$$\mu_{(n)} = \frac{(z - \rho^{x_\prime}_{\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})(z - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})\ldots(z - \rho^{x_\prime}_{(n-1)})}{(\rho^{x_\prime}_{(n)} - \rho^{x_\prime}_{\prime})(\rho^{x_\prime}_{(n)} - \rho_{\prime\prime})(\rho^{x_\prime}_{(n)} - \rho_{\prime\prime\prime})\ldots(\rho^{x_\prime}_{(n)} - \rho^{x_\prime}_{(n-1)})}$$

en observant que dans le développement des numérateurs tous les exposans des puissances de z doivent être changés en accens de même numéro, c'est-à-dire, qu'il faut à z^0 substituer z_0 (ou multiplier par z_0 tous les termes où z ne se trouve pas) à z substituer $z_{\prime}$, à z^2 substituer $z_{\prime\prime}$, &c. Ainsi on a dans le cas de

$$n = 1 \ldots \mu_{\prime} = z_0$$

Pour satisfaire à deux observations.

$$n = 2 \ldots \begin{cases} \mu_{\prime} = \dfrac{z_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime} z_0}{\rho^{x_\prime}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime}} \\[2ex] \mu_{\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime} z_0}{\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime}} \end{cases}$$

Pour satisfaire à quatre observations.

$$n = 3 \ldots \begin{cases} \mu_{\prime} = \dfrac{z_{\prime\prime} - (\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} + \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime}) z_{\prime} + \rho^{x_\prime}_{\prime\prime} \rho_{\prime\prime\prime} z_0}{(\rho^{x_\prime}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})} \\[2ex] \mu_{\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime\prime} - (\rho^{x_\prime}_{\prime} + \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime}) z_{\prime} + \rho^{x_\prime}_{\prime} \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} z_0}{(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime})(\rho^{x}_{\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime})} \\[2ex] \mu_{\prime\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime\prime} - (\rho^{x_\prime}_{\prime\prime} + \rho^{x_\prime}_{\prime}) z_{\prime} + \rho^{x_\prime}_{\prime\prime} \rho^{x_\prime}_{\prime} z_0}{(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime})(\rho^{x_\prime}_{\prime\prime\prime} - \rho^{x_\prime}_{\prime\prime})} \end{cases}$$

Pour satisfaire à six observations,

&c &c.

Ce qui s'accorde avec les formules que j'ai données *n.°* 20 de mes leçons d'analyse, en faisant $x = 1$; et pour rendre le calcul d'élimination qui donne $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, &c. absolument semblable à celui du cours, on fera $\rho_{,}^{x_{,}} = \psi_{,}$; $\rho_{,,}^{x_{,}} = \psi_{,,}$, &c. et on cherchera $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, &c. en valeurs de $\psi_{,}$, $\psi_{,,}$, &c. On sait que $x_{,}$ est ici l'accroissement constant de x ou le Δx. Les quantités $\rho_{,}$, $\rho_{,,}$, $\rho_{,,,}$, &c. $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, $\mu_{,,,}$, &c. étant ainsi déterminées, on substituera leurs valeurs dans l'équation (1)

$$z = \mu_{,}\rho_{,}^{x} + \mu_{,,}\rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}\rho_{,,,}^{x} + \ldots\ldots\ldots + \mu_{(n)}\rho_{(n)}^{x};$$

qui sera alors disposée pour satisfaire aux $2n$ observations données, et pour fournir un résultat quelconque intermédiaire entre ceux obtenus par le fait.

Second cas, le nombre des observations étant impair.

Pour résoudre ce second cas, on observera que l'équation (2) ne diffère de l'équation (1) que par le terme constant $\mu_{(n+1)}$. Ainsi la série des z tirée de (2), est de même nature que celle tirée de (1), avec la seule différence que dans (2) chaque terme est augmenté de $\mu_{(n+1)}$. Si donc on diminue ces mêmes termes de $\mu_{(n+1)}$, les restes auront entre eux les relations que comporte une suite récurrente de l'ordre n (*), c'est-à-dire, qu'en conservant la notation de l'article précédent, on a

(*) La récurrente est, dans le fait, de l'ordre $n+1$, mais l'équation de relation a une racine égale à l'unité, c'est-à-dire, que dans le terme $\mu_{(n+1)}\rho^{x}_{(n+1)}$ on a $\rho_{(n+1)} = 1$; ainsi le degré de l'équation peut s'abaisser d'une unité.

$$A_{0}(z_{0} - \mu_{(n+1)}) + A_{,}(z_{,} - \mu_{(n+1)}) + A_{,,}(z_{,,} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$
$$A_{0}(z_{,} - \mu_{(n+1)}) + A_{,}(z_{,,} - \mu_{(n+1)}) + A_{,,}(z_{,,,} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$
$$A_{0}(z_{,,} - \mu_{(n+1)}) + A_{,}(z_{,,,} - \mu_{(n+1)}) + A_{,,}(z_{\text{IV}} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n+2)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$
$$A_{0}(z_{,,,} - \mu_{(n+1)}) + A_{,}(z_{\text{IV}} - \mu_{(n+1)}) + A_{,,}(z_{\text{V}} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n+3)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$A_{0}(z_{(n-1)} - \mu_{(n+1)}) + A_{,}(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) + A_{,,}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(2n-1)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$
$$A_{0}(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) + A_{,}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) + A_{,,}(z_{(n+2)} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(2n)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

Si on retranche ces équations l'une de l'autre, $\mu_{(n+1)}$ s'éliminera, et elles deviendront

$$A_{0}\Delta z_{0} + A_{,}\Delta z_{,} + A_{,,}\Delta z_{,,} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n)} = 0$$
$$A_{0}\Delta z_{,} + A_{,}\Delta z_{,,} + A_{,,}\Delta z_{,,,} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n+1)} = 0$$
$$A_{0}\Delta z_{,,} + A_{,}\Delta z_{,,,} + A_{,,}\Delta z_{\text{IV}} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n+2)} = 0$$

$A_{0}\Delta$

$$A_0 \Delta z_{,,,} + A_, \Delta z_{iv} + A_{,,} \Delta z_{v} + \ldots + A_{(n)} \Delta z_{(n+3)} = 0$$

. . . .

. . . .

$$A_0 \Delta z_{(n-1)} + A_, \Delta z_{(n)} + A_{,,} \Delta z_{(n+1)} + \ldots + A_{(n)} \Delta z_{(2n-1)} = 0$$

On pourra, pour plus de commodité, supposer $A^{(n)} = 1$ dans les applications numériques.

équations dont on tirera les valeurs de $\frac{A_0}{A^{(n)}}$, $\frac{A_,}{A^{(n)}}$, $\frac{A_{,,}}{A^{(n)}}$, &c. savoir,

pour $n = 1$ . . . $A_0 : A_, = \Delta z_, : \Delta z_0$

Valeur déduite de trois observations.

pour $n = 2$ . .

$$\begin{cases} A_0 : A_{,,} = \dfrac{\Delta z_, \Delta z_{,,,} - \Delta z_{,,} \Delta z_{,,}}{\Delta z_0 \Delta z_{,,} - \Delta z_, \Delta z_,} \\[2ex] A_, : A_{,,} = \dfrac{\Delta z_, \Delta z_{,,} - \Delta z_0 \Delta z_{,,,}}{\Delta z_0 \Delta z_{,,} - \Delta z_, \Delta z_,} \end{cases}$$

valeurs déduites de cinq observations.

pour $n = 3$ . .

$$\begin{cases} A_0 : A_{,,,} = \dfrac{+(\Delta z_{,,,} \Delta z_{,,,} - \Delta z_{,,} \Delta z_{v}) \Delta z_{,,,} + (\Delta z_, \Delta z_{iv} - \Delta z_{,,} \Delta z_{,,,}) \Delta z_{iv} + (\Delta z_{,,} \Delta z_{,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,,}) \Delta z_{v}}{-(\Delta z_{,,,} \Delta z_{,,,} - \Delta z_{,,} \Delta z_{iv}) \Delta z_0 - (\Delta z_, \Delta z_{iv} - \Delta z_{,,} \Delta z_{,,,}) \Delta z_, - (\Delta z_{,,} \Delta z_{,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,,}) \Delta z_{,,}} \\[2ex] A_, : A_{,,,} = \dfrac{+(\Delta z_, \Delta z_{iv} - \Delta z_{,,} \Delta z_{,,,}) \Delta z_{,,,} + (\Delta z_{,,} \Delta z_{,,} - \Delta z_0 \Delta z_{iv}) \Delta z_{iv} + (\Delta z_0 \Delta z_{,,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,}) \Delta z_{v}}{-(\Delta z_, \Delta z_{iv} - \Delta z_{,,} \Delta z_{,,,}) \Delta z_, - (\Delta z_{,,} \Delta z_{,,} - \Delta z_0 \Delta z_{iv}) \Delta z_{,,} - (\Delta z_0 \Delta z_{,,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,}) \Delta z_{,,,}} \\[2ex] A_{,,} : A_{,,,} = \dfrac{+(\Delta z_{,,} \Delta z_{,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,,}) \Delta z_{,,,} + (\Delta z_0 \Delta z_{,,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,}) \Delta z_{iv} + (\Delta z_, \Delta z_, - \Delta z_0 \Delta z_{,,}) (\Delta z_{v}}{-(\Delta z_{,,} \Delta z_{,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,,}) \Delta z_{,,} - (\Delta z_0 \Delta z_{,,,} - \Delta z_, \Delta z_{,,}) \Delta z_{,,,} - (\Delta z_, \Delta z_, - \Delta z_0 \Delta z_{,,}) \Delta z_{iv}} \end{cases}$$

valeurs déduites de sept observations.

&c. &c. &c.

Ensuite k étant un nombre entier positif, qui n'excède pas n, on pourra évaluer $\mu_{(n+1)}$ par l'une quelconque des n équations que renferme la suivante

$$\mu_{(n+1)} = \frac{A_0 z_{(k)} + A_, z_{(k+1)} + A_{,,} z_{(k+2)} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(k-n)} \} : A_{(n)}}{(A_0 + A_, + A_{,,} + \ldots\ldots + A_{(n)}) : A_{(n)}}$$

qui doit donner la même valeur pour $\mu_{(n+1)}$, quel que soit celui des nombres 0, 1, 2, 3 . . . . n, qu'on prenne pour k.

Résolvant ensuite l'équation

$$A_0 + A_, \alpha + A_{,,} \alpha^2 + A_{,,,} \alpha^3 + \ldots\ldots + A_{(n)} \alpha^{(n)} = 0,$$

les n racines qu'elle donnera seront les valeurs de $\varrho_,^{x_,}$, $\varrho_{,,}^{x_,}$, $\varrho_{,,,}^{x_,}$, . . . $\varrho_{(n)}^{x_,}$, d'où on déduira celles de $\varrho_,$, $\varrho_{,,}$, $\varrho_{,,,}$, &c. à substituer dans l'équation (2), et les

valeurs de $\mu_{,}$; $\mu_{,,}$, $\mu_{,,,}$, &c. de la même équation se calculeront par les formules (*).

$$\mu_{,} = \frac{(z - \rho_{,,}^{x_,})\ (z - \rho_{,,,}^{x_,})\ (z - \rho_{IV}^{x_,}) \ldots (z - \rho_{(n)}^{x_,})\ (z - 1)}{(\rho_{,}^{x_,} - \rho_{,,}^{x_,})\ (\rho_{,}^{x_,} - \rho_{,,,}^{x_,})\ (\rho_{,}^{x_,} - \rho_{IV}^{x_,}) \ldots (\rho_{,}^{x_,} - \rho_{(n)}^{x_,})\ (\rho_{,}^{x_,} - 1)}$$

$$\mu_{,,} = \frac{(z - \rho_{,}^{x_,})\ (z - \rho_{,,,}^{x_,})\ (z - \rho_{IV}^{x_,}) \ldots (z - \rho_{(n)}^{x_,})\ (z - 1)}{(\rho_{,,}^{x_,} - \rho_{,}^{x_,})\ (\rho_{,,}^{x_,} - \rho_{,,,}^{x_,})\ (\rho_{,,}^{x_,} - \rho_{IV}^{x_,}) \ldots (\rho_{,,}^{x_,} - \rho_{(n)}^{x_,})\ (\rho_{,,}^{x_,} - 1)}$$

$$\mu_{,,,} = \frac{(z - \rho_{,}^{x_,})\ (z - \rho_{,,}^{x_,})\ (z - \rho_{IV}^{x_,}) \ldots (z - \rho_{(n)}^{x_,})\ (z - 1)}{(\rho_{,,,}^{x_,} - \rho_{,}^{x_,})\ (\rho_{,,,}^{x_,} - \rho_{,,}^{x_,})\ (\rho_{,,,}^{x_,} - \rho_{IV}^{x_,}) \ldots (\rho_{,,,}^{x_,} - \rho_{(n)}^{x_,})\ (\rho_{,,,}^{x_,} - 1)}$$

. . . .

. . . .

$$\mu_{(n)} = \frac{(z - \rho_{,}^{x_,})\ (z - \rho_{,,}^{x_,})\ (z - \rho_{,,,}^{x_,}) \ldots (z - \rho_{(n-1)}^{x_,})\ (z - 1)}{(\rho_{(n)}^{x_,} - \rho_{,}^{x_,})\ (\rho_{(n)}^{x_,} - \rho_{,,}^{x_,})\ (\rho_{(n)}^{x_,} - \rho_{,,,}^{x_,}) \ldots (\rho_{(n)}^{x_,} - \rho_{(n-1)}^{x_,})\ (\rho_{(n)}^{x_,} - 1)}$$

$$\mu_{(n+1)} = z_0 - (\mu_{,} + \mu_{,,} + \mu_{,,,} + \ldots\ldots\ldots + \mu_{(n)})$$

(*) Si on retranche de ces formules les facteurs $z - 1$ et $\rho_{,}^{x_,} - 1$, $\rho_{,,}^{x_,} - 1$, $\rho_{,,,}^{x_,} - 1$, &c. on aura les constantes qui conviennent au terme général de la suite Δz_0, $\Delta z_{,}$, $\Delta z_{,,}$, &c., c'est-à-dire qu'on aura les constantes qui devraient multiplier $\rho_{,}^{x}$, $\rho_{,,}^{x}$, &c. dans la valeur de Δz.

Observez, comme dans l'article précédent, que, dans le développement des numérateurs, il faut aux exposans des puissances de z, substituer des accens de même numéro, ou multiplier par z_0 les termes où z ne sera pas, et par $z_{,}$, $z_{,,}$, $z_{,,,}$, etc. respectivement ceux qui seront multipliés par z, z^2, z^3, &c.

La dernière valeur de $\mu_{(n+1)}$ est beaucoup plus facile à calculer que la précédente qu'on pourra n'employer que comme vérification; si on donne à n différentes valeurs, on aura dans le cas de

$$n = 1 \ldots \begin{cases} \mu_{,} = \dfrac{z_{,} - z_0}{\rho_{,}^{x_,} - 1} \\ \mu_{,,} = z_0 - \mu_{,} \end{cases}$$

Pour satisfaire à trois observations.

$$n = 2 \ldots \begin{cases} \mu_{,} = \dfrac{z_{,,} - (\rho_{,,}^{x_,} + 1)\, z_{,} + \rho_{,,}^{x_,} z_0}{(\rho_{,}^{x_,} - \rho_{,,}^{x_,})\ (\rho_{,}^{x_,}\ 1)} \\ \mu_{,,} = \dfrac{z_{,,} - (\rho_{,}^{x_,} + 1)\, z_{,} + \rho_{,}^{x_,} z_0}{(\rho_{,,}^{x_,} - \rho_{,}^{x_,})\ (\rho_{,,}^{x_,} - 1)} \\ \mu_{,,,} = z_0 - (\mu_{,} + \mu_{,,}) \end{cases}$$

Pour satisfaire à cinq observations.

$$n = 3 \ldots \begin{cases} \mu_{\prime} = \dfrac{z_{\prime\prime\prime} - (\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} + 1)\, z_{\prime\prime} + (\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}})\, z_{\prime} - \varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}}\, z_{0}}{(\varrho_{\prime}^{x_{\prime}} - \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}})\,(\varrho_{\prime}^{x_{\prime}} - \varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}})\,(\varrho_{\prime}^{x_{\prime}} - 1)} \\ \mu_{\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime\prime\prime} - (\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} + 1)\, z_{\prime\prime\prime} + (\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime}^{x_{\prime}})\, z_{\prime} - \varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} \varrho_{\prime}^{x_{\prime}}\, z_{0}}{(\varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} - \varrho_{\prime}^{x_{\prime}})\,(\varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} - \varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}})\,(\varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} - 1)} \\ \mu_{\prime\prime\prime} = \dfrac{z_{\prime\prime\prime} - (\varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} + 1)\, z_{\prime\prime} + (\varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} + \varrho_{\prime}^{x_{\prime}})\, z_{\prime} - \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} \varrho_{\prime}^{x_{\prime}}\, z_{0}}{(\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} - \varrho_{\prime}^{x_{\prime}})\,(\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} - \varrho_{\prime\prime}^{x_{\prime}})\,(\varrho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} - 1)} \\ \mu^{\text{IV}} = z_{0} - (\mu_{\prime} + \mu_{\prime\prime} + \mu_{\prime\prime\prime}) \end{cases}$$

Pour satisfaire à sept observations,

&c. &c.

ce qui s'accorde encore avec les formules du *n.° XX* de mes leçons d'analyse, en faisant dans chaque cas $x_{\prime}$ et le ϱ de l'accent le plus élevé, égaux à l'unité.

Tous les nombres $\varrho_{\prime}$, $\varrho_{\prime\prime}$, $\varrho_{\prime\prime\prime}$, &c. $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, &c. ainsi trouvés, on les introduira dans l'équation (2)

$$z = \mu_{\prime}\, \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} + \mu_{\prime\prime}\, \varrho_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime}\, \varrho_{\prime\prime\prime}^{x}\, \varrho_{\prime\prime\prime}^{x} + \ldots\ldots\ldots + \mu_{(n)}\, \varrho_{(n)}^{n} + \mu_{(n+2)}$$

qui satisfera aux $2n + 1$ observations données, et servira à calculer toutes les valeurs intermédiaires entre ces observations.

Je ne parle pas des cas où l'équation

$$A_{0} + A_{\prime}\,\alpha + A_{\prime\prime}\,\alpha^{2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_{(n)}\,\alpha^{n} = 0$$

a des racines égales ou imaginaires ; j'ai donné dans le *n.° XX* de mes leçons d'analyse les formules nécessaires pour les résoudre. On sait que les racines égales introduisent des coëfficiens variables et rationnels dans la valeur de z, et si ces racines sont égales à l'unité, z contiendra alors des termes entièrement rationnels : ainsi les formules d'interpolations qui se rapportent aux fonctions rationnelles sans diviseurs variables, ou aux courbes paraboliques, ne sont qu'un cas très-particulier de celles que je viens de donner.

Je passe aux applications.

SECONDE PARTIE.

Applications de la méthode précédente d'interpolation à la recherche des lois de la dilatabilité des Fluides élastiques.

DESCRIPTION DES EXPÉRIENCES.

Les expériences dont je vais m'occuper, ont été faites par Prieur, et rapportées par Guyton dans un mémoire intéressant que le dernier a publié sur cette matière (*). Voici la description qu'il donne de l'appareil :

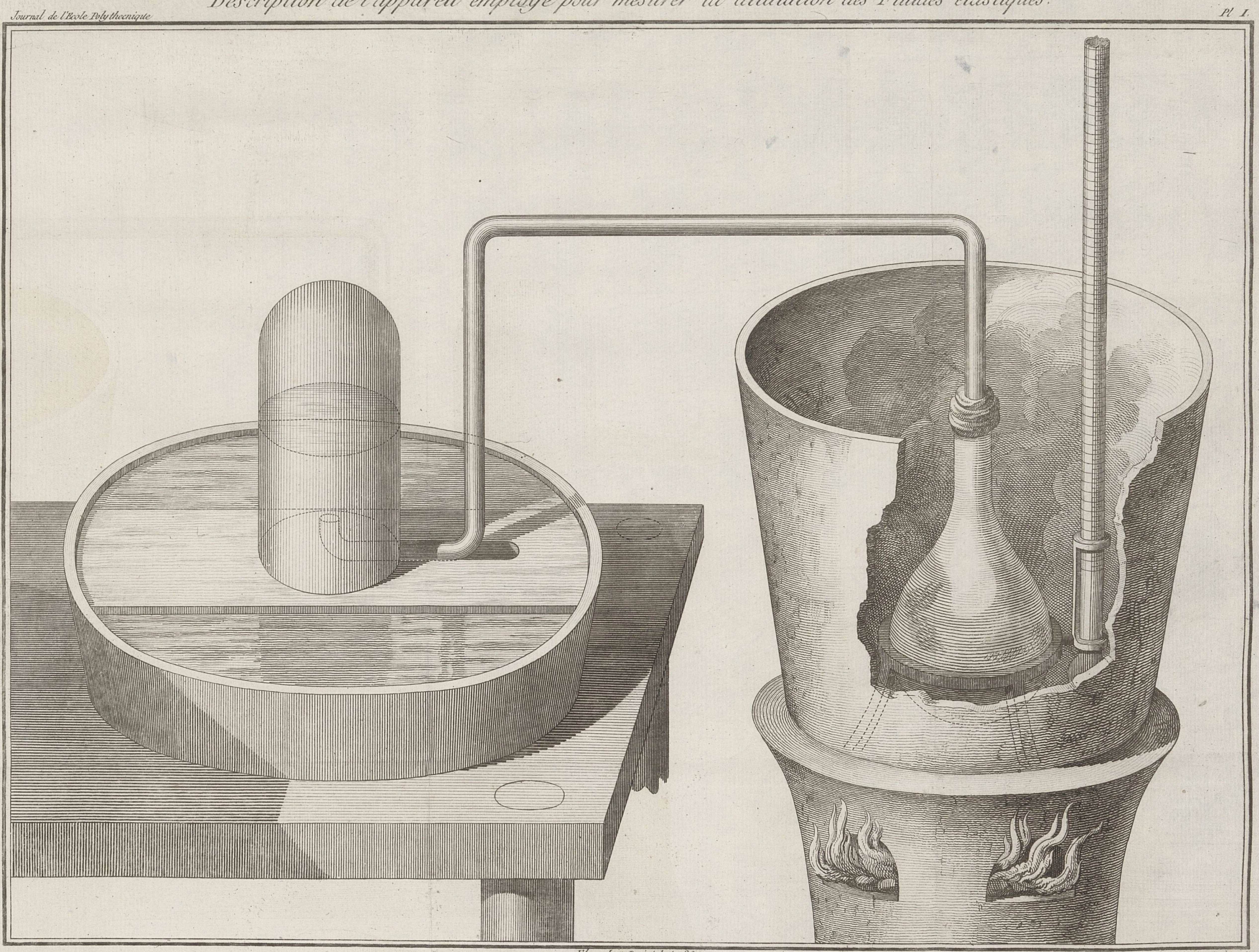
(*) Voyez l'article *Air* du Dictionnaire de chimie de la nouvelle Encyclopédie méthodique, et le premier vol. des Annales de chimie.

« Après avoir rempli un ballon d'air commun (qui, mêlé avec partie » égale de gaz nitreux, donnait 0,75 d'absorption), il l'a fermé par un » bouchon bien mastiqué, portant un siphon recourbé ; ce vaisseau a été » plongé dans l'eau, dont la température était entretenue à zéro par de » la glace fondante, et maintenue par une sorte d'armure de fer, soit pour » le fixer sous l'eau, soit pour l'empêcher de descendre au fond, ou » même de s'écraser sous le poids du mercure qui devait y rentrer. Ce » bain avait été disposé d'avance sur un fourneau, et il y avait placé un » thermomètre, dont la boule descendait à-peu-près au niveau du centre » du ballon, et dont l'échelle s'élevait au-dessus de la surface de l'eau, » sans toucher aux parois de la chaudière.

» Lorsque le ballon eut pris la température du bain, le siphon fut engagé » sous un récipient plein de mercure, renversé dans une cuvette de 9 » pouces de diamètre, au milieu de laquelle il était solidement assujetti » dans la ligne perpendiculaire, et on alluma le feu sous la chaudière.

» L'eau du bain ayant été échauffée à 20 degrés, Prieur nota exactement, au moyen d'une double échelle collée sur le récipient, l'abaissement du mercure occasionné par l'air qui s'y était introduit, et mesura » en même temps la hauteur de la colonne de mercure au-dessus du niveau » de la cuvette. Il procéda de même pour les abaissemens déterminés par les » degrés 40, 60 et 80. Son projet avait été d'abord de suivre cette dilatation dans des degrés plus rapprochés ; mais les variations accidentelles » influaient alors plus sensiblement sur les résultats, et il préféra de s'en

Description de l'appareil employé pour mesurer la dilatation des Fluides élastiques.



Memoire de Prony. page 36.

Gravé par Delettre

» tenir à ces quatre grandes divisions, pour déterminer plus sûrement la » progression.

» L'eau de la chaudière ayant été tenue pendant quelques instans à la » plus forte ébullition, de manière que le thermomètre indiquait quel- » quefois 81 et même 81 ½ degrés, suivant la pureté de l'eau et la pression » actuelle de l'atmosphère, on refroidissait presque subitement le ballon » sans le déplacer, en tirant l'eau chaude par un siphon, et remplissant » la chaudière de neige ou de glace pilée. Le mercure, pendant cette » condensation, remontait par le siphon dans le ballon, où il remplissait » exactement la portion d'air qui en était sorti par la dilatation, ce qui » servait non-seulement à assurer l'expérience contre tout soupçon de » communication avec l'air du dehors, mais encore à vérifier s'il n'y avait » pas eu quelqu'altération du fluide élastique capable de diminuer son » volume, pour déterminer ensuite la nature de cette altération par des » épreuves ultérieures, tant sur la portion restée, que sur celle qui avait » passé dans le récipient ».

La table suivante présente les résultats des expériences faites avec l'appareil qu'on vient de décrire.

TABLE des dilatations totales éprouvées de 20 en 20 degrés du thermomètre de Réaumur, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, exprimées en parties du volume primitif, ou du volume à la température de la glace, pris pour unité.

FLUIDES mis EN EXPÉRIENCE.	Valeur de z_0 correspond. à.... 0°	Valeur de $z_{\prime}$ correspond. à $x_{\prime}$ = 20°	Valeur de $z_{\prime\prime}$ correspond. à $2x_{\prime}$ = 40°	Valeur de $z_{\prime\prime\prime}$ correspond. à $3x_{\prime}$ = 60°	Valeur de z^{v} correspond. à $4x_{\prime}$ = 80°
Air commun........	... 0	0,0789	0,2572	0,6588	(0,9389)
Gaz oxygène.......	... 0	0,0452	0,2485	0,9021	(4,4801)
Gaz azoth..........	... 0	0,0340	0,2188	0,7683	5,9431
Gaz hydrogène......	... 0	0,0840	0,2285	(0,3745)	(0,3915)
Gaz nitreux........	... 0	0,06523	0,17634	0,44379	(0,6029)
Gaz acide carbonique..	... 0	0,11051	0,30663	0,73953	(1,01053)
Gaz ammoniacal.....	... 0	0,27933	0,85076	2,59150	(5,80472)

Les nombres renfermés entre deux parenthèses, indiquent des résultats sur l'exactitude desquels Prieur a quelques doutes, par la considération des combinaisons qui se produisent, lorsque les relations d'affinité changent, à la faveur des hautes températures.

Lois de la dilatabilité de l'air commun.

Les expériences sur l'air commun ont donné

$z_0 = 0$; $z_{\prime} = 0{,}0789$; $z_{\prime\prime} = 0{,}2572$; $z_{\prime\prime\prime} = 0{,}6588$; $z_{IV} = 0{,}9389$
correspond à
0; $x' = 20$; $2x' = 40$; $3x' = 60$; $4x' = 80$.

Si on veut d'abord embrasser les cinq résultats, on emploiera la formule (2), et l'équation générale sera de la forme

$$z = \mu_{\prime}\varrho_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime}\varrho_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime};$$

on aura pour calculer $A_0 : A_{\prime\prime}$ et $A' : A_{\prime\prime}$, les valeurs

$$\Delta z_0 = 0{,}0789;\ \Delta z_{\prime} = 0{,}1783;\ \Delta z_{\prime\prime} = 0{,}4016;\ \Delta z_{\prime\prime\prime} = 0{,}2801;$$

d'où on déduira

$$A_0 \quad A_{\prime\prime} = \frac{2226814{,}6}{2093}$$

$$A_{\prime} : A_{\prime\prime} = \frac{990107{,}8}{2093}.$$

On aura ensuite pour calculer $\varrho_{\prime}$ et $\varrho_{\prime\prime}$, l'équation

$$\frac{2226814{,}6}{2093} + \frac{990107{,}8}{2093}\,a + a^2 = 0,$$

dont les racines sont..
$\varrho_{\prime}^{x'} = +\ 2{,}25985\ 84393$ log. $\varrho_{\prime}^{x'} = 0{,}35408\ 12352$
$\varrho_{\prime\prime}^{x'} = +\ 470{,}79690\ 219$ log. $\varrho_{\prime}^{x'} = 2{,}67283\ 35965$

et en extrayant la racine 20.e $\varrho_{\prime\prime}^{x'}$, et $\varrho_{\prime}^{x'}$,
$\varrho_{\prime} = +\ 1{,}04160\ 74124$ log. $\delta_{\prime} = 0{,}01770\ 40618$
$\varrho_{\prime\prime} = +\ 1{,}36032\ 18683$ log. $\delta_{\prime\prime} = 0{,}13364\ 16798$

Enfin, on trouvera pour $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$ et $\mu_{\prime\prime\prime}$

$\mu_{\prime} = +\ 0{,}06262\ 59190\ 6$ log. $\mu_{\prime} = \bar{2}{,}79675\ 41124$
$\mu_{\prime\prime} = -\ 0{,}00000\ 00000\ 12860\ 69119$ log. $\mu_{\prime\prime} = \overline{11}{,}10926\ 43101$
$\mu_{\prime\prime\prime} = -\ 0{,}06262\ 59190\ 5$ log. $\mu_{\prime\prime\prime} = \bar{2}{,}79675\ 41124$

et toutes ces quantités substituées dans l'équation

$$z = \mu_{,} \rho_{,}^{x} + \mu_{,,} \rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}$$

satisferont aux cinq observations $z_o = 0$; $z_{,} = 0,0789$; $z_{,,} = 0,2572$; $z_{,,,} = 0,6588$; $z_{IV} = 0,9389$, en faisant successivement $x = 0$; $x = 20°$; $x = 40°$; $x = 60°$; $x = 80°$. Je vais maintenant faire quelques remarques sur la formule et sur les expériences.

L'excessive petitesse du coëfficient $\mu_{,,}$ semble devoir faire regarder comme nul le terme où il se trouve, et si l'approximation n'avait pas été poussée fort loin, on n'aurait trouvé aucune valeur au coëfficient dont le premier chiffre significatif n'est que l'unité à la onzième décimale. Les nombres qu'on déduit de $\mu_{,,} \rho_{,,}^{x}$, sont, en effet, négligeables jusqu'au $60°$ et au-delà, en sorte que depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 60°$, les dilatations peuvent être représentées par l'équation

$$z = \mu_{,} \rho_{,}^{x} + \mu_{,,,}.$$

Mais la quantité $\rho_{,,}^{x}$ prenant ensuite des accroissemens rapides, diminue sensiblement les valeurs de $\mu_{,} \rho_{,}^{x} + \mu_{,,,}$ et occasionne dans la courbe un point d'inflexion entre $70°$ et $80°$, tellement qu'à partir de $76°$, les dilatabilités données par le calcul suivent une marche rétrograde jusqu'à $80°$.

Le point d'inflexion dont je parle, est indiqué par les résultats de Prieur ; car en prenant les différences, on a

$$z_o = 0 \; ; \; z_{,} = 0,0789 \; ; \; z_{,,} = 0,2572 \; ; \; z_{,,,} = 0,6588 \; ; \; z_{IV} = 0,9389$$
$$\Delta z_o = 0,0789 \; ; \; \Delta z_{,} = 0,1783 \; ; \; \Delta z_{,,} = 0,4016 \; ; \; \Delta z_{,,,} = 0,2801$$
$$\Delta^2 z_o = 0,0994 , \; \Delta^2 z_{,} = 0,2233 \; ; \; \Delta^2 z_{,,} = -0,1215$$

et le changement de signe dans la dernière différence seconde annonce que la trace de la courbe change de direction entre les deux derniers résultats.

Il est facile d'apercevoir, par ces rapprochemens, 1.° que le terme $\mu_{,,} \rho_{,,}^{x}$ qui n'acquiert une valeur sensible que dans les derniers résultats, ne subsiste dans la formule que par quelqu'erreur qui s'est glissée dans l'expérience de la dilatation à 80 degrés de température, et qu'en effet Prieur a désignée comme douteuse; 2.° que ce terme $\mu_{,,} \rho_{,,}^{x}$ étant soustractif, indique que pour satisfaire à la dernière observation, il faut compter une dilatation moindre que celle qui aurait dû réellement avoir lieu; qu'ainsi cette observation pèche par défaut, et je ferai voir, tout-à-l'heure,

que le même terme $\mu_{\prime\prime}\,\varrho_{\prime\prime}^{x}$ mesure précisément la quantité de l'erreur. Or ces conséquences que je tire de l'application du calcul aux expériences, se trouvent confirmées et expliquées dans le mémoire de Guyton, par des considérations qui tiennent à la nature même de ces expériences. D'abord, il a remarqué la marche rétrograde que suppose la série des valeurs données par l'observation, car il dit : « si on ne faisait point » état de ce déchet résultant de la combinaison de l'air, non-seulement » on perdrait une partie de l'effet, mais on pourrait encore être tenté » de croire à une marche irrégulière et pour ainsi dire *rétrograde* de la » dilatabilité de l'air par la chaleur, quand elle est portée à un certain » point, ce qui serait une erreur bien plus grande ». Ensuite il a parfaitement rendu raison des causes du déchet qui doit être attribué à l'oxidation du mercure, produite dans les hautes températures, qui ne pouvant se faire qu'aux dépens du gaz oxigène de l'air renfermé dans l'appareil, a diminué d'autant le volume de cet air.

Mais il ne suffit pas que le calcul fasse connaître l'erreur, il faut la mesurer, savoir si les observations précédentes n'en seraient point affectées, et enfin établir la formule qui, ultérieurement, donne la vraie loi qu'on cherche. Pour y parvenir, je mets de côté les observations à 60° et à 80°, pour chercher la valeur générale de la dilatation d'après les seules données $z_{0} = 0$; $z_{\prime} = 0{,}0789$; $z_{\prime\prime} = 0{,}2572$; et si, dans l'équation que je trouverai, en faisant $x = 60^{\circ}$, je trouve $z = 0{,}6588$, ce sera une preuve que cette équation lie par une loi commune les quatre premières observations. Posant donc l'équation

$$z = \mu_{\prime}\,(\varrho_{\prime}^{x} - 1)$$

la méthode exposée précédemment donne

$$\text{Log. } \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} \text{ log. } \left(\frac{\Delta z_{\prime}}{\Delta z_{0}}\right) = 0{,}35407434 \,;\; \varrho_{\prime}^{x} = 2{,}2598$$

$$\text{Log. } \varrho_{\prime} = \tfrac{1}{20} \text{ log. } \varrho_{\prime}^{x_{\prime}} = 0{,}017703717 \,;\; \varrho_{\prime} = 1{,}0416$$

$$\text{Log. } \mu_{\prime} = \text{log. } \left(\frac{\Delta z_{0}}{\varrho_{\prime}^{x_{\prime}} - 1}\right) = \text{log. } \left(\frac{0{,}0789}{1{,}2598}\right) = \bar{2}{,}7967754 \,;$$

$$\mu_{\prime} = 0{,}062629$$

Substituant ces valeurs dans l'équation $z = \mu_{\prime}\, z = \mu_{\prime}\,(\varrho_{\prime}^{x} - 1)$ et faisant $x = 60^{\circ}$, je trouve

60

$$60 \log. \varrho_{,} = 1{,}0622230$$
$$\log. \mu_{,} = \bar{2}{,}7967754$$
$$80^e = \bar{1}{,}8589984 = \log. 0{,}72277$$
$$\mu_{,} = \;..\; 0{,}06263$$

Différence = dilatation à $60°$ = 0,66014

Ce résultat est celui donné par l'expérience à $\frac{13}{10000}$ près ; on peut donc regarder l'équation $z = \mu_{,} (\varrho_{,}^{x} - 1)$ comme satisfaisant aux quatre premiers résultats ; et comme le quatrième n'est point entré dans la formation de l'équation, il faut en conclure que la loi qu'elle exprime est vraiment celle de la nature ; mais il y a plus, les quantités $\varrho_{,}$, $\mu_{,}$, déduites des trois données $z_0 = 0$; $z_{,} = 0{,}0789$; $z_{,,} = 0{,}2572$ sont les mêmes que $\varrho_{,}$, $\mu_{,,,}$ déduites de la totalité des observations, aux décimales près du sixième ou septième ordre ; donc l'équation trouvée en premier lieu ne diffère réellement de la véritable que par le deuxième terme $\mu_{,,} \varrho_{,}^{x}$ qui donne ainsi la valeur des anomalies.

On voit, par-là, qu'à $60°$ de température il existait déjà un commencement d'oxidation et un petit déchet qui a introduit une anomalie de 0,0013 ; l'erreur a grossi rapidement, et le résultat à $80°$ pèche par défaut de 0,6318 du volume primitif, en sorte que la dilatation doit être de 1,5707 ou de 1 fois $\frac{3}{5}$ le volume primitif, au lieu de $\frac{19}{20}$ que donne l'expérience.

Nous voilà donc parvenus à la mesure exacte d'un phénomène important, dont la loi est exprimée par une formule très-simple ; on peut, au lieu de prendre la dilatation, à compter du terme de la glace, c'est-à-dire depuis o jusqu'à x, ne la prendre que de degré en degré, c'est-à-dire depuis x jusqu'à $x + 1$, on a dans ce cas $\Delta z = \mu_{,} \varrho^{x+1} - \mu_{,} \varrho_{,}^{x}$, d'où on tire

$$\Delta z = \mu_{,} (\varrho_{,} - 1) \varrho_{,}^{x} \quad \text{et} \quad x = \frac{\log. \Delta z - \log. \{\mu_{,} (\varrho_{,} - 1)\}}{\log. \varrho_{,}}$$

Δx étant supposé égal à l'unité ; ainsi les différences de dilatation, de degré en degré, forment une progression géométrique croissante (la raison $\varrho_{,}$ étant plus grande que l'unité), ce qui s'accorde encore avec l'assertion de Guyton, « que l'air est d'autant plus dilatable par des

quantités de chaleurs égales (suivant la mesure thermométrique) qu'il est déjà plus dilaté », et donne, en même temps, la loi de la progression de cette dilatation.

Plusieurs physiciens se sont exercés à chercher quel était le rapport de la dilatation de l'air à son volume, pour un degré de changement dans la température, ce qui est utile pour plusieurs déterminations, dont une des plus importantes est la correction à faire aux observations barométriques, pour les dégager de l'erreur provenant du changement de température de l'air à différentes hauteurs. On a supposé que ce rapport était constant, du moins dans la limite des températures que nous offre habituellement l'atmosphère; mais on voit par ce qui précède que, même dans cette limite, le rapport dont il s'agit a des variations très-sensibles, et il est aisé de déduire son expression des équations précédentes. Le volume primitif étant l'unité, et la dilatation totale à la température x étant z, $z + 1$ sera le volume à la température x, $z + \Delta z + 1$ sera le volume à la température $x + 1$ et $\frac{\Delta z}{z + 1}$ sera le rapport cherché; si on nomme R ce rapport, et qu'on substitue pour z et Δz leurs valeurs, il viendra

$$R = \frac{\mu_{,} (\varrho_{,} - 1) \varrho_{,}^{x}}{1 - \mu_{,} + \mu_{,} \varrho_{,}^{x}}$$

On voit par-là que R ne doit être constant que dans le cas où $\mu_{,}$ est égal à l'unité; mais cette valeur ne peut jamais avoir lieu lorsque le volume primitif, ou à la glace, est pris pour unité; car $\mu_{,}$ mesurant, comme on le verra bientôt, la plus grande diminution de volume causée par le refroidissement, si on admettait la valeur $\mu_{,} = 1$, il s'ensuivrait que le refroidissement pourrait réduire le volume à zéro, ce qui serait absurde.

Il faut cependant observer que R tend à devenir constant à mesure que la température x augmente, et que sa valeur a pour limite la même quantité $\varrho_{,} - 1$.

Il est donc évident que les évaluations de R, données par différens physiciens, diffèrent entre elles, principalement, parce qu'elles se rapportent à différentes températures; on doit cependant à cette cause de

différence en joindre quelques autres, telles que la densité plus ou moins grande, l'état hygrométrique, &c. Si on fait abstraction de ces dernières, et qu'on veuille savoir à quel degré de température se rapporte une valeur donnée de R, il faudra dégager x de l'équation précédente, qui deviendra

$$x = \frac{\log. \{R(1 - \mu_,)\} - \log. \{\mu_,(\varrho_, - R - 1)\}}{\log. \varrho_,},$$

faisant ensuite différentes hypothèses pour R égales aux résultats trouvés par quelques physiciens, on aura

Saussure . . . . $R = \frac{1}{235} = 0{,}004255$
correspondant à $x = 13°, 09$

Deluc . . . . $R = \frac{1}{215} = 0{,}004651$
correspondant à $x = 15°, 53$

Trembley . . . . $R = \frac{1}{192} = 0{,}005208$
correspondant à $x = 19°, 68$

Monge, Bertholet et Vandermonde. $R = \frac{1}{184{,}83} = 0{,}005410$
(Mémoire sur le fer.)
correspondant à $x = 19°, 75$

Le Général Roi . . . . $R = \frac{1}{170} = 0{,}005882$
correspondant à $x = 22°, 12$.

Les formules et les calculs qui précèdent se rapportent à la division thermométrique de Réaumur, parce que c'est celle qu'on a employée dans les expériences. Je donnerai à la fin de cet essai d'autres formules et des tables rapportées à la division du thermomètre centrigrade, tant pour l'air atmosphérique que pour les six gaz suivans.

Dilatation du Gaz oxigène.

Les observations faites sur le gaz oxigène donnent

Dilatations. . . . . $z_0 = 0$; $z_, = 0{,}04521$; $z_{,,} = 0{,}2485$; $z_{,,,} = 0{,}9021$; $z_{vi} = 4{,}48010$.

Températures. . . . . . 0; $x_{,} = 20^{\circ}$; $2\,x_{,} = 40^{\circ}$; $3\,x_{,} = 60^{\circ}$; $4\,x_{,} = 80^{\circ}$;

si dans l'une des équations $z = \mu_{,}\,(\varrho_{,}^{x} - 1)$; ou $x = \dfrac{\log.\,(z + \mu_{,}) - \log.\,\mu_{,}}{\log.\,\varrho_{,}}$;

on donne pour valeur de μ', $\varrho_{,}^{x'}$ et $\varrho_{,}$

$$\varrho_{,}^{x_{,}} = 4{,}18008\ ;\quad \log.\ \varrho_{,}^{x_{,}} = 0{,}6211846$$
$$\varrho_{,} = 1{,}07414\ ;\quad \log.\ \varrho_{,} = 0{,}0310592$$
$$\mu_{,} = 0{,}01484\ ;\quad \log.\ \mu_{,} = \bar{2}{,}1715033,$$

on trouvera $z_{,} = 0{,}0472$; $z_{,,} = 0{,}2445$; $z_{,,,} = 1{,}0692$; $z_{\text{iv}} = 4{,}516$, ce qui diffère de l'observation, de $+ 0{,}002$ à 20°; de $= - 0{,}004$ à 40°; de $+ 0{,}16$ à 60 degrés, et de $+ 0{,}04$ à 80 degrés, les expériences sont donc rendues avec une exactitude satisfaisante. Les anomalies qui ont des signes alternatifs, en commençant, deviennent constamment positives dans les hautes températures, et cela doit être, parce qu'il y a eu un déchet dont Guyton rend compte dans son mémoire, et qu'il attribue tant à un petit accident arrivé lors du refroidissement, qu'aux affinités qui se sont manifestées dans ces hautes températures. Il paraît, en outre, qu'à 60° il y a eu quelque cause d'erreur indépendante du déchet.

On peut calculer pour le gaz oxigène comme pour l'air atmosphérique.

1.° La dilatation de degré en degré par l'équation $\Delta z = \mu_{,}\,(\varrho_{,} - 1)\,\varrho_{,}^{x}$, d'où $x = \dfrac{\log.\ \Delta z - \log.\ \{\mu_{,}\,(\varrho_{,} - 1)\}}{\log.\ \varrho_{,}}$.

2.° Le rapport R de la dilatation Δz qui a eu lieu depuis x jusqu'à $x + 1$ degrés, au volume total $z + 1$, par l'équation $R = \dfrac{\mu_{,}\,(\varrho_{,} - 1)\,\varrho_{,}^{x}}{1 - \mu_{,} + \mu_{,}\,\varrho_{,}^{x}}$, d'où $x = \dfrac{\log.\ \{R\,(1 - \mu_{,})\} - \log.\ \{\mu_{,}\,\varrho_{,}\,(\varrho_{,} - R - 1)\}}{\log.\ \varrho_{,}}$.

Dilatation du Gaz azote.

Les données pour le gaz azote sont

Dilatations. . . . . $z_{0} = 0$; $z_{,} = 0{,}03400$; $z_{,,} = 0{,}2188$; $z_{,,,} = 0{,}76829$; $z_{\text{iv}} = 5{,}94311$

Températures . . . 0; $x_{,} = 20^{\circ}$; $2\,x_{,} = 40^{\circ}$; $3\,x_{,} = 60^{\circ}$; $4\,x_{,} = 80^{\circ}$.

Représentant ces observations par l'équation

$$z = \mu_{,}(\varrho_{,}^{x} - 1);$$

on a pour les valeurs de $\varrho_{,}^{x}$. $\varrho_{,}$, et $\mu_{,}$,

$$\varrho_{,}^{x} = 5{,}19424 \text{ ; log. } \varrho_{,}^{x} = 0{,}7155263$$
$$\varrho' = 1{,}08587 \text{ ; log. } \varrho_{,} = 0{,}0357763$$
$$\mu' = 0{,}00834 \text{ ; log. } \mu_{,} = \bar{3}{,}9214107.$$

Ces valeurs donnent $z_{,} = 0{,}035$; $z_{,,} = 0{,}2168$; $z_{,,,} = 1{,}1611$; $z_{IV} = 6{,}0662$; ce qni diffère de l'observation, savoir de $+ 0{,}001$ à 20°; de $- 0{,}002$ à 40°; de $+ 0{,}393$ à 60°, et de $+ 0{,}124$ à 80°. L'anomalie à 60° excède celle trouvée, à la même température, dans toutes les autres expériences; mais elle est occasionnée par une irrégularité manifeste du terme donné par l'observation. « La dilatation, dit Guyton, est » très-faible dans les vingt premiers degrés; il y a accroissement progressif, » très-considérable dans le second intervalle, moindre dans le troisième, » et l'augmentation de volume devient *énorme* dans le quatrième. »

Il est évident que pour corriger, en même temps, et la petitesse du trosième intervalle et l'excès de grandeur du quatrième, il faut augmenter le terme qui sépare ces deux intervalles. Or, c'est précisément ce que donne la formule, en s'accordant d'ailleurs avec les autres données.

Guyton ajoute : « On s'attendait bien que dans cette expérience le qua- » trième produit serait beaucoup plus fort que dans les précédentes, dans » lesquelles il avait manifestement été diminué par l'altération d'une por- » tion du fluide élastique; ce qui ne devait pas avoir lieu cette fois, le » gaz que l'on traitait n'ayant aucune action connue à cette température, » ni sur le mercure, ni sur l'oxide mercuriel; mais il eût été difficile de » prévoir une marche aussi irrégulière; et quoique M. Duvernois ne puisse » imaginer aucune cause d'erreur, les quatre produits ayant été recueillis » dans quatre vaisseaux séparés, et la rentrée du mercure dans le ballon » ne laissant aucun doute sur la fidélité de l'appareil, il desire lui-même » que ce phénomène soit de nouveau constaté. »

J'observerai que, d'après l'application de l'analyse aux expériences, il n'est pas douteux que les termes à 0°, 20°, 40°, et 80° ne soient liés entre eux par une loi régulière, puisqu'ils sont rendus avec une exactitude satisfaisante par l'équation $z = \mu_{,}(\varrho_{,}^{x} - 1)$: ces termes ne

paraissent donc pas susceptibles de grands changemens; et l'équation qui les exprime, doit nécessairement donner pour la valeur intermédiaire, à 60°, le résultat qu'on aurait trouvé par observation, s'il n'y avait pas eu, pour ce terme seulement, quelque erreur qui a échappé à Prieur.

Dilatation du Gaz hydrogène.

Les données pour ce gaz sont,

Dilatations ..... $z_0 = 0$; $z_{,} = 0{,}08396$; $z_{,,} = 0{,}22847$; $z_{,,,} = 0{,}37446$; $z_{IV} = 0{,}39146$.

Températures ..... $0^\circ = 0$; $x_{,} = 20^\circ$; $2\,x_{,} = 40^\circ$; $2\,x_{,} = 60^\circ$; $3\,x_{,} = 80^\circ$.

Les valeurs de $\mu_{,}$, $\rho_{,}$ et de leurs logarithmes sont,

$$\rho_{,}^{x_{,}} = 1{,}18334 \; ; \; \log.\ \rho_{,}^{x_{,}} = 0{,}0731074$$
$$\rho_{,} = 1{,}00845 \; ; \; \log.\ \rho_{,} = 0{,}0036554$$
$$\mu_{,} = 0{,}51000 \; ; \; \log.\ \mu_{,} = \bar{1}{,}7075702.$$

La formule donne $z_{,} = 0{,}0935$; $z_{,,} = 0{,}2041$; $z_{,,,} = 0{,}351$; $z_{IV} = 0{,}4900$, ce qui diffère de l'observation de $+ 0{,}010$ à 20°, de $- 0{,}024$ à 40°, de $- 0{,}023$ à 60°, et de $+ 0{,}099$ à 80°; ainsi la courbe observée s'entrelace avec celle donnée par le calcul, se trouvant en partie au-dessus et en partie au-dessous; la correction de l'intervalle entre $z_{,,,}$ et z_{IV} et l'augmentation du résultat à 80°, sont motivées dans le mémoire de Guyton, qui dit : « Il y a accroissement progressif » dans les trois premières divisions, quoique de moins en moins, et » diminution considérable dans la quatrième. Cette anomalie est d'autant » plus frappante, que la petite anomalie dont j'ai fait mention précé- » demment ne pouvait qu'en dérober une partie; mais la solution s'est » présentée naturellement lors de la comparaison du volume de mercure » rentré dans le ballon pendant le refroidissement avec le volume de » gaz qui en était sorti; elle a démontré un déchet de 3,2354 pouces » cubiques sur le volume primitif de ce gaz. Elle a bien vérifié la con- » jecture qu'avait déjà fait naître l'éclat extraordinaire du mercure qui » avait servi à cette opération, que l'oxide qui s'y était formé dans les » précédentes expériences avait été décomposé dans celle-ci par l'affinité » de l'hydrogène à l'aide de la chaleur. Il n'y avait plus d'autre cause à

» chercher de la petitesse du produit de la dilatation dans la quatrième
» division. »

Dilatation du Gaz nitreux.

Les données pour le gaz nitreux sont,

Dilatations .... $z_0 = 0$; $z_{,} = 0{,}06523$; $z_{,,} = 0{,}17634$;
$z_{,,,} = 0{,}44379$; $z_{IV} = 0{,}6029$.

Températures... 0, $x_{,} = 20°$, $2\,x_{,} = 40°$, $3\,x_{,}\ 60°$, $4^{x\prime} = 80°$;
exprimant la relation entre les dilatations et les températures par l'équation

$$z = \mu_{,}(\varrho^{x}_{,} - 1)$$

on a

$\varrho^{x\prime} = 1{,}70336$ $\varrho_{,} = 1{,}02699$ $\mu_{,} = 0{,}092741$
$\log.\ \varrho^{x\prime}_{,} = 0{,}2313057$ $\log.,\ \varrho_{,} = 0{,}01156528$ $\log.,\ \mu_{,} = \bar{2}{,}9672697$.

La formule donne $z_{,,,} = 0{,}3656$ et $z_{IV} = 0{,}68798$; ainsi elle ne diffère des observations que de $-\ 0{,}078$ à $60°$, et de $+\ 0{,}085$ à $80°$; on voit encore que les courbes données par l'expérience et le calcul s'entrelacent de manière que les petites anomalies sont alternativement positives et négatives.

L'excès que donne la formule à $80°$ s'explique en grande partie par un déchet dont Guyton a fait mention et qui a dû commencer vers le 76.ᵉ degré. « On sait, dit-il, que le gaz nitreux est diminué en
» quelque sorte à la manière de l'air, par les substances combustibles ou
» calcinables ; en effet, dès que la température eut atteint le 76.ᵉ degré
» ou environ (qui est sans doute le terme que cette affinité exige dans le
» cas particulier), les bulles qui devaient fournir le quatrième produit
» sont devenues sensiblement plus rares, il s'en fallait 1,7195 pouces
» cubes que le gaz retrouvé soit dans le ballon, soit dans les quatre réci-
» piens où ils avaient été recueillis séparément, ne représentât le volume
» primitif. »

Dilatation du Gaz acide carbonique.

Les expériences sur ce gaz ont donné,

Dilatations... $z_0 = 0$; $z_{,} = 0{,}11051$; $\varrho_{,,} = 0{,}30663$; $z_{,,,} = 0{,}73953$;
$z_{IV} = 1{,}01053$.

Températures.. 0, $x_{,} = 20°$, $2\,x_{,} = 40°$, $3\,x' = 60°$, $4\,x_{,} = 80°$;
l'équation $z = \mu_{,}(\varrho^{x}_{,} - 1)$ appliquée à ces résultats donne

$\varrho_{,}^{x,} = 1,77468$ log. $\varrho_{,}^{x,} = 0,2491202$
$\varrho_{,} = 1,029096$ log. $\varrho_{,} = 0,01245601$
$\mu_{,} = 0,142652$ log. $\mu_{,} = \bar{1},1542787.$

La formule donne $z_{,,,} = 0,65468$ et $z_{IV} = 1,27236$; ainsi elle diffère des observations de $-0,08$ à 60° et de $+0,26$ à 80°. Guyton, considérant que la dilatation à 20° est ici plus forte que celle des autres gaz, à la même température, pense qu'il serait possible que ce résultat péchât par excès ; en effet, si au lieu de $z_{,} = 0,11051$ on emploie $z_{,} = 0,10051$, ce qui donne log. $\varrho_{,}^{x,} = 0,3119108$; $\mu_{,} = 0,095656$; log. $\mu_{,} = \bar{2},9807136$; on trouvera $z_{,,} = 0,30663$; $z_{,,,} = 0,72933$; $z_{IV} = 1,59617$; la valeur de $z_{,,,}$ sera rendue à 0,01 près, mais celle de z_{IV} excédera l'observation de 0,59 ; cet excès paraît fort, vu que le gaz acide carbonique, quoique ayant éprouvé un déchet dans les hautes températures, est néanmoins, d'après l'exposé de Guyton, un des fluides mis en expérience qui a le moins éprouvé d'altération ; je pense donc qu'on peut s'en tenir aux premières déterminations.

Dilatation du Gaz ammoniacal.

Les données pour ce gaz sont,

Dilatations . . $z_{0} = 0$; $z_{,} = 0,27933$; $z_{,,} = 0,85076$; $z_{,,,} = 2,59150$; $z_{IV} = 5,80472$.

Températures . 0, $x_{,} = 20°$, $2\,x_{,} = 40°$, $3\,x_{,} = 60°$, $4\,x_{,} = 80°$.

Si dans l'équation $z = \mu\,(\varrho_{,}^{x} - 1)$ on fait

$\varrho_{,}^{x,} = 2,35245$ log. $\varrho_{,}^{x,} = 0,3715205$
$\varrho_{,} = 1,04370$ log. $\varrho_{,} = 0,0185760$
$\mu_{,} = 0,19468$ log. $\mu_{,} = \bar{1},2893298$,

on trouvera $z_{,} = 0,2633$; $z_{,,} = 0,8827$; $z_{,,,} = 2,33981$; $z_{IV} = 5,76759$; ainsi les différences entre le calcul et l'expérience seront à 20°, $-0,016$; à 40°, $+0,032$; à 60°, $-0,25$, et à 80°, $-0,037$; ces différences commencent par avoir des signes alternatifs, mais elles deviennent ensuite constamment négatives, parce que le gaz ammoniacal, au lieu d'éprouver du déchet comme les précédens, s'est, au contraire, accru d'une certaine quantité de fluide qui s'est formée

pendant

pendant l'expérience. Prieur, après un premier essai qu'il avait rejeté vu la trop grande quantité de gaz retrouvé dans le ballon et les récipiens, en recommença un second. « Mais, dit Guyton, malgré toutes les pré-» cautions prises pour avoir un gaz aussi exempt qu'il était possible de » liqueur capable d'en reproduire de nouveau, les volumes recueillis » dans les récipiens, ajoutés à la portion restée dans le ballon, surpassaient » encore le volume primitif, tellement qu'au lieu de 15,3207 pouces » cubes de gaz employé il s'en trouvait 15,8671. » On voit par-là pourquoi, dans les hautes températures, la formule donne moins que l'expérience, en observant néanmoins que le résultat à 60° pèche par excès d'une quantité plus considérable que celle dont on peut rendre raison par la formation du nouveau gaz.

TROISIEME PARTIE.

Lois de la force expansive de la vapeur de l'eau et de celle de l'alkool.

DESCRIPTION DES EXPÉRIENCES.

Les expériences dont je vais m'occuper ont été décrites par Bettancourt, leur auteur, dans un mémoire qu'il a publié en 1790; j'en ai donné les résultats avec une courte description de l'appareil, dans le premier volume de mon *Architecture hydraulique* (art. 1309 et suivans) en traitant de la théorie générale de l'application de la vapeur au mouvement des machines; mais dans le deuxième volume qui contient la description complète des machines à feu, depuis la première invention jusqu'aux découvertes les plus récentes, je reviens sur le travail de Bettancourt, que j'expose avec le plus grand détail, ainsi que les applications qu'on en peut faire à la physique et aux arts (*); j'y renvoie les lecteurs qui

(*) On trouvera dans ce deuxième volume la description d'expériences faites sur le même objet, et qui m'ont été communiquées par Jean-Henry Ziégler leur auteur; elles ont été publiées à Bâle en 1769, dans un mémoire qui a pour titre: *Specimen physico-chemicum de digestore papini, ejus structurâ, effectu et usu, primitias experimentorum novorum circa fluidorum à calore rarefactionem et vaporum elasticitatem exhibens.* Bettancourt, qui ne les a connues qu'après avoir fini les siennes, les cite dans son mémoire; on verra par l'exposé que j'en donne, qu'elles ne lui ôtent rien de la gloire qu'il a droit d'attendre de son travail.

voudront connaître la matière à fond, et je me contenterai de donner ici une idée de l'appareil.

Le fluide mis en expérience était enfermé dans une chaudière de cuivre très-solide, dont le plus grand diamètre était de huit pouces et la hauteur de quatorze; la partie supérieure était fermée par un couvercle aussi de cuivre, au travers duquel passaient trois tuyaux; le premier servait à introduire le fluide dans la chaudière et se fermait exactement à vis; le second était traversé par un thermomètre dont la boule était à environ deux pouces au-dessus du fond de la chaudière, et dont la graduation, placée extérieurement, indiquait depuis o jusqu'à 110 degrés de l'échelle de Réaumur; enfin, au troisième tuyau était adapté un tube barométrique recourbé, de deux lignes de diamètre intérieur, dont la branche ascendante avait 110 pouces de longueur.

Un robinet latéral établissait la communication entre la chaudière et une machine pneumatique qui servait à y faire le vide avant qu'on mît le feu dans un fourneau placé au-dessous de l'appareil. Cette circonstance de la vaporisation dans le vide distingue essentiellement les expériences de Bettancourt de celles faites précédemment par Ziégler *(voyez la note)*, et les rend applicables à la théorie des machines à feu, où la vapeur agit dans un espace privé d'air.

Le vide étant fait dans la chaudière, le mercure le plus près possible du niveau dans les deux branches du baromètre, et le thermomètre amené à zéro, on ôtait la glace et on allumait le feu qu'on conduisait doucement et avec beaucoup d'égalité, de manière que le baromètre parcourût environ un degré par minute. Deux observateurs se plaçaient alors l'un au baromètre, l'autre au thermomètre, et tenaient registre, de degré en degré, des pressions et des températures correspondantes; les pressions étant exprimées par les hauteurs, en pouces, des colonnes de mercure qui s'élevaient au-dessus du niveau dans la longue branche du baromètre.

On a eu beaucoup de peine à empêcher soit l'introduction de l'air dans la chaudière, soit l'extravasion de la vapeur, selon que la pression intérieure était moindre ou plus grande que le poids de l'atmosphère; on est cependant parvenu à se garantir complètement de ces inconvéniens par des moyens qu'il faut lire dans les ouvrages ci-dessus cités.

Force expansive de la vapeur de l'eau.

Les sept fluides élastiques dont il est question dans la seconde partie de cet essai, se conservent dans l'état gazeux quelle que soit leur température; du moins le degré de froid, qui peut les rendre liquides, n'est point encore connu; cette propriété est un des principaux caractères qui, sous l'aspect où je les envisage, doit les distinguer des *vapeurs* dont l'état gazeux n'est, par rapport à la chaleur habituelle de notre atmosphère, qu'une manière d'être accidentelle, qui dépend essentiellement du rapport entre la pression et la température du liquide *vaporisé*. Il paraît constaté qu'abstraction faite du poids de l'atmosphère ou de la coercion de tout autre fluide élastique gazeux, la vaporisation doit avoir lieu à la température de la glace, et même au-dessus, et ne s'arrêter que lorsque le calorique interposé entre les molécules est tellement rare, que son expansion ne peut plus vaincre l'adhésion de ces molécules ou les puissances quelconques, quelques petites qu'elles soient, qui tendent à les rapprocher. Ces principes, que je ne fais que rappeler ici, mais auxquels j'ai donné plus de développement dans mon *Architecture hydraulique* (articles 1309 et suivans), servent de fondement à l'explication des phénomènes de la vaporisation des liquides considérés quant aux effets mécaniques.

Les observations de la force expansive de la vapeur de l'eau fournissent 110 résultats, de degré en degré du thermomètre, commençant à zéro.

Ces résultats sont contenus dans la table suivante, où les pressions sont exprimées en pouces de mercure, et les températures rapportées à l'échelle de Réaumur.

TABLE de la force expansive de la vapeur de l'eau, déduite de l'expérience.

Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.
0	0,00								
1	0,00	23	0,90	45	3,95	67	14,50	89	44,30
2	0,00	24	0,97	46	4,25	68	15,25	90	46,40
3	0,00	25	1,05	47	4,45	69	16,10	91	48,40
4	0,02	26	1,12	48	4,75	70	16,90	92	50,50
5	0,02	27	1,22	49	5,00	71	17,80	93	53,00
6	0,05	28	1,32	50	5,35	72	18,70	94	55,30
7	0,07	29	1,42	51	5,70	73	19,50	95	57,80
8	0,10	30	1,52	52	6,05	74	20,60	96	60,50
9	0,12	31	1,65	53	6.50	75	21,75	97	63,40
10	0,15	32	1,78	54	6,90	76	22,90	98	66,20
11	0,18	33	1,90	55	7,32	77	24,15	99	69,00
12	0,22	34	2,00	56	7,85	78	25,50	100	71,80
13	0,27	35	2,15	57	8,40	79	26,67	101	75,00
14	0,30	36	2,27	58	8,85	80	28,00	102	78,20
15	0,35	37	2,45	59	9,35	81	29,60	103	81,00
16	0,40	38	2,57	60	9,95	82	31,30	104	84,00
17	0,45	39	2,75	61	10,40	83	33,00	105	86,80
18	0,52	40	2,92	62	11,00	84	34,60	106	89,00
19	0,58	41	3,10	63	11,70	85	36,45	107	91,30
20	0,65	42	3,27	64	12,40	86	38,10	108	93,50
21	0,75	43	3,47	65	13,20	87	40,00	109	95,60
22	0,82	44	3,70	66	13,80	88	42,20	110	98,00

Lorsque j'appliquai, pour la première fois, le calcul à ces expériences, je parvins à une équation de la forme

$$z = \mu_{,}\, \rho_{,}^{x} + \mu_{,,}\, \rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}\, \rho_{,,,}^{x} + \mu_{\text{IV}}^{x}\, \rho_{\text{IV}}$$

C'est la formule que j'ai donnée, art. 1325 de mon *Architecture hydraulique*, avec une notation différente, mais qu'on peut très-aisément ramener à celle-ci. La méthode que j'avais suivie, consistait à satisfaire à une partie des résultats, depuis 0 degré jusqu'à 80°, au moyen des deux

termes $\mu_{\prime}\,\rho_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime}\,\rho_{\prime\prime}^{x}$, et à interpoler au moyen de $\mu_{\prime\prime\prime}\,\rho_{\prime\prime\prime}^{x} + \mu_{\text{IV}}\,\rho_{\text{IV}}$, les différences entre les valeurs observées et celles calculées par les deux premiers termes, depuis 80° jusqu'à 110°. J'avais, de cette manière, réussi à exprimer si exactement les observations, dans toute leur étendue, que les courbes du calcul et de l'expérience ne se distinguaient presque pas l'une de l'autre, les petites anomalies qu'elles offraient étant l'effet de quelques légères erreurs, inévitables dans les observations et dans les graduations des échelles de l'appareil (*).

Je n'ai employé quatre termes qu'après m'être assuré que deux ne suffisaient pas, et qu'en voulant les restreindre à trois, l'équation du troisième degré qu'il fallait résoudre, avait deux racines imaginaires, ce qui introduisait des quantités circulaires dans la valeur de z; mais, depuis la publication de mon ouvrage, j'ai reconnu, en examinant la chose de plus près, que ces fonctions révolutives n'étaient dues qu'aux petites irrégularités des nombres immédiatement déduits de l'expérience, et qu'en les corrigeant, on parvenait à une équation dont toutes les racines étaient réelles et positives. Le moyen le plus sûr que je pouvais employer, était l'équation même à quatre termes, trouvée en premier lieu, et j'en ai déduit les nombres suivans, qui me serviront à interpoler la série entière, avec une formule qui aura un terme de moins que celle que j'avais d'abord employée.

(*) La table 10, imprimée à la suite du 1.er volume de mon *Architecture hydraulique*, contient les résultats calculés et observés avec leurs différences.

Température.	*Hauteurs, exprimées en pouces, des colonnes de mercure qui représentent la force expansive.*
0	$z_0 = 0$
$x_{\prime} = 22$	$z_{\prime} = 0{,}82$
$2\,x_{\prime} = 44$	$z_{\prime\prime} = 3{,}80$
$3\,x_{\prime} = 66$	$z_{\prime\prime\prime} = 13{,}37$
$4\,x_{\prime} = 88$	$z_{\text{IV}} = 41{,}64$
$5\,x_{\prime} = 110$	$z_{\text{V}} = 98{,}36.$

Introduisant ces quantités dans les formules générales de la première partie de cet essai, on trouve

$$\frac{A_{,}}{A_{,,,}} = + 171,5703673654$$

$$\frac{A_{,}}{A_{,,,}} = + 159,6784688232$$

$$\frac{A_{,,}}{A_{,,,}} = - 37,9753537987.$$

On a ensuite à résoudre l'équation

$$\alpha^3 - 37,97535\ 37987\,\alpha^2 + 159,67846\ 88232\,\alpha - 171,57036\ 73654 = 0,$$

dont les racines sont

$$\rho_{,}^{x'} = + 33,340357 \ldots\ldots\ldots\ldots \log.\ \rho_{,}^{x'} = 1,5229702$$

$$\rho_{,,}^{x'} = + 2,791599 \ldots\ldots\ldots\ldots \log.\ \rho_{,,}^{x'} = 0,4458531$$

$$\rho_{,,,}^{x'} = + 1,843397 \ldots\ldots\ldots\ldots \log.\ \rho_{,,,}^{x'} = 0,2656189;$$

et en extrayant les racines 22.e de ces nombres

$$\rho_{,} = 1,172805 \ldots\ldots\ldots\ldots \log.\ \rho_{,} = 0,0692259$$

$$\rho_{,,} = 1,047773 \ldots\ldots\ldots\ldots \log.\ \rho_{,,} = 0,0202661$$

$$\rho_{,,,} = 1,028189 \ldots\ldots\ldots\ldots \log.\ \rho_{,,,} = 0,0120736.$$

Enfin, les valeurs des coëfficiens constans sont

$$\mu_{,} = - 0,00000\ 07246\ 0407 \ldots \log.\ \mu_{,} = \bar{7},8601007.$$

$$\mu_{,,} = + 0,86481\ 88303 \ldots \log.\ \mu_{,,} = \bar{1},9369271$$

$$\mu_{,,,} = - 0,86481\ 81057 \ldots \log.\ \mu_{,,,} = \bar{1},9369248.$$

Substituant toutes ces valeurs dans l'équation

$$z = \mu_{,}\,\rho_{,}^{x} + \mu_{,,}^{x}\,\rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}\,\rho_{,,,}^{x},$$

on satisfera non-seulement aux nombres employés pour sa formation, mais encore à toutes les observations intermédiaires, ainsi qu'on en peut juger par la table suivante, qui présente, de dix degrés en dix degrés, les résultats observés et calculés.

TEMPÉRATURE.	PRESSIONS DONNÉES PAR l'expérience.	PRESSIONS DONNÉES PAR le calcul.	ANOMALIES.
0	0,00	0,00	0,00
10	0,15	0,24	+ 0,09
20	0,65	0,69	+ 0,04
30	1,52	1,51	— 0,01
40	2,92	2,95	+ 0,03
50	5,35	5,42	+ 0,07
60	9,95	9,62	— 0,33
70	16,90	16,57	— 0,33
80	28,00	27,92	— 0,08
90	46,40	45,87	— 0,53
100	71,80	71,94	+ 0,14
110	98,00	98,36	+ 0,36

Les anomalies sont même généralement un peu plus petites que dans la formule à quatre termes; on peut donc regarder l'équation précédente, qui est plus simple que celle que j'avais publiée d'abord, comme représentant les phénomènes et mesurant les effets de la force expansive de la vapeur de l'eau, avec toute l'exactitude qu'on peut desirer. J'ajouterai que la petitesse du coëfficient $\mu_{,}$ permet de négliger le terme $\mu_{,}\, \rho_{,}^{x}$, à compter de 0° jusqu'à 80°, et qu'ainsi depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, il suffira d'employer l'équation à deux termes

$$z = \mu_{,,}\, \rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}\, \rho_{,,,}^{x}.$$

Je donnerai, à la fin de cet essai, une table des forces expansives, exprimées en parties du mètre, avec les températures correspondantes, rapportées au thermomètre centigrade.

Force expansive de la vapeur de l'alkool.

Les expériences sur la force expansive de la vapeur de l'alkool ont été faites par les mêmes procédés et avec les mêmes instrumens que celles sur la vapeur de l'eau; elles avaient pour but, indépendamment de leur

utilité générale en physique, de faire connaître la relation entre les dépenses qu'occasionneraient ces fluides employés comme moteurs des machines à feu. Cet objet de recherche est aussi important que nouveau; en effet, la dépense du mouvement d'une machine à feu se compose du prix du fluide vaporisé et de celui du combustible : l'usage de l'eau n'exige guère que l'achat du combustible; mais il est possible qu'une autre fluide beaucoup plus coûteux, par lui-même, ait néanmoins une expansion telle, qu'à égalité de pression, l'économie sur le combustible soit plus grande que le prix de ce fluide. Si on compare les résultats, ci-après, avec ceux que j'ai donnés pour la vapeur de l'eau, on verra qu'à la même température la force expansive de la vapeur de l'alkool est toujours plus que double de celle de l'eau; il faut donc beaucoup moins de combustible pour produire, dans une machine à feu, le même effet avec l'alkool; et si on disposait les pièces de mécanisme de manière à ne pas perdre la liqueur condensée, ce qui serait facile, on pourrait, dans certains cas et pour des machines de petites dimensions, s'en servir avec économie. Mais il est, selon toute apparence, d'autres fluides moins chers que l'alkool, qui peuvent avoir une expansion égale ou plus grande, et ce serait un objet de recherche extrêmement utile de déterminer l'effet mécanique dont leur vapeur est capable, et d'en donner des tables semblables à celles qu'offre cet essai pour l'eau et l'alkool.

Les résultats donnés par l'expérience pour la force expansive de la vapeur de l'alkool, à différentes températures, sont compris dans la table suivante, où les températures sont rapportées au thermomètre de Réaumur, et les pressions exprimées en pouces de mercure.

TABLE

Table de la force expansive de la vapeur de l'alkool, déduite de l'expérience.

Température.	Pression.	Température.	Pression.	Température.	Pression.	Température.	Pression.
0	0,00						
1	0,00	24	2,10	47	10,80	70	39,40
2	0,00	25	2,32	48	11,50	71	41,30
3	0,05	26	2,52	49	12,20	72	43,50
4	0,09	27	2,75	50	12,35	73	46,00
5	0,12	28	2,95	51	13,75	74	48,10
6	0,18	29	3,20	52	14,60	75	50,20
7	0,25	30	3,40	53	15,50	76	52,60
8	0,32	31	3,70	54	16,40	77	55,30
9	0,38	32	4,00	55	17,65	78	57,90
10	0,45	33	4,30	56	18,85	79	61,00
11	0,50	34	4,60	57	20,00	80	63,80
12	0,62	35	4,95	58	21,20	81	66,90
13	0,72	36	5,28	59	22,30	82	69,80
14	0,82	37	5,55	60	23,70	83	73,40
15	0,93	38	6,00	61	24,80	84	76,90
16	1,02	39	6,45	62	26,10	85	79,60
17	1,12	40	6,90	63	27,40	86	83,60
18	1,25	41	7,35	64	28,90	87	87,10
19	1,38	42	7,82	65	30,60	88	90,80
20	1,52	43	8,37	66	32,00	89	95,00
21	1,65	44	8,92	67	33,50	90	98,00
22	1,80	45	9,48	68	35,10		
23	1,95	46	10,15	69	37,20		

J'ai donné dans mon Architecture hydraulique *(note de l'art. 1325)* la formule par laquelle j'avais d'abord déterminé la relation entre les températures et les forces expansives de l'alkool, l'équation est de la forme

$$z = \mu_{\prime}\rho^{x}_{\prime} + \mu_{\prime\prime}\rho^{x}_{\prime\prime} + \mu_{\prime\prime\prime}\rho^{x}_{\prime\prime\prime} + \mu_{IV}\rho^{x}_{IV} + \mu_{V},$$

et la valeur de z contient quatre termes variables et un terme constant; je l'avais trouvée, comme celle pour l'eau, en interpolant d'abord un certain nombre de valeurs données avec la fonction $\mu_{\prime}\rho^{x}_{\prime} + \mu_{\prime\prime}\rho^{x}_{\prime\prime} + \mu_{V}$,

et déterminant ensuite $\mu_{'''}\, \varrho_{'''}^{x} + \mu_{IV}\, \varrho_{IV}$ de manière à satisfaire aux différences entre les valeurs données subséquentes et la première fonction, l'équation trouvée satisfaisait aux observations avec une précision égale à celle que j'avais obtenue pour l'eau; mais j'ai réfléchi ensuite qu'elle pouvait se simplifier par le même moyen, en employant, au lieu des valeurs immédiatement observées, celles données par la formule. J'ai donc fait un premier essai pour réduire la valeur de z à trois termes variables, après m'être assuré que deux ne suffisaient pas, et j'ai pris les données suivantes.

Température.	Forces expansives.	Température.	Forces expansives.
0....	$z_0 = 0,0000$	$3\,x_, = 54°$....	$z_{'''} = 16,4000$
$x_, = 18°$....	$z_, = 1,2846$	$4\,x_, = 72°$....	$z_{IV} = 43,5465$
$2\,x_, = 36°$....	$z_{''} = 5,3741$	$5\,x_, = 90°$..	$z_V = 98,2764$

Appliquant à ces nombres les formules générales, pour le cas de six observations, on parvient à l'équation suivante

$$\alpha^3 + 16,30256\ 28758\, \alpha^2 - 80,96808\ 59030\ 5\, \alpha + 96,70096\ 47266 = 0,$$

dont les facteurs sont

$$(\alpha^2 - 4,18289\ 64209\ 54\, \alpha + 4,72046\ 89711\ 05)(\alpha + 20,48545\ 92967\ 94) = 0;$$

on voit que l'équation a deux racines imaginaires et une négative, ce qui donne à l'équation la forme

$$z = \mu_, (-\varrho_,)^x + \{ A \operatorname{sin.} (\varphi x) + B \operatorname{sin.} [\varphi (x - 1)] \} \varrho^x.$$

Il serait très-aisé, d'après ce que j'ai dit *n.° XX* de mes *Leçons d'Analyse*, de déterminer les quantités μ, φ, ϱ, A et B, et on satisferait très-exactement aux six valeurs données; mais j'observe 1.° que la courbe des expériences ne semble point comporter de fonctions révolutives qui introduiraient des inflexions et des ondulations étrangères à cette courbe; 2.° que le terme $\mu_, (-\varrho_,)^x$ change de signe chaque fois que x, supposé nombre entier, de pair devient impair ou réciproquement; et devient imaginaire lorsque x est une fraction réduite à sa moindre expression et de la

forme $\frac{2n+1}{2k}$. L'équation précédente ne paraît donc pas propre à rendre les expériences, et il est nécessaire d'augmenter le nombre des termes; j'ajoute donc un terme constant aux trois termes variables, ce qui me donne encore un terme variable de moins que dans ma première formule, c'est-à-dire, que je suppose

$$z = \mu_{\prime} \rho_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime} \rho_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime} \rho_{\prime\prime\prime}^{x} + \mu_{\text{IV}},$$

et je détermine les sept constantes $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, μ_{IV}, $\rho_{\prime}$, $\rho_{\prime\prime}$, $\rho_{\prime\prime\prime}$, au moyen des données

Température.	Forces expansives.	Température.	Forces expansives.
0....	$z_{0} = 0{,}0000$		
$x_{\prime} = 15$....	$z_{\prime} = 0{,}9751$	$4x_{\prime} = 60$	$z_{\text{v}} = 23{,}0441$
$2x_{\prime} = 30$....	$z_{\prime\prime} = 3{,}6540$	$5x_{\prime} = 75$	$z_{\text{v}} = 50{,}6089$
$3x_{\prime} = 45$....	$z_{\prime\prime\prime} = 9{,}7135$	$6x_{\prime} = 90$	$z_{\text{vi}} = 98{,}2761$

appliquant à ces données les formules générales pour le cas de sept observations, on a

$\Delta z_{0} = 0{,}9751$ | $\Delta z_{\prime\prime\prime} = 13{,}3306$ || $A_{0} : A_{\prime\prime\prime} = -\ 0{,}40578\ 12651\ 383$
$\Delta z_{\prime} = 2{,}6789$ | $\Delta z_{\text{IV}} = 27{,}5648$ || $A_{\prime} : A_{\prime\prime\prime} = +\ 11{,}91451\ 74210\ 951$
$\Delta z_{\prime\prime} = 6{,}0595$ | $\Delta z_{\text{v}} = 47{,}6672$ || $A_{\prime\prime} : A_{\prime\prime\prime} = -\ 7{,}40205\ 02364\ 445$

résolvant ensuite l'équation

$$A_{\prime\prime\prime}\, \alpha^{3} + A_{\prime\prime}\, \alpha^{2} + A_{\prime}\, \alpha + A_{0} = 0,$$

on a trois racines positives et réelles, qui sont:

$$\rho_{\prime}^{x_{\prime}} = 5{,}06600\ 43789\ 84$$
$$\rho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} = 2{,}30123\ 90088\ 97$$
$$\rho_{\prime\prime\prime}^{x_{\prime}} = 0{,}03480\ 68485\ 64;$$

extrayant les racines quinzièmes, on trouve

$$\frac{1}{15} \log. \rho_{\prime}^{x_{\prime}} = \frac{0{,}7046656}{15} = \log. \rho_{\prime} = 0{,}04697771;\ \rho_{\prime} = 1{,}11424$$

$$\frac{1}{15} \log. \rho_{\prime\prime}^{x_{\prime}} = \frac{0{,}3619618}{15} = \log. \rho_{\prime\prime} = 0{,}02413079;\ \rho_{\prime\prime} = 1{,}05714$$

$$\frac{1}{15}\ \log.\ \varrho_{\prime\prime\prime}^{x} = \frac{\overline{2},5416647}{15} = \log.\ \varrho_{\prime\prime\prime} = \overline{1},9027776\ ;\ \varrho_{\prime\prime\prime} = 0,79943.$$

Enfin, on déduit des valeurs précédentes

$$\log.\ \mu_{\prime} = \overline{3},3282330 \ldots\ldots\ldots \mu_{\prime} = -\ 0,00212\ 93$$
$$\log.\ \mu_{\prime\prime} = \overline{1},9598132 \ldots\ldots\ldots \mu_{\prime\prime} = +\ 0,91161\ 86$$
$$\log.\ \mu_{\prime\prime\prime} = \overline{1},3217595 \ldots\ldots\ldots \mu_{\prime\prime\prime} = +\ 0,20977\ 78$$
$$\mu_{\text{IV}} = -\ 1,11926\ 71.$$

Ces nombres substitués dans l'équation

$$z = \mu_{\prime}\,\varrho_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime}\,\varrho_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime}\,\varrho_{\prime\prime\prime}^{x} + \mu_{\text{IV}},$$

la rendront propre à satisfaire non-seulement aux valeurs employées pour sa formation, mais encore à toutes les observations intermédiaires; ainsi qu'on peut en juger par la table suivante, qui contient les résultats observés et calculés de quatre en quatre degrés du thermomètre de Réaumur, les pressions étant mesurées en pouces de mercure.

Tempér.	PRESSION observée.	PRESSION calculée.	Anomalie.	Tempér.	PRESSION observée.	PRESSION calculée.	Anomalie.
0	0,00	0,00	0,00	48	11,50	11,62	+ 0,12
4	0,09	0,10	+ 0,01	52	14,60	14,68	+ 0,08
8	0,32	0,33	+ 0,01	56	18,85	18,44	+ 0,41
12	0,62	0,65	+ 0,03	60	23,70	23,04	— 0,66
16	1,02	1,08	+ 0,06	64	28,90	28,64	— 0,26
20	1,52	1,63	+ 0,11	68	35,10	35,42	+ 0,32
24	2,10	2,31	+ 0,21	72	43,50	43,54	+ 0,04
28	2,95	3,16	+ 0,21	76	52,60	53,14	+ 0,54
32	4,00	4,21	+ 0,21	80	63,80	64,35	+ 0,55
36	5,28	5,51	+ 0,23	84	76,90	77,08	+ 0,18
40	6,90	7,14	+ 0,24	88	90,80	91,04	+ 0,24
44	8,92	9,14	+ 0,22	90	98,00	98,28	+ 0,28

Ainsi la formule pour la vapeur de l'esprit-de-vin se trouve simplifiée comme celle pour la vapeur de l'eau, sans cesser de représenter les

expériences avec toute l'exactitude desirable ; mais il y a plus, on peut en retrancher un terme variable, en observant que dès le premier degré, $\mu_{\prime\prime\prime}\,\rho^{x}_{\prime\prime\prime}$ n'a pour valeur que 0,18, et qu'il devient négligeable dans toute la suite des valeurs positives de x. L'équation se réduit donc à

$$z = \mu_{\prime}\,\rho^{x}_{\prime} + \mu_{\prime\prime}\,\rho^{x}_{\prime\prime} + \mu_{IV},$$

forme plus simple non-seulement que celle donnée dans mon architecture hydraulique, mais encore que celle trouvée précédemment pour la vapeur de l'eau.

Je passe à la traduction, en nouvelles mesures, des nombres dont je me suis servi dans cet essai pour exprimer les températures et les hauteurs de mercure.

QUATRIEME PARTIE.

FORMULES et tables pour calculer à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermomètre centigrade, les dilatations correspondantes des sept fluides élastiques qui font l'objet de la seconde partie de cet essai, et la force expansive des vapeurs de l'eau et de l'alkool, les pressions qui mesurent les diverses intensités de cette force étant représentées par des colonnes de mercure, dont les hauteurs sont exprimées en mètres.

DILATATION DES FLUIDES ÉLASTIQUES.

LES dilatations des sept fluides élastiques, pour lesquels j'ai donné des formules dans la seconde partie de cet essai, sont toutes représentées par une équation de même forme, savoir,

$$z = \mu\,(\rho^{x} - 1) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

x étant le nombre de degrés du thermomètre qui mesure la température, z la dilatation totale qui a eu lieu depuis la température de la glace jusqu'à la température x, exprimée en parties du volume primitif, ou à la glace, considéré comme l'unité, μ et ρ étant les constantes déduites de l'expérience qui rendent l'équation applicable à chacun des fluides en particulier.

Si, au lieu d'exprimer la dilatation depuis la glace, on veut avoir

le volume total à chaque température x, il faudra ajouter l'unité à chaque valeur de z, nommant donc V ce volume total, c'est-à-dire, faisant $z + 1 = V$, on aura

$$V = \mu (\varrho^x - 1) + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Les équations (1) et (2) donnent pour x l'une ou l'autre des valeurs

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\log.(z + \mu) - \log.\mu}{\log.\varrho} \\ x &= \frac{\log.(V + \mu - 1) - \log.\mu}{\log.\varrho}. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (3).$$

Pour calculer l'excès du volume à la température $x + 1$, sur le volume à la température x, on aura, en nommant cet excès ΔV ou Δz, ces deux incrémens étant les mêmes,

$$\Delta V = \mu (\varrho - 1) \varrho^x \ldots\ldots (4),$$

et si on veut, en général, l'augmentation de volume qui a lieu depuis la température x jusqu'à la température $x + \Delta x$, on aura

$$\Delta V = \mu (\varrho^{\Delta x} - 1) \varrho^x;$$

on déduit de l'équation (4) . . . $x = \dfrac{\log.\Delta V - \log.\{\mu(\varrho - 1)\}}{\log.\varrho} \ldots (5).$

Enfin, la *dilatabilité*, c'est-à-dire, le rapport $\dfrac{\Delta V}{V}$ de l'augmentation de volume, de degré en degré, au volume lui-même, étant exprimée par R, on a

$$R = \frac{\mu (\varrho - 1) \varrho^x}{1 + \mu (\varrho^x - 1)} \ldots\ldots (6),$$

d'où on déduit . . . $x = \dfrac{\log.\{R(1 - \mu) - \log.\{\mu(\varrho - R - 1)\}}{\log.\varrho}$

Tous les logarithmes des formules précédentes peuvent être pris dans les tables ordinaires qui donnent $\log. 10 = 1$, vu qu'ils se trouvent au numérateur et au dénominateur, il s'agit maintenant de déterminer μ et ϱ pour chaque fluide.

Le thermomètre centigrade est, comme on sait, celui qui divise en 100 parties l'intervalle depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante; d'après cela, ϱ doit être tel que ϱ^x donne, en faisant $x = 0$, $x = 25$, $x = 50$, $x = 75$,

$x = 100$, les mêmes valeurs qu'il donnait précédemment pour $x = 0$, $x = 20^\circ$, $x = 40^\circ$, $x = 60^\circ$, $x = 80^\circ$, ce qui se réduit à prendre, au lieu du logarithme de ϱ, trouvé en premier lieu, les $\frac{8}{10}$ de ce logarithme; μ ne subit aucun changement.

On aura donc pour rapporter au thermomètre décimal la relation entre les températures et les volumes, les valeurs suivantes.

NOMS des FLUIDES ÉLASTIQUES.	VALEURS DE			
	μ	log. μ	ϱ	log. ϱ
Gaz hydrogène.	0,51000	$\bar{1}$,7075702	1,0068	0,0029243
Gaz nitreux.	0,09274	$\bar{2}$,9672714	1,02153	0,0092522
Gaz acide carbonique.	0,14265	$\bar{1}$,1542787	1,02321	0,0099648
Air atmosphérique . .	0,06263	$\bar{2}$,7967754	1,03315	0,0141630
Gaz oxygène	0,01484	$\bar{2}$,1715033	2,05888	0,0248474
Gaz ammoniacal	0,19468	$\bar{1}$,2893298	1,03481	0,0148608
Gaz azoth	0,00834	$\bar{3}$,9214107	1,06812	0,0286211

C'est d'après ces valeurs substituées dans l'équation

$$V = \mu (\varrho^x - 1) + 1$$

qu'on a calculé la table suivante, dont la planche 2.e offre le tableau graphique (*).

(*) Je crois qu'il est important de dire un mot des fluides élastiques, considérés comme agens mécaniques; les recherches consignées dans ce mémoire peuvent, à cet égard, fournir des idées utiles aux artistes, et les formules que je vais donner, jointes à la table des dilatations, leur faciliteront les moyens de faire les calculs auxquels leurs travaux sur cet objet pourraient les conduire.

Toutes les valeurs de V que donne la table se rapportent à une pression égale au poids moyen de l'atmosphère, ou représentée par 28 pouces = 0^{mètre},757708 de mercure.

P = le poids d'une colonne de mercure de 0^{mètre},7577 de hauteur sur 1 de base.

U = le volume à la température de la glace sous la pression P.

x = une température quelconque.

Il s'agit ici de la même *masse* de fluide réduite à des *volumes* différens, en faisant varier la *pression*.

$V =$ le volume à la température x sous la pression P.

$v =$ un volume quelconque.

$p =$ la pression qu'il faudrait exercer sur le volume V pour le réduire au volume v, en conservant la température x.

Les volumes étant, sous la même température, en raison inverse des pressions, on aura $\frac{P}{p} = \frac{v}{V}$, d'où on tire

$$p = \frac{V}{v} P$$

Substituant la valeur de V, et observant qu'il faut la multiplier par U, parce que le volume primitif n'est plus l'unité, mais U, on a

$$p = \{ (\rho^x - 1) \mu + 1 \} \frac{U}{v} . P$$

p représente la pression que le fluide exercerait contre la paroi d'un vase dans lequel il serait enfermé, et dont la capacité serait v, pression qui peut être employée à pousser un piston, ou à tout autre effet mécanique.

Si $v = U$, c'est-à-dire, si on réduit le volume dilaté au volume primitif, la pression devient

$$p = \{ (\rho^x - 1) \mu + 1 \} P,$$

et s'évalue en multipliant la valeur de V, prise dans la table, par le poids de l'atmosphère; ainsi, par exemple, le gaz azoth renfermé à la température de la glace, et ensuite échauffé jusqu'à celle de l'eau bouillante sans pouvoir augmenter de volume, exerce contre la paroi du vase qui le renferme une pression égale à plus de sept fois le poids de l'atmosphère; qu'on le suppose enfermé dans un cylindre, occupant dans le sens de l'axe une longueur d'un mètre, et employé à faire mouvoir un piston; si la résistance à vaincre est égale au poids de l'atmosphère, le gaz pourra faire parcourir au piston 7 mètres ou plus de 20 pieds, en conservant toujours la supériorité sur la résistance; c'est, sans contredit, l'agent mécanique le plus puissant qu'on connaisse.

TABLE

Table des volumes dilatés de différens Fluides élastiques, lorsque leur température varie, de degré en degré, mesurés sur le thermomètre centigrade, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, le volume à la glace étant pris pour unité.

Température.	GAZ hydrogène. Volum. dilat.	Température.	GAZ nitreux. Volum. dilat.	Température.	GAZ ACIDE carbonique. Volum. dilat.	Température.	AIR commun. Volum. dilat.	Température.	GAZ oxygène. Volum. dilat.	Température.	GAZ ammoniac. Volum. dilat.	Température.	GAZ azoth. Volum. dilat.
0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000
1	1,00345	1	1,00200	1	1,00331	1	1,00208	1	1,00088	1	1,00670	1	1,00057
2	1,00691	2	1,00404	2	1,00670	2	1,00422	2	1,00180	2	1,01379	2	1,00118
3	1,01041	3	1,00612	3	1,01017	3	1,00644	3	1,00278	3	1,02105	3	1,00183
4	1,01392	4	1,00825	4	1,01371	4	1,00873	4	1,00382	4	1,02856	4	1,00252
5	1,01746	5	1,01042	5	1,01734	5	1,01109	5	1,00492	5	1,03633	5	1,00326
6	1,02103	6	1,01265	6	1,02106	6	1,01354	6	1,00608	6	1,04437	6	1,00405
7	1,02461	7	1,01492	7	1,02486	7	1,01606	7	1,00731	7	1,05269	7	1,00490
8	1,02823	8	1,01723	8	1,02874	8	1,01867	8	1,00862	8	1,06131	8	1,00580
9	1,03186	9	1,01960	9	1,03272	9	1,02136	9	1,01000	9	1,07022	9	1,00676
10	1,03552	10	1,02202	10	1,03679	10	1,02415	10	1,01146	10	1,07944	10	1,00779
11	1,03921	11	1,02449	11	1,04096	11	1,02702	11	1,01301	11	1,08898	11	1,00889
12	1,04292	12	1,02702	12	1,04522	12	1,03000	12	1,01465	12	1,09885	12	1,01006
13	1,04666	13	1,02959	13	1,04958	13	1,03307	13	1,01639	13	1,10807	13	1,01132
14	1,05042	14	1,03223	14	1,05404	14	1,03624	14	1,01822	14	1,11965	14	1,01265
15	1,05420	15	1,03492	15	1,05861	15	1,03952	15	1,02017	15	1,13059	15	1,01408
16	1,05801	16	1,03767	16	1,06328	16	1,04290	16	1,02223	16	1,14191	16	1,01561
17	1,06185	17	1,04048	17	1,06806	17	1,04640	17	1,02442	17	1,15363	17	1,01724
18	1,06572	18	1,04335	18	1,07295	18	1,05001	18	1,02673	18	1,16575	18	1,01899
19	1,06961	19	1,04628	19	1,07795	19	1,05375	19	1,02918	19	1,17830	19	1,02085
20	1,07352	20	1,04927	20	1,08307	20	1,05760	20	1,03177	20	1,19128	20	1,02284
21	1,07746	21	2,05233	21	1,08831	21	1,06159	21	1,03451	21	1,20472	21	1,02496
22	1,08143	22	1,05545	22	1,09367	22	1,06571	22	1,03742	22	1,21862	22	1,02723
23	1,08543	23	1,05864	23	1,09916	23	1,06996	23	1,04049	23	1,23301	23	1,02965
24	1,08945	24	1,06190	24	1,10477	24	1,07436	24	1,04375	24	1,24790	24	1,03224
25	1,09350	25	1,06523	25	1,11051	25	1,07890	25	1,04720	25	1,26330	25	1,03500
26	1,09758	26	1,06863	26	1,11639	26	1,08360	26	1,05086	26	1,27925	26	1,03796
27	1,10168	27	1,07211	27	1,12240	27	1,08844	27	1,05472	27	1,29574	27	1,04111
28	1,10582	28	1,07566	28	1,12855	28	1,09345	28	1,05882	28	1,31282	28	1,04448
29	1,10998	29	1,07928	29	1,13485	29	1,09862	29	1,06316	29	1,33048	29	1,04808
30	1,11417	30	1,08299	30	1,14129	30	1,10397	30	1,06775	30	1,34876	30	1,05192
31	1,11838	31	1,08677	31	1,14788	31	1,10949	31	1,07261	31	1,36768	31	1,05603

Suite de la Table des volumes dilatés de différens Fluides élastiques, lorsque leur température &c,

Température.	GAZ hydrogène. Volum. dilat.	Température.	GAZ nitreux. Volum. dilat.	Température.	GAZ ACIDE carbonique. Volum. dilat.	Température.	AIR commun. Volum. dilat.	Température.	GAZ oxygène. Volum. dilat.	Température.	GAZ ammoniac. Volum. dilat.	Température.	GAZ azoth. Volum. dilat.
32	1,12263	32	1,09064	32	1,15462	32	1,11519	32	1,07776	32	1,38726	32	1,06041
33	1,12690	33	1,09458	33	1,16152	33	1,12109	33	1,08321	33	1,40752	33	1,06510
34	1,13120	34	1,09862	34	1,16858	34	1,12718	34	1,08899	34	1,42848	34	1,07010
35	1,13554	35	1,10274	35	1,17580	35	1,13347	35	1,09510	35	1,45017	35	1,07544
36	1,13990	36	1,10695	36	1,18320	36	1,13997	36	1,10158	36	1,47262	36	1,08115
37	1,14429	37	1,11125	37	1,19076	37	1,14669	37	1,10843	37	1,49585	37	1,08725
38	1,14871	38	1,11564	38	1,19850	38	1,15363	38	1,11569	38	1,51988	38	1,09376
39	1,15316	39	1,12013	39	1,20641	39	1,16080	39	1,12337	39	1,54476	39	1,10071
40	1,15764	40	1,12471	40	1,21452	40	1,16820	40	1,13151	40	1,57050	40	1,10814
41	1,16215	41	1,12939	41	1,22281	41	1,17585	41	1,14013	41	1,59713	41	1,11608
42	1,16669	42	1,13418	42	1,23129	42	1,18376	42	1,14925	42	1,62470	42	1,12455
43	1,17126	43	1,13906	43	1,23997	43	1,19193	43	1,15892	43	1,65322	43	1,13360
44	1,17587	44	1,14405	44	1,24885	44	1,20037	44	1,16915	44	1,68274	44	1,14327
45	1,18050	45	1,14915	45	1,25793	45	1,20908	45	1,17998	45	1,71328	45	1,15360
46	1,18517	46	1,15436	46	1,26723	46	1,21809	46	1,19145	46	1,74489	46	1,16463
47	1,18986	47	1,15968	47	1,27675	47	1,22739	47	1,20360	47	1,77759	47	1,17642
48	1,19459	48	1,16512	48	1,28648	48	1,23701	48	1,21646	48	1,81144	48	1,18900
49	1,19935	49	1,17067	49	1,29644	49	1,24695	49	1,23008	49	1,84646	49	1,20245
50	1,20414	50	1,17634	50	1,30663	50	1,25720	50	1,24450	50	1,88270	50	1,21680
51	1,20897	51	1,18213	51	1,31706	51	1,26781	51	1,25977	51	1,92021	51	1,23214
52	1,21383	52	1,18805	52	1,32773	52	1,27876	52	1,27594	52	1,95902	52	1,24853
53	1,21872	53	1,19410	53	1,33865	53	1,29008	53	1,29306	53	1,99918	53	1,26602
54	1,22364	54	1,20028	54	1,34982	54	1,30177	54	1,31119	54	2,04074	54	1,28471
55	1,22860	55	1,20659	55	1,36125	55	1,31385	55	1,33039	55	2,08384	55	1,30468
56	1,23357	56	1,21303	56	1,37294	56	1,32633	56	1,35072	56	2,12825	56	1,32600
57	1,23861	57	1,21961	57	1,38491	57	1,33922	57	1,37224	57	2,17429	57	1,34878
58	1,24367	58	1,22634	58	1,39716	58	1,35254	58	1,39504	58	2,22195	58	1,37311
59	1,24876	59	1,23321	59	1,40968	59	1,36631	59	1,41917	59	2,27127	59	1,39909
60	1,25389	60	1,24023	60	1,42250	60	1,38052	60	1,44473	60	2,32230	60	1,42685
61	1,25905	61	1,24740	61	1,43562	61	1,39521	61	1,47178	61	2,37510	61	1,45649
62	1,26424	62	1,25472	62	1,44904	62	1,41039	62	1,50044	62	2,42975	62	1,48816
63	1,26947	63	1,26221	63	1,46278	63	1,42607	63	1,53078	63	2,48629	63	1,52198
64	1,27474	64	1,26985	64	1,47683	64	1,44227	64	1,56290	64	2,54481	64	1,55811
65	1,28004	65	1,27766	65	1,49121	65	1,45901	65	1,59692	65	2,60536	65	1,59669
66	1,28538	66	1,28563	66	1,50592	66	1,47630	66	1,63295	66	2,66802	66	1,63791

Suite de la Table des volumes dilatés de différens Fluides élastiques, lorsque leur température &c.

Température.	GAZ hydrogène. — Volum. dilat.	Température.	GAZ nitreux. — Volum. dilat.	Température.	GAZ ACIDE carbonique. — Volum. dilat.	Température.	AIR commun. — Volum. dilat.	Température.	GAZ oxygène. — Volum. dilat.	Température.	GAZ ammoniac. — Volum. dilat.	Température.	GAZ azoth. — Volum. dilat.
67	1,29075	67	1,29378	67	1,52097	67	1,49416	67	1,67109	67	2,73286	67	1,68193
68	1,29616	68	1,30210	68	1,53638	68	1,51262	68	1,71148	68	2,79996	68	1,72896
69	1,30161	69	1,31060	69	1,55213	69	1,53169	69	1,75424	69	2,86940	69	1,77918
70	1,30709	70	1,31929	70	1,56826	70	1,55139	70	1,79953	70	2,94125	70	1,83283
71	1,31261	71	1,32816	71	1,58476	71	1,57175	71	1,84748	71	3,01560	71	1,89014
72	1,31817	72	1,33722	72	1,60164	72	1,59278	72	1,89825	72	3,09254	72	1,95134
73	1,32377	73	1,34648	73	1,61892	73	1,61450	73	1,95202	73	3,17216	73	2,01672
74	1,32940	74	1,35594	74	1,63660	74	1,63695	74	2,00895	74	3,25455	74	2,08655
75	1,33507	75	1,36560	75	1,65468	75	1,66014	75	2,06923	75	3,33982	75	2,16113
76	1,34078	76	1,37547	76	1,67319	76	1,68405	76	2,13306	76	3,42804	76	2,24080
77	1,34653	77	1,38555	77	1,69212	77	1,70885	77	2,20065	77	3,51934	77	2,32589
78	1,35231	78	1,39585	78	1,71150	78	1,73443	78	2,27222	78	3,61382	78	2,41679
79	1,35814	79	1,40637	79	1,73133	79	1,76085	79	2,34801	79	3,71158	79	2,51387
80	1,36401	80	1,41712	80	1,75161	80	1,78814	80	2,42825	80	3,81275	80	2,61656
81	1,36991	81	1,42810	81	1,77237	81	1,81635	81	2,51323	81	3,91744	81	2,72832
82	1,37585	82	1,43931	82	1,79360	82	1,84549	82	2,60320	82	4,02577	82	2,84663
83	1,38184	83	1,45077	83	1,81533	83	1,87559	83	2,69847	83	4,13788	83	2,97300
84	1,38787	84	1,46247	84	1,83757	84	1,90669	84	2,79936	84	4,25389	84	3,10797
85	1,39793	85	1,47443	85	1,86032	85	1,93882	85	2,90618	85	4,37393	85	3,25214
86	1,40004	86	1,48664	86	1,88360	86	1,97202	86	3,01929	86	4,49816	86	3,40613
87	1,40619	87	1,49911	87	1,90742	87	2,00541	87	3,13906	87	4,62671	87	3,57061
88	1,41237	88	1,51186	88	1,93179	88	2,04175	88	3,26589	88	4,75973	88	3,74630
89	1,41861	89	1,52488	89	1,95668	89	2,07836	89	3,40018	89	4,89739	89	3,93395
90	1,42488	90	1,53818	90	1,98224	90	2,11618	90	3,54238	90	5,03983	90	4,13438
91	1,43120	91	1,55176	91	2,00835	91	2,15526	91	3,69296	91	5,18724	91	4,34847
92	1,43756	92	1,56564	92	2,03507	92	2,19563	92	3,85239	92	5,33977	92	4,57714
93	1,44396	93	1,57982	93	2,06240	93	2,23733	93	4,02122	93	5,49762	93	4,82139
94	1,45040	94	1,59430	94	2,09037	94	2,28043	94	4,19999	94	5,66096	94	5,08229
95	1,45689	95	1,60909	95	2,11899	95	2,32495	95	4,38928	95	5,82999	95	5,36095
96	1,46342	96	1,62420	96	2,14827	96	2,37094	96	4,58973	96	6,00490	96	5,65860
97	1,47000	97	1,63964	97	2,17824	97	2,41846	97	4,80196	97	6,18590	97	5,97652
98	1,47662	98	1,65541	98	2,20889	98	2,46757	98	5,02670	98	6,37320	98	6,31610
99	1,48329	99	1,67152	99	2,24026	99	2,51829	99	5,26468	99	6,56702	99	6,67881
100	1,49000	100	1,68798	100	2,27236	100	2,57069	100	5,51666	100	6,76759	100	7,06623

La table précédente et la figure jointe à cet essai, qui représente les courbes des dilatations, offrent les fluides rangés suivant l'ordre de leurs volumes à la température de l'eau bouillante ; il est bon d'observer qu'ils se seraient trouvés dans un ordre tout différent si je les avais classés d'après leurs dilatations dans les premiers degrés de l'échelle ; en effet, le gaz hydrogène dont la dilatation est la plus petite à 100°, est jusqu'à une température assez élevée un de ceux qui se dilatent le plus. Les courbes rendent très-sensible cette marche des dilatations ; celle du gaz hydrogène, qui diffère peu d'une ligne droite, coupe son axe sous un plus grand angle que les autres qui, s'élevant davantage au-dessus de l'axe lorsque l'abscisse est grande, s'en écartent moins vers l'origine où leur courbure est considérable.

La formule et les courbes donnent une expansion indéfinie à mesure que le fluide s'échauffe ; il n'en est pas de même de la diminution de volume causée par le refroidissement ; il est évident qu'elle doit avoir des bornes, et ces bornes se peuvent fixer par le calcul lorsqu'on connaît la loi des dilatations ; ainsi l'équation qui donne les augmentations z de volume, depuis la glace jusqu'aux températures x, étant $z = \mu\ (\varrho^x - 1)$, on voit que quel que soit le refroidissement, la diminution de volume ne pourra pas excéder μ, qui est la distance de l'axe à une asymptote placée du côté des z négatives, et qui détermine la limite inférieure de la courbe. On voit par les valeurs de μ, données précédemment, que le gaz azoth, dont la dilatation est la plus forte à la température de l'eau bouillante, est celui de tous qui peut le moins se contracter par le refroidissement ; le cas contraire a lieu pour l'hydrogène.

Je dois néanmoins observer que les lois des diminutions de volume données par les formules, ne peuvent point s'appliquer aux changemens d'états des fluides aëriformes, c'est-à-dire, au cas où ils seraient assez refroidis pour devenir liquides ; il doit y avoir à cette époque une diminution subite et très-considérable qu'on peut regarder comme une espèce de solution de continuité.

Voici une table qui donne depuis 0° jusqu'à — 30°, et de degré en degré, la diminution de volume occasionnée par le refroidissement.

TABLE des diminutions de volume, correspondant à des températures au-dessous de la glace, mesurées sur le thermomètre centigrade.

Températ. négatives.	GAZ hydrogène.	GAZ nitreux.	GAZ ACIDE carbonique.	AIR commun.	GAZ oxygène.	GAZ ammoniac.	GAZ azoth.
$x = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$	$z = -$
0	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1	0,00542	0,00195	0,00323	0,00201	0,00082	0,00655	0,00053
2	0,00682	0,00387	0,00640	0,00396	0,00160	0,01287	0,00103
3	0,01020	0,00574	0,00949	0,00584	0,00234	0,01899	0,00149
4	0,01355	0,00757	0,01251	0,0076	0,00303	0,02490	0,00193
5	0,01688	0,00937	0,01546	0,00942	0,00379	0,03061	0,00234
6	0,02019	0,01113	0,01834	0,01113	0,00431	0,03613	0,00272
7	0,02348	0,01285	0,02116	0,01278	0,00490	0,04146	0,00308
8	0,02675	0,01453	0,02392	0,01438	0,00545	0,04662	0,00341
9	0,02999	0,01618	0,02661	0,01593	0,00597	0,05160	0,00373
10	0,03321	0,01779	0,02925	0,01743	0,00646	0,05641	0,00402
11	0,03641	0,01937	0,03182	00,1888	0,00693	0,06106	0,00430
12	0,03959	0,02092	0,03433	0,02028	0,00737	0,06556	0,00456
13	0,04274	0,02243	0,03679	0,02164	0,00779	0,06990	0,00480
14	0,04588	0,02392	0,03919	0,02296	0,00817	0,07410	0,00502
15	0,04899	0,02537	0,04154	0,02423	0,00855	0,07816	0,00523
16	0,05209	0,02679	0,04383	0,02546	0,00890	0,08208	0,00543
17	0,05516	0,02818	0,04607	0,02665	0,00923	0,08586	0,00562
18	0,05821	0,02954	0,04826	0,02781	0,00954	0,08952	0,00579
19	0,06115	0,03087	0,05040	0,02893	0,00984	0,09306	0,00595
20	0,06426	0,03217	0,05250	0,03001	0,01011	0,09648	0,00611
21	0,06725	0,03345	0,05454	0,03105	0,01038	0,09978	0,00625
22	0,07022	0,03470	0,05654	0,03207	0,01062	0,10298	0,00638
23	0,07317	0,03592	0,05849	0,03305	0,01086	0,10606	0,00651
24	0,07610	0,03712	0,06040	0,03400	0,01108	0,10904	0,00662
25	0,07901	0,03829	0,06227	0,03492	0,01129	0,11192	0,00673
26	0,08191	0,03944	0,06409	0,03581	0,01149	0,11471	0,00684
27	0,08478	0,04057	0,06587	0,03667	0,01167	0,11741	0,00693
28	0,08763	0,04166	0,06761	0,03750	0,01185	0,12000	0,00702
29	0,09047	0,04274	0,06932	0,03831	0,01202	0,12251	0,00711
30	0,09328	0,04380	0,07098	0,03909	0,01217	0,12494	0,00718

Force expansive de la vapeur de l'eau.

J'ai trouvé que la force expansive de la vapeur de l'eau pouvait s'exprimer par une équation de la forme

$$z = \mu_{\prime} \, \rho_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime} \, \rho_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime} \, \rho_{\prime\prime\prime}^{x};$$

z étant la hauteur d'une colonne de mercure qui a pour base la surface pressée, et dont le poids ou la masse représente la pression qu'éprouve cette surface; x le nombre des degrés du thermomètre qui exprime la température de la vapeur; $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, $\rho_{\prime}$, $\rho_{\prime\prime}$, $\rho_{\prime\prime\prime}$, des constantes déduites de l'expérience, qui servent à rendre la forme générale applicable à chaque fluide en particulier.

Cela posé, il y a deux réductions à faire aux valeurs numériques que j'ai employées, dans la troisième partie de cet essai, pour calculer z; l'une consiste à ramener au thermomètre centigrade les degrés du thermomètre de Réaumur que x représentait; l'autre à convertir en mètres les pouces qui mesuraient les hauteurs des colonnes de mercure.

La première réduction est la même que celle que j'ai déjà faite pour les sept fluides élastiques: elle consiste à substituer aux logarithmes de $\rho_{\prime}$, $\rho_{\prime\prime}$, $\rho_{\prime\prime\prime}$, précédemment employés, les huit dixièmes de ces logarithmes.

La seconde réduction porte sur les coëfficiens $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, qu'il faut multiplier par le rapport du pouce au mètre. On sait que le mètre, qui est la dix millionième partie d'un quart du méridien, a été évalué, en supposant le degré moyen ou le $\frac{1}{90}$ du quart du méridien, de $90 \times 57027^{\text{toises}} = 5132430^{\text{toises}}$, ce qui donne pour la longueur du mètre exprimé en parties de la toise, $90 \times 0^{\text{toise}},0057027 = 0^{\text{toise}},513243 = 0^{\text{toise}}$, 3^{pieds}, 0^{pouce}, $11^{\text{lignes}},441952$. C'est d'après cette détermination que j'ai calculé la table suivante; mais il est suffisant pour les usages ordinaires d'évaluer le mètre à 3^{pieds}, $11^{\text{lignes}},44$.

	MESURES.	LOG. DES RAPPORTS.	RAPPORTS.	
Rapports du mètre aux mesures ci-à-côté ; le logarithme de chacun de ces rapports doit être ajouté à celui d'un nombre donné de mètres, lorsqu'on veut avoir respectivement le logarithme du nombre correspondant de toises, pieds, pouces ou lignes.	toise...	$\bar{1}$,71032 30348	0,513243	Les rapports ci-à-côté sont exacts dans l'hypothèse adoptée pour la longueur du méridien.
	pied...	0,48847 42852	3,079458	
	pouce..	1,56765 55312	36,953496	
	ligne...	2,64683 67773	443,441952	
Rapports des mesures ci-à-côté au mètre ; le logarithme de chacun de ces rapports doit être ajouté à celui d'un nombre donné de toises, pieds, pouces ou lignes, lorsqu'on veut avoir, respectivement, le logarithme du nombre correspondant de mètres.	toise...	0,28967 69652	1,94839 48149	Les rapports ci-à-côté ne peuvent s'évaluer que par aproximation.
	pied...	$\bar{1}$,51152 57148	0,32473 24692	
	pouce..	$\bar{2}$,43234 44688	0,02706 10391	
	ligne...	$\bar{3}$,35316 32227	0,00225 50866	

Les valeurs contenues dans cette table, ne sont pas toutes nécessaires à l'objet que j'ai en vue ; mais je les place ici, parce que les rapports qu'elles expriment seront souvent nécessaires, et qu'il est bon d'en faire note.

Si l'on applique les déterminations précédentes aux constantes de l'équation qui donne la force expansive de la vapeur de l'eau, on aura

$$\log.\ \varrho_{,} = \frac{8 \times 1,5229702}{10 \times 22} = 0,0553807 \quad \varrho_{,} = 1,136006$$

$$\log.\ \varrho_{,,} = \frac{8 \times 0,4458531}{10 \times 22} = 0,0162128 \quad \varrho_{,,} = 1,038037$$

$$\log.\ \varrho_{,,,} = \frac{8 \times 0,2656189}{10 \times 22} = 0,0096589 \quad \varrho_{,,,} = 1,022490$$

$$\log.\ \mu_{,} = \bar{7},8601007 + \bar{2},4323445 = \bar{8},2924452 \quad \mu_{,} = -\ 0,0000000196$$

$$\log.\ \mu_{,,} = \bar{1},9369251 + ,\bar{2}4323445 = 2\ 3692696 \quad \mu_{,,} = +\ 0,023403$$

$$\log.\ \mu_{,,,} = \bar{1},9369248 + \bar{2},4323445 = \bar{2},3692693 \quad \mu_{,,,} = -\ 0,023403$$

et substituant ces nombres dans l'équation

$$z = \mu_{,}\, \rho_{,}^{x} + \mu_{,,}\, \rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}\, \rho_{,,,}^{x}$$

on pourra construire la table suivante qui donne les forces expansives depuis la température de la glace jusqu'à 140° du thermomètre centigrade; les hauteurs des colonnes de mercure qui mesurent les pressions étant exprimées en mètres.

TABLE

Table de la force expansive de la vapeur de l'eau, à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermomètre centigrade, les pressions étant représentées par des colonnes de mercure, dont les hauteurs sont exprimées en mètres.

Temp.	FORCES EXPANSIVES.	Différences 1.res	Différences 2.es
0	0,00000		
1	0,00036	36	3
2	0,00075	39	2
3	0,00116	41	2
4	0,00159	43	3
5	0,00205	46	3
6	0,00254	49	1
7	0,00304	50	5
8	0,00359	55	2
9	0,00416	57	3
10	0,00476	60	4
11	0,00540	64	3
12	0,00607	67	3
13	0,00677	70	3
14	0,00752	75	5
15	0,00830	78	3
16	0,00912	82	4
17	0,00999	87	5
18	0,01090	91	4
19	0,01186	96	5
20	0,01287	101	5
21	0,01393	106	5
22	0,01503	110	4
23	0,01620	117	7
24	0,01742	122	5
25	0,01870	128	6
26	0,02004	134	6
27	0,02146	142	8
28	0,02294	148	6
29	0,02449	155	7
30	0,02611	162	7
31	0,02782	171	9
32	0,02960	178	7
33	0,03147	187	9
34	0,03342	195	8
35	0,03547	205	10
36	0,03761	214	9
37	0,03985	224	10
38	0,04219	234	10
39	0,04465	246	12
40	0,04721	256	10
41	0,04989	268	12
42	0,05270	281	13
43	0,05563	293	12
44	0,05868	305	12
45	0,06188	320	15
46	0,06522	334	14

Temp.	FORCES EXPANSIVES.	Différences 1.res	Différences 2.es
			16
47	0,06872	350	15
48	0,07237	365	16
49	0,07618	381	16
50	0,08015	397	19
51	0,08431	416	18
52	0,08865	434	18
53	0,09317	452	22
54	0,09791	474	18
55	0,10283	492	24
56	0,10799	516	20
57	0,11335	536	24
58	0,11895	560	24
59	0,12479	584	26
60	0,13089	610	25
61	0,13724	635	28
62	0,14387	663	28
63	0,15078	691	30
64	0,15799	721	30
65	0,16550	751	32
66	0,17333	783	34
67	0,18150	817	32
68	0,18999	849	39
69	0,19887	888	36
70	0,20811	924	39
71	0,21774	963	40
72	0,22777	1003	41
73	0,23821	1044	45
74	0,24910	1089	45
75	0,26044	1134	46
76	0,27224	1180	50
77	0,28454	1230	51
78	0,29735	1281	49
79	0,31069	1334	53
80	0,32456	1387	58
81	0,33901	1445	59
82	0,35405	1504	62
83	0,36971	1566	63
84	0,38600	1629	66
85	0,40295	1695	68
86	0,42058	1763	73
87	0,43894	1836	73
88	0,45803	1909	77
89	0,47789	1986	78
90	0,49853	2064	83
91	0,52000	2147	85
92	0,54232	2232	89
93	0,56553	2321	91
		2412	

Temp.	FORCES EXPANSIVES.	Différences 1.res	Différences 2.es
94	0,58965		94
95	0,61471	2506	98
96	0,64075	2604	101
97	0,66780	2705	104
98	0,69589	2809	109
99	0,72507	2918	111
100	0,75536	3029	113
101	0,78678	3142	120
102	0,81940	3262	121
103	0,85323	3383	125
104	0,88831	3508	127
105	0,92466	3635	133
106	0,96234	3768	134
107	1,00136	3902	139
108	1,04177	4041	141
109	1,08359	4182	140
110	1,12681	4322	146
111	1,17149	4468	148
112	1,21765	4616	149
113	1,26530	4765	149
114	1,31444	4914	150
115	1,36508	5064	148
116	1,41720	5212	150
117	1,47082	5362	143
118	1,52587	5505	143
119	1,58235	5648	136
120	1,64019	5784	129
121	1,69932	5913	122
122	1,75967	6035	111
123	1,82113	6146	97
124	1,88356	6243	80
125	1,94679	6323	60
126	2,01062	6383	39
127	2,07484	6422	9
128	2,13915	6431	— 24
129	2,20322	6407	— 62
130	2,26667	6345	— 110
131	2,32902	6235	— 159
132	2,38978	6076	— 226
133	2,44828	5850	— 294
134	2,50384	5556	— 381
135	2,55559	5175	— 476
136	2,60258	4699	— 586
137	2,64371	4113	— 716
138	2,67768	3397	— 863
139	2,70302	2534	— 1033
140	2,71803	1501	

Force expansive de la vapeur de l'alkool.

La relation entre la température et la force expansive de la vapeur de l'alkool s'exprime par une équation de la forme

$$z = \mu_{,}\,\rho_{,}^{x} + \mu_{,,}\,\rho_{,,}^{x} + \mu_{,,,}\,\rho_{,,,}^{x} + \mu_{\text{iv}},$$

z et x désignant les mêmes choses que dans l'équation qui se rapporte à la vapeur de l'eau ; $\mu_{,}$, $\mu_{,,}$, $\mu_{,,,}$; $\rho_{,}$, $\rho_{,,}$, $\rho_{,,,}$ étant des constantes qui se déterminent par l'expérience.

Pour transformer en divisions thermométriques centigrades et en mètres les valeurs de x et de z, que j'ai calculées dans la troisième partie de cet essai, en divisions de Réaumur et en pouces, on aura

$$\log.\ \rho_{,} = \frac{8 \times 0,7046656}{10 \times 15} = 0,0375822 \ldots \rho_{,} = 1,090391$$

$$\log.\ \rho_{,,} = \frac{8 \times 0,3619618}{10 \times 15} = 0,0193046 \ldots \rho_{,,} = 1,045453$$

$$\log.\ \rho_{,,,} = \frac{8 \times \bar{2},5416647}{10 \times 15} = \bar{1},9222221 \ldots \rho_{,,,} = 0,836030$$

$$\log.\ \mu_{,} = \bar{3},3282330 + \bar{2},4323445 = 5,7605775 \ldots \mu_{,} = -\ 0,000058$$

$$\log.\ \mu_{,,} = \bar{1},9598132 + \bar{2},4323445 = \bar{2},3921577 \ldots \mu_{,,} = +\ 0,024669$$

$$\log.\ \mu_{,,,} = \bar{1},3217595 + \bar{2},4323445 = \bar{3},7541040 \ldots \mu_{,,,} = +\ 0,005677$$

$$\mu_{\text{iv}} = -(\mu_{,} + \mu_{,,} + \mu_{,,,})$$

$$= -\ 0,030288.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation précédente, et faisant successivement $x = 0^{\circ}$, $x = 1^{\circ}$, $x = 2^{\circ} \ldots\ldots x = 115^{\circ}$, on aura pour z les valeurs consignées dans la table qui suit.

Table de la force expansive de la vapeur de l'alkool, à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermomètre centigrade, les pressions étant représentées par des colonnes de mercure, dont les hauteurs sont exprimées en mètres.

Températ.	FORCES EXPANSIVES.	Différences 1.res	Différences 2.es
0	0,00000		
1	0,00019	0,00019	0,00019
2	0,00057	0,00038	0,00020
3	0,00115	0,00058	0,00014
4	0,00187	0,00072	0,00016
5	0,00275	0,00088	0,00013
6	0,00376	0,00101	0,00012
7	0,00489	0,00113	0,00012
8	0,00614	0,00125	0,00012
9	0,00751	0,00137	0,00012
10	0,00900	0,00149	0,00009
11	0,01058	0,00158	0,00010
12	0,01226	0,00168	0,00009
13	0,01403	0,00177	0,00014
14	0,01594	0,00191	0,00009
15	0,01794	0,00200	0,00010
16	0,02004	0,00210	0,00011
17	0,02225	0,00221	0,00012
18	0,02458	0,00233	0,00011
19	0,02700	0,00242	0,00013
20	0,02955	0,00255	0,00013
21	0,03223	0,00268	0,00011
22	0,03502	0,00279	0,00012
23	0,03795	0,00293	0,00014
24	0,04102	0,00307	0,00013
25	0,04422	0,00320	0,00015
26	0,04757	0,00335	0,00016
27	0,05108	0,00351	0,00015
28	0,05474	0,00366	0,00016
29	0,05856	0,00382	0,00019
30	0,06257	0,00401	0,00017
31	0,06675	0,00418	0,00019
32	0,07112	0,00437	0,00020
33	0,07569	0,00457	0,00019
34	0,08045	0,00476	0,00022
35	0,08543	0,00498	0,00022
36	0,09063	0,00520	0,00024
37	0,09607	0,00544	0,00025
38	0,10176	0,00569	0,00024
39	0,10769	0,00593	0,00025

Températ.	FORCES EXPANSIVES.	Différences 1.res	Différences 2.es
40	0,11387	0,00618	0,00029
41	0,12034	0,00647	0,00029
42	0,12710	0,00676	0,00029
43	0,13415	0,00705	0,00032
44	0,14152	0,00737	0,00032
45	0,14921	0,00769	0,00034
46	0,15724	0,00803	0,00037
47	0,16564	0,00840	0,00034
48	0,17438	0,00874	0,00041
49	0,18353	0,00915	0,00038
50	0,19306	0,00953	0,00042
51	0,20301	0,00995	0,00044
52	0,21340	0,01039	0,00047
53	0,22426	0,01086	0,00044
54	0,23556	0,01130	0,00052
55	0,24738	0,01182	0,00050
56	0,25970	0,01232	0,00053
57	0,27255	0,01285	0,00055
58	0,28595	0,01340	0,00059
59	0,29994	0.01399	0,00059
60	0,31452	0,01458	0,00062
61	0,32972	0,01520	0,00066
62	0,34558	0,01586	0,00066
63	0,36210	0,01652	0,00072
64	0,37934	0,01724	0,00073
65	0,39731	0,01797	0,00074
66	0,41602	0,01871	0,00070
67	0,43553	0,01951	0,00080
68	0,45584	0,02031	0,00086
69	0,47701	0,02117	0,00087
70	0,49905	0,02204	0,00091
71	0,52200	0,02295	0,00096
72	0,54591	0,02391	0,00096
73	0,57078	0,02487	0.00101
74	0,59666	0,02588	0,00106
75	0,62360	0,02694	0,00107
76	0,65161	0,02801	0,00113
77	0,68075	0,02914	0,00115
78	0,71104	0,03029	

Températ.	FORCES EXPANSIVES.	Différences 1.res	Différences 2.es
79	0,74252	0,03148	0,00119
80	0,77525	0,03273	0,00125
81	0,80922	0,03397	0,00124
82	0,84452	0,03530	0,00133
83	0,88115	0,03663	0,00133
84	0,91918	0,03803	0,00140
85	0,95861	0,03943	0,00140
86	0,99951	0,04090	0,00147
87	1,04190	0,04239	0,00149
88	1,08581	0,04391	0,00152
89	1,13130	0,04549	0,00158
90	1,17836	0,04706	0,00157
91	1,22705	0,04869	0,00163
92	1,27739	0,05034	0,00165
93	1,32940	0,05201	0,00167
94	1,38311	0,05371	0,00170
95	1,43853	0,05542	0,00171
96	1,49566	0,05713	0,00171
97	1,55453	0,05887	0,00174
98	1,61512	0,06059	0,00172
99	1,67742	0,06230	0,00171
100	1,74144	0,06402	0,00172
101	1,80713	0,06569	0,00167
102	1,87446	0,06733	0,00164
103	1,94340	0,06894	0,00161
104	2,01387	0,07047	0,00153
105	2,08581	0,07194	0,00147
106	2,15912	0,07331	0,00137
107	2,23370	0,07458	0,00127
108	2,30941	0,07571	0,00113
109	2,38611	0,07670	0,00099
110	2,46360	0,07749	0,00079
111	2,54170	0,07810	0,00061
112	2,62017	0,07847	0,00037
113	2,69872	0,07855	0,00008
114	2,77707	0,07835	— 0,00020
115	2,85482	0,07775	— 0,00060

On peut remarquer que les différences secondes deviennent négatives à la fin des deux tables qui se rapportent à la vapeur de l'eau et à celle de l'alkool; ce changement de signe annonce un point d'inflexion que la formule donne en effet et qui est assez sensible vers l'extrémité des courbes. On a donc vers les hautes températures un léger affaiblissement dans les progrès de l'intensité de la force expansive; j'ai pu rendre raison d'un affaiblissement analogue, et beaucoup plus considérable, dans la dilatation des fluides élastiques; mais je ne vois, pour les vapeurs, aucune anomalie dépendant des expériences, à laquelle on puisse l'attribuer; je n'oserais cependant assurer que le changement de courbure dont il s'agit, tienne à la nature du phénomène; car il introduit des termes dans les formules qui, à un certain intervalle, très-grand à la vérité, hors de la limite des expériences, donneraient aux résultats une marche rétrograde, et qui de plus dérangent la situation de la courbe du côté des températures négatives. Les corrections à faire à ces termes sont aisées et tiennent à des quantités très-petites et peut-être organiquement inappréciables; mais ces corrections seraient absolument inutiles dans l'état actuel des choses; car, d'une part, les formules qui représentent très-bien les observations dans toute leur étendue, sont beaucoup plus que suffisantes pour les applications qu'on aura à en faire; de l'autre, les petites altérations de valeurs qui opéreraient les corrections, présentent une indétermination qu'aucune des données fournies par l'expérience ne peut lever. Je crois donc que pour ne rien abandonner au hasard, il est convenable de laisser mon travail dans l'état où il est, jusqu'à ce que de nouvelles observations fournissent le moyen d'y faire, avec connaissance de cause, les changemens dont il pourra être susceptible.

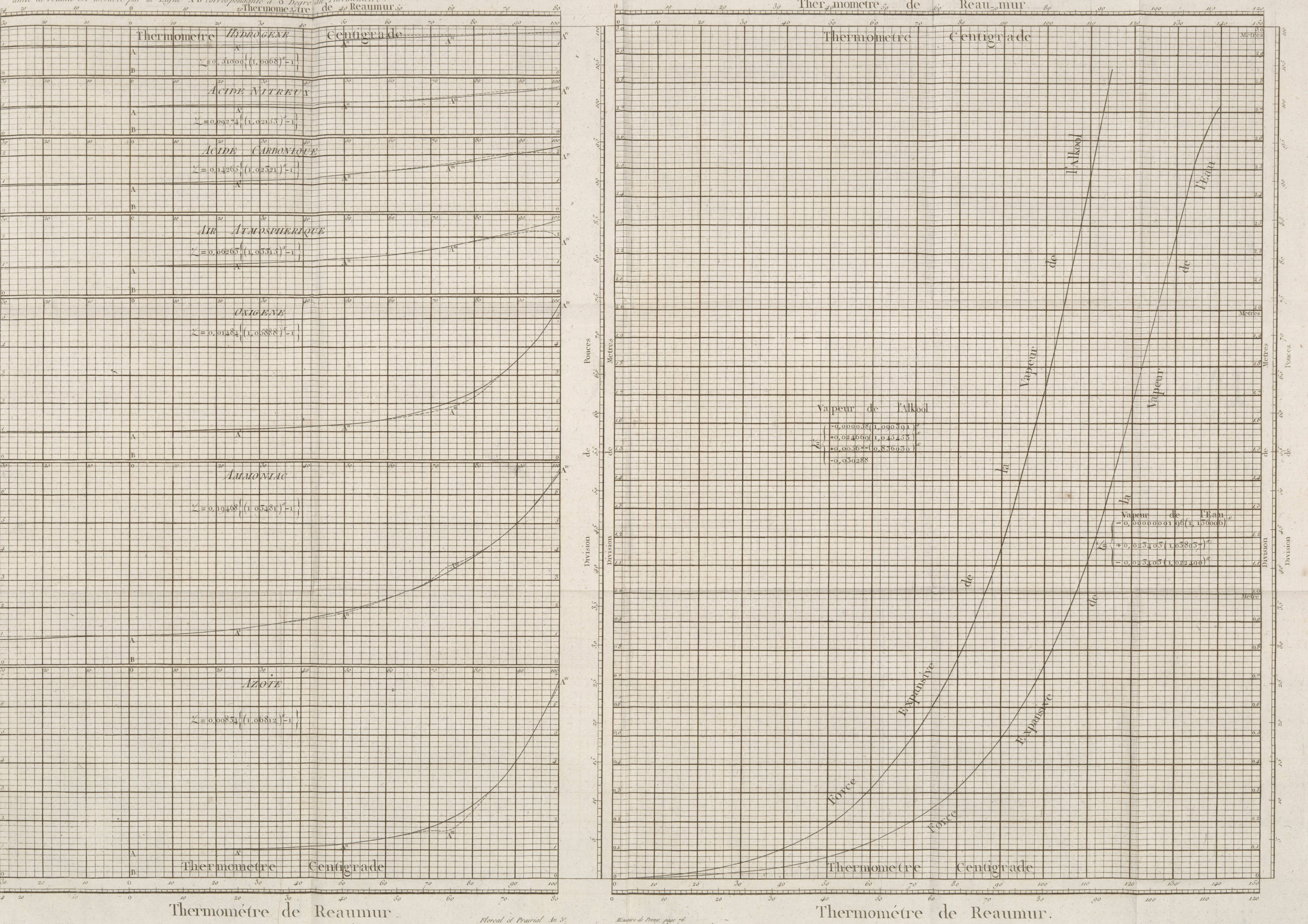


COURBES representant les Rapports entre les Temperatures mesurées sur le Thermométre Centigrade et les Volumes dilatés de differens Fluides élastiques.

Les Courbes Ponctuées sont celles tracées d'aprés les points A. A' A'' A''' A^IV donnés par l'expérience; x est le nombre de Dégrés du Thermométre Centigrade qui mesure la Température, Z est la dilation, exprimée en parties de l'unité de Volume, cette unité de Volume est mesurée par la Ligne AB correspondante à 0 Dégré du Thermometre.

COURBES representant les Rapports entre les Temperatures et les Forces Expansives des Vapeurs de l'Eau et de l'Alkool, dans le Vuide.

x Est le nombre de Dégrés du Thermometre Centigradé qui mesure la Temperature; Z est la hauteur, en Metres, de la Colonne de Mercure qui représente la Force Expansive de la Vapeur échauffée à la Température x.



Mémoire de Prony, page 76.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Université de Lausanne
BIBLIOTHÈQUE
B II AN IV/1

FORTIFICATION.

COURS PRÉLIMINAIRE.

LE Cours préliminaire de Fortification a eu lieu pendant le mois de ventôse : il a été divisé en trois parties ; dans la première, le général Darçon a exposé des vues générales sur la fortification ; dans la seconde, le citoyen Martin a traité de la fortification en plaine, de l'attaque et de la défense des places ; dans la troisième, le citoyen d'Obenheim a traité de l'établissement de la fortification en terrain varié.

PREMIERE PARTIE.

LE but qu'on s'est proposé dans les leçons de cette première partie, a été 1.° de montrer en quoi consiste réellement l'utilité des places fortes ; de répondre aux objections faites contre cette utilité ; de combattre les fausses idées qu'on pourrait s'en être formées ; 2.° de déduire les vraies notions sur l'usage des places fortes dans la guerre, les principes qui doivent servir à régler leur disposition et le choix de leur emplacement ; 3.° de déterminer l'usage et la meilleure disposition de quelques espèces de retranchemens ; 4.° de donner une idée générale des moyens qu'on peut employer pour renforcer l'enceinte d'une place, et prolonger sa défense. Nous ne pouvons qu'indiquer rapidement les principaux résultats de ces leçons.

§. I.er

De l'utilité des Places fortes (1).

LA meilleure manière de faire usage des places de guerre, n'est pas de les abandonner à leurs propres forces ; il faut au contraire que l'ennemi, au moment où il attaque une place, puisse être lui-même attaqué par une armée de secours ; mais comme il importe aussi que l'ennemi ne puisse

(1) On doit s'attendre à retrouver ici plusieurs des principes déjà énoncés dans les notions préliminaires sur la Fortification.

pas, en levant le siége entrepris et en rassemblant des forces supérieures, accabler l'armée de secours, il faut que cette armée puisse se placer sous la protection d'une autre place forte, et se mettre ainsi à l'abri de tout danger.

C'est dans ce secours mutuel des places et des armées, que consiste toute la perfection dont l'art de défendre les états est actuellement susceptible. Les unes sans les autres perdent presque toute leur valeur. Les armées privées de l'appui des places, n'ont qu'une existence peu assurée, qui dépend du talent des deux généraux opposés, et en grande partie du hasard. Un mal-entendu, la mort d'un chef, un accident arrivé à un officier porteur d'ordres, une terreur panique, suffisent pour causer la perte d'une bataille; et sur une frontière ouverte, la perte d'une bataille livre souvent tout le pays.

D'un autre côté, les places, sans le secours des armées, retardent l'ennemi et ne l'arrêtent pas : après une résistance proportionnée à leurs forces, mais qui se prolonge rarement au-delà d'une campagne, elles tombent en son pouvoir et lui rendent les services qu'elles auraient pu rendre à l'attaqué ; mais tout change, si on se sert des armées pour défendre les places, et des places pour défendre les armées. Alors les places deviennent pour ainsi dire imprenables ; les armées deviennent presque indestructibles ; les échecs même qui pourraient provenir de la force trop supérieure de l'attaquant ou des fautes de l'attaqué, n'ont que des suites peu funestes. Si une armée est battue, les places en sauvent les débris et donnent le temps de les rassembler. Si une place, si plusieurs places même sont prises, d'autres places en menaçant les flancs de l'ennemi ou en l'obligeant à de nouveaux siéges, l'épuisent, l'empêchent d'avancer, donnent le temps de rassembler des troupes, et l'on fait un dernier effort.

Voilà ce que prouvent et le raisonnement et l'expérience de toutes les guerres. Les places fortes sont donc le moyen le plus efficace pour garantir les états des invasions et des entreprises des ambitieux : elles tendent à maintenir la paix, à épargner le sang, et leur résultat est le bien de l'humanité. Sous ce point de vue, l'art des fortifications mérite la plus sérieuse attention.

Les places fortes, outre cette propriété défensive qui fait leur principal

attribut, en ont encore d'autres. Le système de défense, combiné d'après la protection mutuelle des places et des armées, est moins coûteux que celui dans lequel on emploierait des armées seules. Les places sont, de tous les moyens de défense, ceux qui sont le plus à l'abri de l'imprévoyance ou de l'inttabilité du gouvernement. Les places obligent l'ennemi qui les attaque à se mettre sur la défensive, et l'attaqué peut devenir lui-même attaquant; circonstance dont l'effet est très-important, sur-tout à l'égard des Français, qui, en général, réussissent mieux dans l'attaque. Les places protègent les citoyens et leur offrent des asiles. Les places enfin sont d'une grande utilité, même dans la guerre offensive, en mettant à l'abri les préparatifs de l'attaque, en assurant les communications de l'armée qui s'avance, en protégeant sa retraite et en prévenant les diversions que l'ennemi pourrait tenter d'un autre côté.

§. II.

De la disposition et de la situation des Places fortes.

Après s'être assuré que la meilleure manière de défendre les frontières d'un état, consiste dans l'action des armées, combinée avec la résistance et l'appui des places, il faut chercher à quelle disposition de places s'adapterait le mieux ce genre de défense.

Si la frontière était entièrement ouverte, il faudrait que les places fussent disposées sur trois lignes; que dans chaque ligne elles correspondissent aux intervalles des places des autres lignes, et qu'elles fussent entr'elles à une distance d'environ trois myriamètres (6 lieues), afin qu'un corps de troupes pût se porter jusqu'au milieu de l'intervalle et rentrer le même jour. Les places de première ligne devraient être assez fortes pour exiger de l'ennemi le développement d'un grand appareil de siége. Celles de la seconde devraient être plus fortes encore: elles seraient les lieux de dépôt, les magasins, les arsenaux de l'État. C'est sous la protection des places de seconde ligne, que l'armée défensive se mettrait, toutes les fois qu'elle voudrait éviter le combat; c'est là qu'elle pourrait attendre les renforts nécessaires; c'est de là qu'elle partirait pour attaquer l'ennemi occupé au siége de quelqu'une des places de première ligne.

Les places de la troisième ligne seraient seulement une ressource pour

le cas où l'ennemi mettrait le siége devant une des places de la seconde; ce qui ne pourrait arriver, s'il n'avait déjà pris au moins une de celles de la première ligne; ces places de troisième ligne pourraient n'être approvisionnées et mises sur le pied de guerre, qu'au moment du besoin.

Voilà quelle devrait être en général la disposition des places fortes sur des frontières, dont le terrain ne présenterait aucun accident; mais ce cas est à-peu-près hypothétique. On trouvera le plus souvent ou des mers, ou des montagnes, ou des rivières, ou des forêts, ou des terrains coupés, marécageux, &c. accidens qui ont tous une influence plus ou moins marquée sur les opérations militaires. Si ces accidens servent de défense, on atteindra le même degré de force avec moins de places; s'ils ouvrent des passages à l'ennemi, il faudra que les places servent à les fermer. De-là une foule de considérations relatives à chaque cas particulier; des considérations d'un autre genre doivent encore être pesées lorsqu'on veut fortifier une frontière, ce sont celles qui sont relatives à l'esprit et aux intérêts des peuples et des gouvernemens; mais il faudra toujours qu'il résulte de l'ensemble des circonstances particulières à chaque portion de frontière et des places qu'on y élèvera, un degré de force équivalent à celui qu'auraient procuré trois lignes de places dans un terrain ouvert: ce degré de force ayant été regardé comme nécessaire pour assurer le sort d'un État.

Voici quelques exemples de la manière d'appliquer ces principes.

Si un État est borné d'un côté par la mer, il faudra renforcer les angles que formeront les frontières continentales, en se joignant aux frontières maritimes, à cause de l'avantage que l'ennemi trouverait à attaquer ces angles à-la-fois par terre et par mer, et à lier les opérations de ses flottes et de ses armées. Quant au reste des côtes, les difficultés et les dangers inséparables d'un débarquement, et le but probable que se proposerait l'ennemi, et qui serait moins de pénétrer dans le pays, que de détruire un port et les établissemens précieux qui en dépendent, doivent déterminer à n'employer qu'une seule ligne de places. La position de ces places sera dépendante de celle des ports naturels; et les parties accessibles de leur intervalle pourront être défendues par de petits forts et des batteries de côtes. La force de l'enceinte de ces places maritimes devra être proportionnée à l'importance des dépôts du port qu'elles renfermeront, et on cherchera à disposer cette enceinte de

manière que l'ennemi ne puisse pas, au moyen d'un bombardement, incendier les magasins et les arsenaux.

Si la frontière est bornée par une chaîne de hautes montagnes, une seule ligne de places pourra encore suffire, non-seulement à cause des difficultés que l'ennemi éprouverait à traverser les montagnes avec tout l'attirail des siéges, mais à cause aussi des bonnes positions défensives qu'offrira un tel pays. Les places seraient en général mal situées sur la cime des montagnes : la rigueur du climat, la difficulté des communications, rendraient cette position inutile pendant la longue durée des neiges, et peu avantageuse dans tout autre temps, et il vaudra mieux élever les places à quelque distance en arrière des hautes chaînes; d'ailleurs, les vallées par lesquelles l'ennemi pourrait s'introduire, se réunissent à mesure qu'elles s'éloignent des sommets et fournissent des débouchés moins nombreux. Ainsi, une place, en fermant un de ces débouchés, ferme en même temps plusieurs portes à l'ennemi; mais en écartant la ligne fortifiée des points les plus élevés, il conviendra d'occuper ces points par des postes d'observation.

Les frontières limitées par un grand fleuve pourront aussi n'être fortifiées que par une seule ligne de places, sur-tout si ce fleuve est bordé par une chaîne de hauteurs qui offre en arrière de bonnes positions défensives. Ces places élevées à trois ou quatre myriamètres de distance l'une de l'autre, sont le moyen le plus efficace, et peut-être le seul praticable pour défendre le passage d'un fleuve; il faudrait de plus qu'elles fussent assez éloignées de la rive ennemie pour n'avoir rien à craindre d'un bombardement qui partirait de là.

Les frontières dont le sol est bas et noyé, exigent un genre de défense particulier; il faut s'enfermer dans des inondations et rompre les défilés praticables à l'ennemi. L'attaqué peut rarement alors prendre le rôle d'attaquant; sa défense est passive et morte, et s'il perd quelques avantages à cet égard, il faut qu'il les compense par la force que lui procurera un usage bien entendu des eaux.

La défense des colonies et des possessions au-delà des mers est soumise aux mêmes règles que celle de la métropole; il faut de même des ports fortifiés; mais il faut aussi des vaisseaux pour transporter les troupes,

pour secourir les places attaquées, pour faire agir enfin les forces mobiles sur la mer, comme elles agissent sur terre.

Les différentes hypothèses que nous venons de parcourir, suffisent pour montrer les principes qu'il faudrait suivre en fortifiant une frontière plus ou moins accessible, et qui offrirait dans son étendue des accidens de différentes espèces.

Quelques personnes, pénétrées des avantages qui résultent d'une bonne disposition de places fortes, ont cru qu'il conviendrait de raser une partie de celles qui existent, pour en élever de nouvelles dans de meilleurs emplacemens. D'autres personnes ont été plus loin, et auraient voulu qu'on rasât sans exception les fortifications de toutes nos villes, pour bâtir des forteresses entièrement militaires et habitées seulement par des soldats, prétendant que les fortifications attiraient sur les citoyens les fléaux de la famine et de l'incendie, et que ceux-ci pouvaient se soulever et obliger la garnison de se rendre.

On peut répondre aux unes et aux autres, qu'il faut se servir des fortifications actuellement existantes, quoique peut-être mal situées, comme on se servirait d'une position naturellement forte quoiqu'elle ne fût pas précisément telle qu'il conviendrait ; il y aurait peut-être autant de démence à débâtir une place pour la rebâtir à quelque distance de là, qu'à détourner une rivière ou à déplacer une colline qui n'aurait pas la position la plus favorable ; l'économie d'hommes, de temps, d'argent, doit entrer pour beaucoup dans l'examen d'un projet quelconque de défense.

On peut répondre de plus à ceux qui voudraient laisser les villes sans défense, et fortifier des enceintes sans habitations, que, pour écarter des citoyens des fléaux très-incertains, on les livrerait bien certainement à d'autres fléaux tout aussi dangereux, aux contributions multipliées que viendrait leur imposer l'ennemi, aux enlèvemens d'otages, aux désordres des passages et des séjours des troupes, aux vexations de toute espèce, au pillage, à l'incendie même. D'ailleurs on ne tardera pas à s'apercevoir que les bombardemens ne sont pas le vrai moyen d'ouvrir les places : l'expérience le prouve. Une autre considération très-importante, c'est qu'en isolant les militaires des autres citoyens, on détruirait la liaison qui doit exister entr'eux, les armées oublieraient peut-être qu'elles sont

partie de la nation; elles formeraient une classe à part, et il ne resterait plus à faire que quelques pas pour se trouver sous le joug d'un gouvernement militaire.

§. III.

Des Retranchemens.

Les principaux ouvrages de fortification, après ceux des places fortes, sont les lignes dont on se sert pour border une frontière, les retranchemens des armées, les camps retranchés sous les places, les *places du moment.* On peut y ajouter les batteries de côtes. Voici quelques principes relatifs à ces différens genres de fortification.

Les lignes continues, soit qu'on les emploie pour défendre une frontière, soit qu'on les emploie pour retrancher une armée, ont plusieurs défauts. Elles gênent, elles empêchent les opérations offensives : on est forcé de les garnir de troupes dans toute leur étendue, et alors elles sont mal gardées. L'ennemi peut donner le change par de fausses attaques; et s'il pénètre en un point, aussitôt toute la ligne tombe, elle n'est plus qu'une masse de terre inutile. Il ne reste à opposer à l'ennemi que des troupes disséminées et découragées. En général, il convient mieux de former une ligne de défense par des points fortifiés, indépendans, et assez rapprochés, pour que l'ennemi ne puisse les dépasser qu'après s'en être emparé. On l'oblige par-là à des attaques partielles et multipliées, où il se trouve entre deux feux, et l'on se réserve la faculté d'agir offensivement contre lui, de profiter de ses fautes, de se défendre lors même qu'une partie des points fortifiés est tombée en son pouvoir.

S'il s'agit de défendre un grand espace dépourvu de places, les points fortifiés seront des postes retranchés; s'il s'agit simplement de défendre le front d'un camp, ces points fortifiés seront des redoutes ou des redans.

On a vu que l'armée chargée de la défense d'une frontière, doit, dans certains cas, se réfugier sous la protection d'une place forte. Pour préparer la position qu'elle peut prendre alors, et la rendre encore plus sûre, on y élève quelquefois des retranchemens; cette position devient alors *un camp retranché sous une place.* L'usage de cette espèce de camps indique qu'ils n'appartiennent proprement qu'aux places de seconde et de troisième ligne.

Quelques personnes ont cru que les camps retranchés sous les places, avaient pour objet de protéger ces places : d'après ce principe, il faudrait mettre ces camps sous toutes celles qui sont menacées, et morceler l'armée en autant de corps ; mais alors on serait inférieur à l'ennemi par-tout où il se présenterait en force, on ne pourrait plus l'attaquer, on se trouverait réduit à une défensive absolue : or celui qui ne fait que se défendre est tôt ou tard obligé de céder.

Il y a des camps retranchés dont l'objet est seulement d'étendre l'enceinte trop resserrée d'une place ; ceux-ci sont d'une espèce différente des précédens, et peuvent plutôt être regardés comme une portion de l'enceinte fortifiée provisionnellement.

Les *places du moment* ou postes retranchés, doivent remplacer les places fortes dans un pays qui en est dépourvu : elles sont principalement nécessaires lorsqu'on s'avance dans l'intérieur du pays ennemi, pour s'y maintenir, pour assurer les communications, pour prévenir les dangers d'une retraite précipitée ; comme elles ont besoin de toutes les ressources de la fortification de campagne, il ne faut pas attendre, pour les construire, le moment du besoin.

Les batteries de côtes peuvent en général se diviser en deux classes, suivant qu'elles ont pour objet de s'opposer à des débarquemens, ou de protéger le cabotage et de défendre des rades et des anses. Les premières batteries doivent être des retranchemens fermés. Il faut pourvoir les autres, suivant leur importance et l'éloignement de mouillages auxquels elles doivent atteindre, de gros canons, de mortiers, de fourneaux à réverbères. L'établissement de ces batteries exige une connaissance détaillée de la côte, des mouillages, des bas-fonds, des courans, des vents règnans, &c. et il est difficile de poser aucune règle générale.

Après avoir examiné quel doit être l'usage des différentes espèces d'ouvrages de fortification dans la défense d'un pays, et déduit de cet usage les principes généraux d'après lesquels il faut les disposer, on s'est proposé de donner quelques principes relatifs à la disposition et à la défense des ouvrages qui composent une enceinte fortifiée.

§. IV.

Disposition générale d'une enceinte fortifiée.

Le premier soin de celui qui fortifie une enceinte, doit être de profiter de tous les moyens que lui offre la nature pour rendre inaccessible une partie de cette enceinte. Par-là il réduira la partie attaquable à un plus petit développement, et ayant un moindre espace à fortifier, il pourra le mieux fortifier ; ce sont les inondations qui remplissent le plus souvent cet objet: mais il ne faut pas non plus abuser de ce moyen. Si l'on entourait entièrement une place d'eau, elle perdrait presque toutes ses propriétés; la garnison se trouverait comme emprisonnée, elle ne pourrait plus porter son action au-dehors. L'ennemi fermerait aisément les seuls défilés par lesquels elle pourrait sortir, et n'aurait plus rien à craindre d'elle. Autant vaudrait presque que la place n'existât pas.

Celui qui fortifie doit ensuite rendre la partie attaquable de l'enceinte aussi peu convexe qu'il lui sera possible. Il cherchera même à la disposer en ligne droite ou concave; outre les motifs de cette règle qui sont relatifs à l'enceinte bastionnée, comme ceux de former des rentrans entre les demi-lunes; de dérober les prolongemens des faces des bastions, de diminuer l'emplacement des batteries de contre-flanc ; il y en a de plus généraux qui s'appliquent à toute espèce d'enceinte : en effet, si l'on présente à l'attaquant une enceinte convexe, il l'enveloppera, il fera converger ses feux sur la partie attaquée, il prendra le défenseur de flanc et de front ; de-là la facilité qu'il trouvera à enfiler les faces des ouvrages. Les feux du défenseur au contraire divergeront et n'atteindront l'attaquant que de front. Ces feux auront donc moins d'effet. Le contraire arrive lorsqu'on peut donner à l'enceinte une forme concave, et l'avantage est alors pour celui qui la défend ; mais ce cas est extrêmement rare, parce qu'une enceinte fermée ne peut présenter de concavité, qu'elle ne présente en même temps des saillans, contre lesquels les attaques se portent naturellement ; à moins cependant que des obstacles naturels ou artificiels ne leur donnent une très-grande force. Un autre inconvénient d'une enceinte convexe, c'est que si le

défenseur veut augmenter sa force en portant une seconde enceinte en avant de la première, il est obligé de lui donner un grand développement.

L'expérience prouve que rien n'ébranle tant la résolution des soldats, que de sentir l'ennemi près des derniers retranchemens qui leur restent. Peu leur importe que la disposition de ces derniers retranchemens permette encore une longue et vigoureuse défense; l'idée du danger, l'ignorance des propriétés de la fortification les empêchent de sentir toutes leurs ressources. On peut de-là tirer les conséquences suivantes : 1.° que la dernière enceinte d'une forteresse, le corps de place, doit être à l'abri de toute attaque de vive force, c'est-à-dire, revêtu et bien flanqué; 2.° que ce corps de place doit être couvert par la contrescarpe, de manière que l'ennemi ne puisse en entamer le revêtement, qu'après être parvenu jusqu'au bord du fossé; 3.° qu'il faut, après avoir pourvu à la sûreté du corps de place, retenir l'ennemi loin de cette dernière enceinte, par d'autres enceintes avancées aussi loin qu'il sera possible. Ces autres enceintes seront des lignes d'ouvrages détachés, chacun desquels sera à l'abri d'une attaque de vive force, et aura, avec le corps de place, une communication assurée. La distance de ces ouvrages sera telle, que l'ennemi ne puisse passer dans les intervalles, et les intervalles d'une ligne correspondront aux ouvrages de la ligne en arrière. Un des plus grands avantages d'une pareille disposition, sera la facilité qu'elle donnera aux défenseurs d'aller attaquer l'assiégeant dans ses travaux où il est à l'étroit et sur la défensive; car il ne faut jamais oublier qu'on ne peut bien se défendre qu'en attaquant. Les troupes trouveront à la gorge des ouvrages détachés, des lieux de rassemblement spacieux et une retraite sûre.

Ces ouvrages ne pourront pas toujours tirer leur défense du flanquement de ceux qui sont en arrière, il convient donc de leur procurer une défense qui leur soit propre. Les moyens qu'on propose pour parvenir à ce but, sont 1.° les contremines; on se servira de l'explosion des fourneaux, principalement pour préparer les sorties, en jetant l'épouvante parmi les assiégeans; 2.° les casemates à *feux de revers*, qui ne sont visibles à l'ennemi qu'au moment où il monte à la brèche, et où il ne peut plus ni s'en garantir, ni les contre-battre; 3.° *les réduits de sûreté* à l'abri de la bombe, liés à la place par une communication souterraine, et portant leurs feux sur les

logemens que l'ennemi tenterait de faire dans l'ouvrage ; 4.° *les casernes défensives* servant de réduits de sûreté dans le cas où l'ouvrage serait trop loin de la place pour qu'on pût établir une communication, et où il faudrait pourvoir aux logemens des troupes. Les ouvrages détachés seront d'ailleurs pourvus d'abris, qu'on se procurera par des traverses casematées. Quelques-uns de ces moyens de défense sont encore nouveaux, parce que c'est depuis peu de temps qu'on a bien senti les avantages que présentent les ouvrages détachés. On s'était plutôt occupé de resserrer la défense près du corps de place, de préparer des chicanes à l'ennemi, depuis le couronnement du chemin couvert jusqu'à l'ouverture des dernières brèches, de lui disputer le terrain pied à pied : on ouvre donc une carrière presque inconnue, en proposant de porter à l'extérieur les principaux efforts de la défense. Lorsqu'on approfondira cette matière, on se trouvera conduit à des questions neuves et importantes, comme celle de savoir si une ligne d'ouvrages détachés, placés en avant d'un corps de place bastionné, ne vaudrait pas mieux que des demi-lunes.

Telles sont les considérations générales offertes aux élèves sur la défense des frontières et des places ; mais il en est une encore dont on a sur-tout tâché de leur faire sentir l'importance, c'est l'absurdité de tout système exclusif en fortification ; c'est la nécessité de savoir plier quelquefois les règles aux circonstances, lors même qu'on pourrait plier les circonstances aux règles ; c'est enfin l'avantage qu'on trouve à employer, sans prévention, tous les moyens de défense, à les lier entr'eux, et à les faire concourir vers un même but, la conservation des hommes et de la sûreté l'État.

SECONDE PARTIE.

De la fortification en plaine, de l'attaque et de la défense des Places.

La seconde partie du cours préliminaire de fortification a été destinée à exposer les règles fondamentales de la fortification, de l'attaque et de la défense des places. Ces trois choses sont intimement liées : la manière dont on doit se fortifier, dépend de la manière dont on présume que l'on sera attaqué, et des moyens que l'on compte employer pour se défendre. L'attaque et la défense sont aussi modifiées par l'espèce de fortification

à laquelle elles sont appliquées. Il est donc impossible d'enseigner l'une sans parler en même temps des autres, et c'est ce qui complique sur-tout l'étude de la fortification.

Pour sortir de cette difficulté, on a divisé la seconde partie du cours en deux paragraphes, dont l'un, purement descriptif, n'a été destiné qu'à faire connaître aux élèves les moyens d'attaque et de défense actuellement employés, en les appliquant à une fortification ordinaire et semblable à celle de la plupart de nos places.

Dans le second paragraphe, on a fait usage des notions données dans le précédent, sur l'attaque et la défense, pour établir les règles d'après lesquelles on doit juger des ouvrages de fortification; ce qui a conduit à examiner les principaux systèmes de fortification, et à exposer les derniers changemens faits à ceux de Vauban.

On n'a point parlé de l'usage des eaux pour la défense, ni de l'établissement de la fortification en terrain irrégulier, ce devait être le sujet de la troisième partie du cours.

§. I.

Description d'un front de fortification, et des moyens d'attaque et de défense.

Les fortifications ayant été à chaque époque destinées à s'opposer aux moyens d'attaque connus, il suit de-là qu'à mesure que l'art de l'attaque s'est perfectionné, l'art de la fortification a dû éprouver des changemens. Dans le temps où l'on ne connaissait pas encore les machines propres à renverser les murailles, c'est-à-dire, suivant le rapport de quelques historiens, avant le siège de Samos par Périclès, de simples murailles étaient une fortification excellente. Au haut de ces murs étaient une espèce de rempart étroit, et des crénaux, qui garantissaient des traits des ennemis ceux qui étaient sur le rempart. Des tours saillaient de distance en distance au-delà de l'enceinte, afin qu'on pût voir ce qui se faisait au pied des murs, et empêcher plus facilement l'escalade.

On inventa bientôt les tours mouvantes pour s'approcher des remparts, les dominer, en chasser les défenseurs et descendre dans la ville; le

belier pour ouvrir les murailles ; les sapes pour en ruiner les fondemens ou pour pénétrer jusque dans l'intérieur, &c.

Les assiégés, afin de se défendre contre ces nouveaux moyens d'attaque, renforcèrent leurs murailles, les entourèrent de fossés, construisirent des machines destinées à lancer des rochers ou des dards enflammés, ou à enlever les beliers, et se garantirent par des contre-sapes, des sapes de l'assiégeant.

Voilà en quoi consistaient à peu-près la fortification, l'attaque et la défense des places avant l'invention de la poudre. Depuis cette époque, l'usage de l'artillerie et des mines s'introduisit par degrés; et après avoir été instruit par l'expérience de beaucoup de siéges, on reconnut la nécessité de renforcer les murailles par un épais rempart de terre. Ce rempart servit à porter de l'artillerie, et un parapet aussi en terre ; on fut obligé en même temps d'agrandir considérablement les tours, pour qu'elles pussent contenir le rempart, et on changea leur forme en celle de bastions, afin que tous les points du bas de l'enceinte pussent être vus de dessus quelque partie du rempart. Cette condition était alors d'autant plus nécessaire que pour faire la brèche, on se servait le plus souvent du mineur, qu'on attachait au pied du revêtement; enfin on trouva qu'il était très-avantageux d'enfoncer, pour ainsi dire, les revêtemens dans le fossé, afin de les dérober aux premières batteries de l'assiégeant. Celui-ci ne pouvait plus alors faire de brèches qu'après être arrivé au bord du fossé.

Voilà l'origine de l'enceinte bastionnée, qui est actuellement la plus généralement adoptée.

Malgré ces changemens dans la fortification, la rapidité des siéges s'accroissait toujours. Les assiégeans, à la faveur de la nuit, venaient d'emblée se loger au bord de la contrescarpe, ou bien attachaient le pétard aux portes de la ville. C'est ce qui fit imaginer le chemin couvert, pour défendre la contrescarpe et faciliter les sorties, et la demi-lune, pour garantir les portes du pétard et des surprises. Dans la suite, l'expérience apprit que la demi-lune pouvait avoir une autre utilité, qu'elle retardait l'assiégeant par ses feux, qu'elle le forçait à une attaque particulière ; on augmenta en conséquence la capacité de cet ouvrage, la

largeur et la profondeur de son fossé, on fit même des retranchemens dans son intérieur, et on en plaça sur tous les fronts indifféremment.

Après divers essais de fausses brayes, de places basses, de flancs bas, on reconnut que ces ouvrages, par lesquels on voulait doubler la défense, en doublant l'enceinte, n'avaient d'utilité que lorsqu'ils étaient séparés du corps de place par un fossé; ce qui introduisit l'usage des contre-gardes et des tenailles; mais les seules tenailles furent regardées comme indispensables.

Nous parlerons dans la suite des autres ouvrages que l'on a imaginés pour renforcer l'enceinte. Ce qui précède suffit pour donner une idée d'un front simple, pareil à ceux de la plupart de nos places, composé 1.° de deux demi-bastions et d'une courtine enveloppés d'un fossé, et formant le corps de place; 2.° d'une tenaille; 3.° d'une demi-lune et de son fossé; 4.° du chemin couvert, et du glacis.

C'est un front semblable dont on a exposé l'attaque et la défense dans le cours préliminaire.

Lorsqu'on a résolu d'attaquer une place, après avoir réuni les troupes, les approvisionnemens et l'artillerie nécessaire, après avoir formé l'investissement, après avoir établi et retranché le camp de l'armée de siége, on choisit la partie de l'enceinte par laquelle on veut pénétrer dans la place.

C'est près de-là, et cependant dans des endroits couverts contre le canon, que l'on met le parc d'artillerie, et les dépôts de gabions, fascines, saucissons, nécessaires pour l'attaque.

Quoique l'assiégeant ait dû faire ce qui dépendait de lui pour investir la place dans un moment où la garnison ne s'y attendait point, et pour cacher son dessein sur la partie de l'enceinte qu'il veut attaquer, nous supposerons que le commandant de la place ait pu prendre de son côté les précautions convenables, qu'il ait pu s'approvisionner de vivres et de munitions, et mettre en état de défense le front d'attaque et les fronts adjacens. Pendant cette première époque du siége, il doit placer du canon sur les saillans des bastions et des demi-lunes qui sont les parties plus avancées de l'enceinte, et se servir de ce canon et de la garnison pour faire reculer l'ennemi, s'il approche trop.

Lorsque l'assiégeant est prêt, il fait avancer, le soir en silence, des travailleurs et des troupes, et il ouvre la tranchée, c'est-à-dire un chemin creux, dont la terre rejetée du côté de la place, forme un parapet.

Les ouvrages au moyen desquels on s'approche d'une place, sont en général de deux sortes; les uns ont pour objet d'avancer vers un point de l'enceinte, qui est ordinairement un des saillans du chemin couvert ou une brèche. Ce sont les communications, les tranchées, les sapes, les descentes de fossé, &c. Les autres ont pour objet de préparer et de soutenir le cheminement, en s'opposant aux sorties de l'assiégé, en éteignant ses feux, en ruinant ses défenses ou en interceptant ses communications; de ce nombre sont les parallèles, les demi-parallèles, les batteries de canons, d'obusiers, de mortiers, de pierriers, les cavaliers de tranchée, &c.

Ces ouvrages s'exécutent, suivant que le feu de l'assiégé est plus ou moins dangereux, ou à découvert, ou à la sape volante, ou à la sape pleine. Si l'on ne craint que des feux de face, on se couvre seulement par un parapet ou épaulement; si l'on craint en outre des feux de flanc, on fait des traverses; si l'on craint à-la-fois des feux de face, de flanc et de revers, on est obligé de faire une sape double et des traverses tournantes; si l'on est enfin plongé par l'ennemi, on se blinde, c'est-à-dire, on se fait un toit avec des fascines et de la terre. Dans ces derniers cas, les soldats ne pouvant tirer par-dessus le parapet sans s'exposer beaucoup, les ouvrages sont difficiles à défendre contre les sorties.

Il y a des cas dans lesquels l'assiégeant ne peut avancer d'aucune manière; il est alors obligé d'attendre que son artillerie ou ses autres opérations aient fait taire ou chassé l'ennemi.

De son côté l'assiégé ne doit rien négliger pour arrêter, ou même pour faire reculer l'assiégeant par des sorties vigoureuses ou par le feu de son artillerie; mais il faut qu'en disposant cette artillerie, il songe en même temps à l'effet qu'elle doit produire et à sa conservation; c'est pour cette raison qu'il la garantira par des traverses, des blindages, &c. ou même qu'il la retirera de dessus les remparts, par-tout où elle serait trop

exposée : il doit aussi préparer des chicanes à l'ennemi par de petits ouvrages en terre, des lignes de contrapproches, des coupures, des réduits, &c.

Lorsque l'assiégeant est parvenu jusqu'à la queue des glacis, au moyen des zigzags préparés et soutenus par des batteries à ricochet, des batteries de mortiers, des parallèles, des demi-parallèles, il faut qu'il s'empare du chemin couvert, ce qu'il peut faire, soit en l'attaquant de vive force, soit en élevant des cavaliers de tranchée, dont le feu plongeant le fasse abandonner par l'assiégé ; l'assiégeant travaille ensuite à deux espèces de batteries ; les batteries de brèche, pour ouvrir le revêtement des ouvrages et y pratiquer des rampes, et les contre-batteries, pour éteindre les feux de celles que l'assiégé destine à défendre les fossés des ouvrages attaqués.

A cette époque, l'assiégé ne doit plus craindre d'exposer son artillerie, c'est en vain qu'il la ménagerait ; d'ailleurs l'assiégeant a dû masquer et rendre inutiles la plupart de ses propres batteries par ses derniers travaux. L'assiégé court donc moins de risques jusqu'à l'établissement de nouvelles batteries ; ses sorties doivent aussi être plus fréquentes.

Pendant que l'assiégeant prépare la brèche, il doit travailler à descendre dans le fossé ; il fait pour cela une galerie souterraine ou blindée, qui aboutit au fond du fossé lorsqu'il est sec ; il fait ensuite une tranchée qui conduit du débouché de la descente au pied de la brèche : si le fossé est plein d'eau, la descente doit aboutir au-dessus du niveau de l'eau, et on construit ensuite, jusqu'à la brèche, avec des fascines, des saucissons, des sacs à terre, &c. une espèce de digue ou de pont. Lorsque l'assiégeant s'est ainsi ouvert un chemin jusque dans l'intérieur d'un ouvrage, il ne lui reste plus qu'à s'y établir, soit en donnant l'assaut, si l'assiégeant persiste à y rester, soit en se glissant par une sape jusque sur l'ouvrage même ; si l'ouvrage fait partie du corps de place, et que l'assiégé ne se soit pas ménagé de retraite, il serait imprudent pour lui d'attendre l'assaut.

Voilà quelle est, en général, la marche qu'on suit actuellement pour forcer un ouvrage, lorsque de part et d'autre on ne fait point usage des mines.

§. II.

Examen des systèmes et règles générales du tracé et du relief.

Après avoir fait connaître aux élèves les principaux moyens d'attaque et de défense appliqués à un front particulier, il a été facile de leur montrer comment ces moyens s'appliquaient à toute espèce de fortification, et de leur faire comparer les obstacles que l'assiégeant éprouverait dans chaque cas.

On a d'abord examiné le système de ceux qui rejettent les bastions et les parapets de terre, et qui les remplacent par une enceinte de galeries casematées et garnies d'une grande quantité de canons.

On a montré aux élèves quelles sont les circonstances dans lesquelles cette espèce de fortification peut être utile : on leur a fait voir comment, dans les autres cas, l'assiégeant pourrait l'attaquer, même avec une artillerie inférieure ; et on leur a donné, sur les casemates en général, les notions que l'on a pu jusqu'à présent déduire de l'expérience.

La méthode bastionnée étant depuis plusieurs siècles la plus généralement employée, elle a donné lieu à une foule de systèmes différens. Ces systèmes sont des règles graphiques pour disposer et proportionner les différentes parties de l'enceinte. Ils sont inutiles pour les vrais ingénieurs, qui disposent et proportionnent tout d'après les principes de l'art appliqués à chaque circonstance; aussi Vauban n'avait-t-il pas réellement de système; il alongeait ou racourcissait les fronts, les faces des bastions, les flancs, &c. jusqu'à ce que le terrain fût bien occupé et avec le moins de frais possible.

Quoi qu'il en soit, on peut regarder les systèmes, sinon comme des méthodes générales, du moins comme des méthodes appliquables aux terrains unis, et renfermant les principes de leur auteur sur la fortification.

Lorsqu'on examine les anciens systèmes, on voit que leur principal défaut consiste dans la petitesse des bastions. Ce défaut provient sans doute du peu d'artillerie dont on faisait alors usage pour l'attaque ou pour la défense. Ne connaissant ni les tenailles ni les grandes demi-lunes qui couvrent les flancs, les ingénieurs avaient imaginé de les garantir par un orillon. Ils attachaient, en général, une grande importance aux flancs; ils croyaient que c'était de-là que dépendait toute la défense de la place; c'est pour

cette raison qu'ils faisaient des flancs bas, des seconds flancs, des flancs casematés, &c. et qu'ils leur donnaient une direction très-oblique par rapport au fossé; mais depuis, on a cherché des moyens de défense plus sûrs.

Un autre défaut des anciens systèmes, c'est la facilité que l'assiégeant avait d'ouvrir le corps de place à-la-fois en plusieurs endroits, au moyen des premières batteries qu'il construisait sur le chemin couvert; l'assiégé ne pouvait plus alors faire de retranchement en arrière des brèches, le travail eût été trop considérable.

Quelquefois, dans ces systèmes, les dimensions qui doivent dépendre de la portée des armes, sont ou trop courtes ou trop longues; enfin, les méthodes graphiques qui servent à les tracer, ne s'appliquent que très-mal à un grand nombre de cas.

Vauban et Cochorn surpassèrent tous les ingénieurs qui les avaient précédés; le dernier imagina de défendre le chemin couvert, et de garantir le corps de place, au moyen de petits ouvrages construits dans les places d'armes rentrantes du chemin couvert. Vauban inventa la tenaille, agrandit les demi-lunes, supprima les orillons, et perfectionna toutes les parties de l'enceinte. Sa fortification de Neuf-brisach a servi de base au tracé de Cormontaigne et des autres ingénieurs modernes.

Après avoir fait sentir aux élèves les avantages et les inconvéniens des principaux systèmes de fortification, on a fait l'examen de plusieurs constructions qui n'appartiennent à aucun en particulier, comme les fausses brayes, les chemins des rondes, les cavaliers, les contre-gardes, les tenaillons, les ouvrages à corne et à couronne, les avant-fossés, les avant-chemins couverts, les lunettes, &c.; on a terminé cette seconde partie du cours préliminaire, en établissant les règles que l'on doit suivre pour le tracé et le relief d'un front, et en exposant la méthode moderne déduite de ces règles.

Les caractères particuliers de cette méthode sont, 1.° la saillie des demi-lunes, formant par-là une enceinte particulière que l'assiégeant est obligé de forcer avant de parvenir aux bastions; 2.° la manière dont les épaules des bastions, les flancs et la courtine sont couverts par les demi-lunes et les réduits des places d'armes rentrantes; 3.° La nécessité où l'assiégeant se trouve d'attaquer le réduit de la demi-lune, lorsque les bastions sont retranchés. Les avantages de cette méthode augmentent beaucoup

lorsque les fronts sont développés suivant une ligne droite ; enfin, ils surpassent ceux de tous les systèmes, également coûteux, proposés jusqu'à présent. Si l'on veut renforcer une partie d'enceinte, élevée d'après ces principes, on construit, suivant les circonstances, des cavaliers, des contre-gardes, des lunettes, des contre-mines. C'est ce qui a conduit à exposer aux élèves les méthodes actuellement employées pour établir ces différens ouvrages.

TROISIEME PARTIE.

De la fortification irrégulière.

Les principes établis dans la seconde partie du cours, suffisaient pour enseigner aux élèves la manière de fortifier une place située au milieu d'une plaine, rase et privée d'eau. Dans ce cas, l'enceinte soumise dans toute les parties aux mêmes considérations, peut être régulière, c'est-à-dire, inscrite dans un cercle, et présentant dans tout son contour les mêmes ouvrages construits de la même manière.

Mais on conçoit que ce cas, s'il existe, est du moins extrêmement rare; le terrain offre ordinairement des inégalités plus ou moins considérables, des rivières, des marais, etc. Il est donc important de savoir plier la fortification à tous ces accidens, de manière qu'avec le même travail, la même dépense, on parvienne à lui donner un degré de force égal ou même supérieur à celui qu'elle aurait eu, si elle avait été établie sur un site simple.

Cette partie de la science de l'ingénieur est inépuisable, et il est difficile de la réduire en règles. Les modifications des accidens et leurs combinaisons sont en nombre infini. Les règles que l'on établirait pour un des cas, ne s'appliqueraient pas exactement aux autres; et en général, il faut pour chaque cas faire les mêmes recherches qui servent à établir les règles, c'est-à-dire, qu'il faut remonter aux principes; c'est par cette raison, qu'une place située sur un terrain varié, ne sera jamais bien fortifiée que par un ingénieur instruit et expérimenté, tandis qu'un simple maçon pourrait fortifier une place située sur un terrain uni, en suivant les règles d'un bon traité de fortification.

Il est cependant nécessaire de mettre ceux qui se destinent au génie

militaire sur la voie de ces applications des principes, et de les leur rendre, par des exemples, plus familières et plus faciles.

Il y a quatre raisons principales pour ne pas fortifier régulièrement en terrain varié :

1.° La difficulté ou l'impossibilité de la construction;

2.° Les couverts que le terrain offrirait à l'assiégeant;

3.° La facilité que le terrain lui donnerait de voir l'intérieur ou le revêtement des ouvrages;

4.° Les avantages naturels qui permettent de moins fortifier certaines parties de l'enceinte, ou dont on ne pourrait profiter, en conservant une enceinte régulière.

§. I.

Première cause d'irrégularité dans la fortification. Difficulté ou impossibilité de la construction.

Lorsque les sinuosités du terrain sont peu marquées, elles n'empêchent point de donner à la fortification un tracé et un relief réguliers, mais si ces sinuosités sont considérables, il faut que la fortification en suive les contours, plus ou moins exactement; sans cela, on se jetterait dans des remuemens de terre énormes et peut-être inutiles, puisqu'une fortification régulière, qui aurait devant elle un terrain irréguliers, pourrait perdre la plupart de ses propriétés. Les rochers, les eaux, l'égalité qui doit exister entre les déblais et les remblais, obligent aussi quelquefois à s'écarter de la régularité.

§. II.

Deuxième cause d'irrégularité. Couverts que le terrain offre à l'assiégeant.

Il importe que l'assiégeant, parvenu à 8 ou 900 mètres (4 ou 500 toises) des fortifications, ne trouve sur le terrain aucun couvert qui le favorise dans la conduite de ses tranchées; il faut donc, lorsqu'on ne peut faire disparaître ces couverts par l'aplanissement du terrain, en éloigner la fortification jusqu'à ce qu'ils ne soient plus dangereux, ou disposer le tracé

tracé et le relief de l'enceinte, de manière qu'elle puisse découvrir les points cachés, ou enfin remplir le même objet par quelqu'ouvrage particulier, comme une lunette ou un cavalier. Il faut, dans chaque cas, choisir celui de ces moyens qui est le moins coûteux, et qui s'accorde le mieux avec toutes les autres conditions d'une bonne fortification. En éloignant, par exemple, l'enceinte des couverts dangereux, on doit éviter de diminuer trop l'intérieur de la place ; en augmentant le relief, on doit éviter de découvrir les revêtemens ou de diminuer la capacité des ouvrages, ou de les rendre moins propres à la défense des chemins couverts, &c. et en ajoutant un ouvrage à l'enceinte, on doit songer à l'augmentation de garnison que sa défense exigera, &c.

§. III.

Troisième cause d'irrégularité. Facilité que le terrain donnerait à l'assiégeant de voir l'intérieur, ou le revêtement des ouvrages.

Suivant quelques ingénieurs, la vue de l'assiégeant commence à être dangereuse, lorsqu'il est à 12 ou 1500 mètres (7 ou 800 toises) des ouvrages; d'autres fixent cette distance à 8 ou 900 mètres (4 ou 500 toises): on doit observer, à cet égard, que les vues éloignées sont plus dangereuses pour l'intérieur des ouvrages que pour les revêtemens.

L'opération nécessaire pour cacher l'intérieur et le revêtement des ouvrages aux vues de l'ennemi, se nomme le *défilement,* et l'on peut défiler une fortification, soit par son tracé, soit par son relief, soit par des masses de terre nommées *traverses* et *parados.* Il y a des cas où il vaut mieux, au lieu de se défiler par aucuns de ces moyens, occuper par des ouvrages les points du terrain dont l'ennemi pourrait profiter.

Pour que l'intérieur d'un ouvrage soit défilé, il faut qu'en faisant passer un ou plusieurs plans par la crête de ses parapets et parallèlement au terre-plein, ces plans qu'on nomme *plans de défilement,* soient élevés au-dessus du terrain d'une hauteur verticale plus grande que celle à laquelle l'assiégeant pourrait se placer, dans tout l'espace d'où ses vues pourraient être dangereuses.

Le revêtement d'un ouvrage est défilé, lorsqu'il ne surmonte pas les plans de défilement des ouvrages qui sont placés devant lui.

On peut regarder aussi comme une règle du défilement, de disposer le tracé de manière que les prolongemens des faces des ouvrages s'élèvent le plus qu'il est possible au-dessus du terrain où l'assiégeant pourrait placer ses batteries.

On voit, par la définition du défilement, qu'on peut réduire cette opération à des procédés de géométrie descriptive. Quelquefois un ou deux points de la crête du parapet de l'ouvrage qu'on veut défiler, sont déterminés de position; il faut alors trouver un plan qui passe par ces points, et qui remplisse les conditions du plan de défilement. Quelquefois le tracé de la fortification est déterminé, tandis que son relief peut varier entre de certaines limites; il faut alors trouver les plans de défilement qui remplissent le mieux le but qu'on se propose. D'autres fois, l'emplacement de la fortification n'est déterminé qu'en partie; il faut alors chercher quelle est, à l'égard du défilement, la position la plus favorable à donner au reste de l'enceinte, &c.

En exerçant les élèves à résoudre géométriquement ces différens problèmes, on les prépare à les résoudre par estimation, lorsqu'ils auront besoin d'en faire l'application rapide.

§. IV.

Quatrième cause d'irrégularité. Avantages qu'on peut retirer de la nature du terrain.

Les principaux avantages qu'offre le terrain, sont le commandement, les rocs et les eaux (1).

Le commandement de la fortification sur le terrain où l'assiégeant doit conduire ses tranchées, rend son cheminement plus long et plus périlleux; ses batteries à ricochet ont moins de prise sur les ouvrages.

Le roc, soit qu'il forme des escarpemens naturels, soit qu'on y creuse les fossés, empêche l'assiégeant de faire brèche aux ouvrages; et lorsqu'il forme une esplanade en avant des ouvrages, l'assiégeant ne peut s'en approcher, qu'en apportant la terre de ses parapets.

Les espaces couverts d'eau, lorsqu'ils s'étendent loin de la place, peuvent gêner ou couper la communication des différens quartiers de l'armée assiégeante. Lorsqu'ils sont immédiatement devant l'enceinte, ils empêchent

(1) On peut mettre au rang de ces avantages, les anciennes constructions encore existantes.

le cheminement ; l'eau dans les fossés peut en rendre le passage très-difficile, sur-tout lorsqu'on a les moyens de lui imprimer des courans.

En disposant l'enceinte de manière à profiter de ces avantages, on en rendra souvent une partie inattaquable, ou du moins on parviendra au degré de force qu'on desire, avec moins d'ouvrage et moins de frais.

On a déjà vu combien il est avantageux de disposer l'enceinte d'une place, de manière qu'elle présente des parties droites ou concaves ; mais on ne peut le faire, sans affaiblir en même temps l'enceinte par des parties saillantes. Les obstacles naturels donnent le moyen d'éviter cet inconvénient sans perdre l'avantage qui en résulte ; il suffit de placer les parties saillantes dans les endroits naturellement forts, et les parties droites ou concaves, dans les endroits dépourvus des mêmes obstacles. On donne souvent à des portions de l'enceinte cette forme concave en avançant des ouvrages dans des endroits inaccessibles, comme au milieu d'une inondation. Ces ouvrages, qu'on nomme quelquefois pièces à *feux de revers*, deviennent des saillans, relativement aux parties accessibles.

Il faut aussi, lorsqu'on le peut, disposer le tracé de manière que le prolongement des faces tombe dans des endroits où l'assiégeant ne puisse construire de batteries.

Le meilleur emploi des eaux dépend de plusieurs considérations, et exige des constructions particulières, comme des digues, des bâtardeaux, des écluses, qu'on a fait connaître aux élèves.

Les quatre causes d'irrégularité dont nous venons de parler, se compliquent le plus souvent, et quelquefois se contrarient. Il faut alors sacrifier quelqu'une des règles ; mais c'est seulement en étudiant, en méditant les places et les ouvrages construits par les bons ingénieurs, et sur-tout par Vauban, qu'on peut acquérir le tact sûr et délicat qui les dirigeait.

Tel est l'extrait des leçons du cours préliminaire ; nous n'avons fait qu'indiquer les matières qui y ont été traitées ; et ce cours, que les instituteurs étaient obligés de resserrer dans vingt-quatre leçons, n'était lui-même qu'un abrégé : on n'a donc pu trouver ici qu'une esquisse très-rapide d'un cours de fortification, et quelques vues générales que ne donnent pas les traités élémentaires.

H. SAY.

STÉRÉOTOMIE.

COURS DE FLORÉAL.

La troisième série des principes généraux de la stéréotomie, comprend les intersections des surfaces courbes.

Les élèves ont été exercés pendant tout le mois de floréal à la construction de ces intersections. Ils ont senti que cette partie était d'une utilité directe dans tous les arts qui s'occupent des formes ; aussi ont-ils redoublé de zèle et d'application, dans une carrière où ils commençaient déjà à vaincre des difficultés.

Si l'on peut concevoir une surface courbe, comme engendrée par le mouvement d'une ligne courbe, dont la forme et la position varient suivant une certaine loi, il est évident que pour connaître les propriétés et les affections de cette surface, il n'y a pas de moyen plus sûr que d'examiner les différentes courbes qui résultent de son intersection par une autre surface, soit plane, soit courbe.

D'un autre côté, les courbes que nous rencontrons dans les productions de l'art, ne sont que le résultat de ces intersections sur les formes les plus usuelles.

C'est sous ce double point de vue théorique et pratique, que l'on a donné des méthodes très-simples pour construire les intersections des surfaces développables, des surfaces gauches et de celles de révolution par un plan. Par-tout l'on a exigé la construction rigoureuse des tangentes, à l'occasion desquelles l'instituteur a démontré, d'une manière graphique, le théorème de l'invariabilité de la sous-tangente pour toutes les sections planes faites dans un même cylindre.

Par rapport aux surfaces développables, on a exposé des procédés simples de transporter sur la surface supposée développée, la section faite par un plan, et de construire les tangentes à cette courbe.

Des intersections par des surfaces planes, l'on a passé aux intersections des surfaces courbes ; après avoir exposé plusieurs méthodes générales sur

les cylindres et les cônes, on y a joint un cas particulier d'intersection de deux surfaces de révolution : on a, de même que dans les intersections planes, constamment appuyé sur la construction exacte des tangentes.

On a indiqué les différentes parties des arts pratiques où les pénétrations sont d'un usage très-fréquent; mais elles ont été présentées aux yeux des élèves, comme un moyen de résoudre les problèmes de géométrie, d'une manière aussi expéditive qu'élégante.

Application des intersections de Surfaces.

DIFFÉRENTES questions stéréotomiques ont été résolues par l'application de nos méthodes générales. On a donné quelques exemples de géographie pratique, et l'on a indiqué, à cette occasion, les avantages que l'on peut retirer des aërostats pour remplir un canevas de carte, dont les principaux points seraient donnés.

Les problèmes de géométrie descriptive qui ont été proposés à la fin de germinal, ont si bien occupé les élèves, que les résultats qu'ils en ont remis, sont une nouvelle preuve et de leur sagacité et de l'utilité de cet exercice.

La presque totalité de ces questions a été résolue par le plus grand nombre des élèves. Les solutions que beaucoup d'entr'eux ont données, sont d'une marche aussi directe, que les épures qu'ils ont présentées sont d'une construction élégante.

On doit prévoir que de ce concours d'applications nombreuses, et de cette action réciproque de facultés plus ou moins exercées, la science recueillera des productions, qui seront autant de matériaux sur lesquels il pourra, par la suite des temps, s'élever un édifice de connaissances plus vastes et plus élégamment ordonnées.

A la fin de floréal, on a distribué aux élèves une nouvelle liste de questions intéressantes, et proportionnées aux progrès qu'ils avaient faits dans l'art.

TABLEAU des opérations qui ont été exécutées par les Élèves de l'École polytechnique, pendant le mois Floréal.

INTERSECTIONS DES SURFACES.

28.

Section faite dans la surface d'un cylindre droit, par un plan perpendiculaire à un des plans de projection, avec les tangentes et le développement.

29.

Intersection du cylindre oblique par un plan perpendiculaire à son axe. Développement et tangentes.

30.

Intersection du cône droit par un plan perpendiculaire à un des plans de projection. Développement et tangentes.

31.

Intersection du cône oblique par un plan perpendiculaire à un plan vertical. Développement et tangentes.

32.

Intersection d'une surface de révolution, par un plan. Avec les tangentes.

33.

Intersection d'une surface gauche de révolution, par un plan. Avec les tangentes.

34.

Intersection de deux cylindres. Avec les tangentes.

35.

Intersection de deux cônes obliques. Avec les tangentes.

36.

Intersection de deux surfaces de révolution. Avec les tangentes.

Application des intersections de surfaces.

37.

Quatre points étant donnés dans l'espace, trouver un cinquième qui soit à égale distance de chacun d'eux, ce qui se réduit à circonscrire une sphère à une pyramide donnée.

38.

Inscrire une sphère dans une pyramide donnée.

39.

Connaissant les distances d'un point à trois points donnés, construire ce point. Intersection de trois sphères.

40.

Connaissant la distance d'un point à trois lignes données, construire ce point. Intersection de trois surfaces cylindriques.

41.

Connaissant les angles que forment, avec la verticale, trois lignes menées par un point, construire ce point. Intersection de trois surfaces coniques.

42.

Connaissant la base d'une pyramide avec les angles des arêtes au sommet, construire les projections du sommet. Intersection de trois surfaces de révolution.

SUITE DES PROBLÈMES

Qui ont été proposés aux Élèves, à la fin du mois Floréal.

1.

Intersection de deux cônes à bases circulaires, dont les axes ne sont pas parallèles. Reconnaître si ces courbes d'intersection ont des branches qui s'étendent à l'infini; et, dans ce cas, trouver leurs asymptotes.

2.

Intersection d'une surface de révolution avec une surface cylindrique.

3.

Intersection d'une surface conique, et de la surface gauche engendrée par le mouvement d'une droite sur trois autres.

4.

Intersection de deux surfaces gauches engendrées chacune par le mouvement d'une droite sur trois autres.

5.

Quatre droites étant données dans l'espace, trouver le point qui est également éloigné de chacune d'elles.

6.

Dans une hélicoïde de ces trois choses : section par l'axe, section perpendiculaire à l'axe, hélice décrite par un point de la surface, deux étant données, trouver la troisième.

COUPE DES PIERRES.

COURS DE PRAIRIAL.

Les principes généraux de la géométrie des surfaces ayant été établis pendant les mois de germinal et de floréal, on a ouvert, au commencement de prairial, le premier cours d'application. Cette partie de la science de l'étendue a fait de grands progrès dans ce siècle. Cet art, qui s'étend sur toutes les branches des constructions, ne présentait souvent que des méthodes de tâtonnement, qui, outre qu'elles étaient vagues et indécises, menaient quelquefois à des résultats contraires à la nature des choses, ou qui n'étaient pas conformes aux lois de la statique. Quelquefois on prescrivait de développer une surface qui n'était pas développable; souvent on donnait aux joints des voussoirs une direction oblique à la surface de la voûte, ce qui mettait des parties attenuées en opposition avec d'autres parties d'une résistance excessive; d'autres fois enfin, plus sensibles aux difficultés vaincues qu'à toute autre convenance, on pliait les joints des voussoirs en surfaces courbes; et ces joints, exécutés d'une manière toujours imparfaite, exposaient les voussoirs à des ruptures et compromettaient la durée de l'édifice.

C'est pour remédier à ces inconvéniens, que l'on s'est vu obligé, pour rendre la théorie plus lumineuse, sur-tout celle des surfaces gauches et développables, d'y appliquer la méthode des tangentes dont dépendent les coupes perpendiculaires, et d'en faciliter l'application.

L'art de la coupe des pierres, considéré comme un ensemble de règles et de principes, n'est plus une simple théorie de formes; son objet est d'exprimer, le plus clairement possible, la forme d'une espèce de production matérielle, sa destination étant donnée. La solidité et les lois d'équilibre peuvent exiger une forme préférablement à une autre; c'est cette forme qui doit faire l'objet principal des recherches d'un appareilleur intelligent.

On a indiqué aux élèves trois objets dont la combinaison, plus ou moins bien faite, donne plus ou moins de perfection au trait. Ces trois objets sont la solidité, le caractère et l'économie.

De plusieurs formes également solides, toutes ne sont pas également belles ou convenables au genre de construction que l'on a à élever. Elles peuvent,

peuvent, d'un autre côté, être plus ou moins dispendieuses, ou exiger des travaux interminables.

Quant à la solidité, qui est le principal objet de tout ouvrage de construction, elle dépend de deux choses, de l'égale destruction des poussées, et de la perpendicularité des panneaux de joints sur les douelles.

C'est en réunissant ces principes physiques aux procédés généraux des intersections de surfaces, que l'on a exposé aux élèves les règles de l'art du trait. Pour mettre de l'ordre dans la marche de l'enseignement, on a réduit toute la pratique de la coupe des pierres à cinq divisions, les *portes*, les *descentes*, les *voûtes*, les *trompes* et les *escaliers*.

Les trois premières divisions ont été l'objet du travail pendant tout le mois floréal; l'on a suivi, dans l'instruction, la méthode des mois précédens: on a ajouté cependant à l'explication des épures, l'exhibition des modèles qui pouvaient en faciliter l'intelligence et la construction.

Les élèves ont vu avec plaisir quelques applications des surfaces gauches. Les traits de la porte appelée le *biais-passé*, de *l'arrière-voussure de Marseille*, et de la *voûte d'arête en tour ronde*, leur ont suffisamment démontré la grande utilité des recherches sur cette classe de surfaces.

C'est au commencement de floréal, que les élèves furent classés dans deux divisions séparées, d'après le plan qu'on avait annoncé précédemment; mais comme la coupe des pierres est d'une utilité générale dans les constructions, soit civiles, soit militaires, l'on a donné aux deux divisions d'architecture et de fortification, deux fois par décade, une leçon rapide sur cet objet.

Cette leçon, eu égard aux connaissances supérieures des élèves de ces deux divisions, pouvait être suffisante pour qu'ils ne restassent point en arrière sur aucune des parties de l'instruction dont ils pourraient avoir besoin dans leurs occupations respectives.

TABLEAU de l'Enseignement et du Travail.

COUPES DES PIERRES.

I. *Portes.*

1.

Porte droite, biaise, en talus, rachetant un berceau.

2.

Porte en tour ronde, biaise, en talus, rachetant un berceau.

3.

Le biais-passé.

4.

L'arrière-voussure de Marseille.

II. *Descentes.*

5.

Descente droite, rachetant un berceau.

6.

Descente biaise, rachetant un berceau.

7.

La même, par des projections obliques.

8.

Descente biaise, rachetant un berceau sur le noyau.

III. *Voûtes.*

9.

Voûtes d'arêtes-barlongues.

10.

Voûte en arc de cloître, biaise.

11.

Voûte d'arête en tour ronde.

12.

Voûte sphérique.

Par le C.en EISENMAN.

SUITE DU COURS PRÉLIMINAIRE

RELATIF

AUX ARTS DE DESSIN.

DEUXIÈME LEÇON.

COMPARAISON DES ARTS ENTRE EUX.

De toutes les facultés qui honorent l'intelligence humaine, la plus merveilleuse est sans doute le génie : quoiqu'il s'agrandisse par l'étude ; quoiqu'il se fortifie par l'exercice ; quoique la mémoire, les circonstances, l'éducation servent à le développer, cependant il tient son existence de lui-même, il a son influence propre, ses droits particuliers. Ceux qu'il inspire sont des êtres à part ; il vivifie leurs ouvrages, il les élève au-dessus de leurs rivaux ; il leur concilie l'admiration universelle : c'est lui qui crée les règles ; il les transgresse aussi ; il les restreint, les étend, les modifie à son gré. Son action s'exerce sur tout ; il devine le passé, il devance l'avenir ; il franchit les temps et les distances ; il supplée à ce qu'il ignore. C'est encore lui qui enflamme l'artiste, et qui le transporte au-dessus de lui-même ; il est l'esprit de son esprit, l'ame de son ame ; il est enfin le dieu de la Pythonisse, le démon de Socrate, l'esprit-saint des prophètes.

Mais quoique le génie soit inné, malgré sa puissance et ses droits, il ne peut se manifester seul, il a besoin d'être développé ; comme tout ce qui existe dans la nature, il est soumis à s'alimenter ; s'il ne s'augmente, il dépérit.

Ses effets sont sur-tout sensibles dans des productions dignes de lui, tels que sont les chef-d'œuvres des arts, les hautes sciences, les conceptions hardies et élevées ; cependant, il se manifeste aussi dans de moindres ouvrages ; ils sont même d'autant plus parfaits, qu'il s'y fait mieux remarquer. En effet, on ne dit pas seulement le génie de la poésie, de la musique, de la peinture ; le génie des sciences, des mathématiques, de la mécanique,

de l'astronomie; le génie de la politique, de la guerre, &c. &c. on dit même encore le génie du chant, de la pantomime, de la danse, &c. &c. et d'une multitude d'arts inférieurs, qu'il anime, dont il fait la perfection et l'excellence.

Ainsi, dans son acception la plus simple, le génie pourrait se définir : « Le don de faire vîte et bien, ce qui, sans lui, ne se fait que lentement » et mal ».

Cette définition du génie est peut-être d'autant plus convenable, qu'elle est plus universelle, et qu'elle s'applique à un grand nombre de cas où son nom est employé, et d'où son influence ne peut être exclue.

Dans ces différentes applications, il faut qu'une saine théorie le dirige, qu'une pratique constante le fortifie, de manière à ce que leur résultat combiné produise la perfection et enfante des chef-d'œuvres.

Nous pouvons donc établir ce principe: si la théorie jointe à la pratique, fait les artistes habiles, le génie seul fait les artistes excellens; mais le génie, sans théorie, est souvent bizarre; sans la pratique, il est faible et chancelant: il faut donc que l'artiste arrive à la perfection par ce triple moyen, et qu'il en montre la réunion dans ses ouvrages.

Cette nécessité est commune à tous les arts; ainsi, dans le projet que nous avons de les comparer, c'est déjà une ressemblance qu'il était à propos d'établir.

Pour nous renfermer dans les limites qui nous sont tracées, nous comparerons seulement les arts appelés libéraux, ceux qui paraissent être plus particulièrement du ressort de l'imagination. En suivant cette comparaison utile, nous trouverons entr'eux beaucoup d'analogie ; nous trouverons aussi des différences que nous apprécierons successivement. Mais avant d'aller plus loin, nous croyons devoir relever une expression dont l'usage pourrait renouveler d'anciennes erreurs, et nuire à la clarté de nos discussions.

En parlant des arts libéraux, on a coutume de les désigner sous le nom d'*arts d'imitation*, Si on veut appliquer cette définition aux arts en général, elle ne paraît pas présenter un sens vrai. Elle ne pourrait pas même convenir à la sculpture qui, de tous les arts, est celui dont les productions, en raison des moyens qui leur sont propres, paraissent imiter la nature de plus près, et auxquelles la marche et les écarts de l'imagination

sont le moins familiers : cependant, quand cet art s'élève au sublime; quand il présente le beau idéal des formes; quand il offre aux yeux le type complet de la beauté, alors cette imitation prend un autre nom; la nature seule n'en est pas le modèle; l'artiste n'imite plus que sa pensée; il invente, il devient créateur. Cette observation s'applique également et mieux encore à l'architecture, qui n'a dans la nature aucun modèle de comparaison, aucun type premier auquel elle veuille ressembler.

En effet, quoique cet art ne soit pas plus que les autres arts livré au caprice, quoiqu'il ait aussi ses règles puisées dans les vraies notions du goût, cependant il n'y a rien dans la nature qu'il imite précisément.

Il en est de même de la musique.

Si dans quelque cas particulier, cet art représente des effets naturels, et tout ce qui tient aux phénomenes des sons; si quelquefois il s'unit avec succès aux transports de l'ame, aux accens des passions, à leur expression verbale, s'il en imite le langage, c'est toujours par les moyens qui lui sont propres; il ne s'assujettit pas à une servile imitation des objets, il les embellit, il les change pour en rendre l'effet plus convenable, et les faire admirer par ces changemens. En effet, si le musicien habile voulait exprimer les plaintes de la douleur, les cris de l'enfance, les accens du désespoir, les vents, la foudre, les orages, il ne présenterait cette imitation qu'avec les moyens de son art, et par des sons mesurés et mélodieux; sans quoi ce ne serait pas de l'harmonie, il ne ferait entendre qu'un bruit confus, qui fatiguerait l'oreille et déplairait à l'ame. Quand aux autres productions du génie musical, telles que sont les symphonies, et tout ce qui s'exécute par un ou plusieurs instrumens; on chercherait en vain ce qu'elles veulent imiter; ce n'est point par-là qu'elles plaisent, et les transports qu'elles inspirent doivent être attribués à un autre principe : ainsi cette expression ne lui convient pas mieux qu'aux arts précédemment examinés.

Passons à la poésie.

Dans ses nombreux tableaux, et dans le vaste champ qu'elle embrasse, elle a souvent pour but, il est vrai, de mettre dans ses images la plus grande fidélité, toutefois ce nom d'*art d'imitation* ne lui convient pas mieux qu'à la musique, car on n'imite pas plus des objets avec des paroles qu'avec

des sons. D'ailleurs, quand elle s'applique à la morale, quand elle trace aux hommes leurs devoirs et leurs droits, quand elle s'élève au-dessus des idées physiques pour puiser à la source de la lumière et de la vérité, alors elle n'a plus de modèle ; si la nature peut bien servir de base à ses réflexions, si elle fournit des textes à ses pensées, elle ne lui fournit pas tout ce qu'elle y ajoute, et toutes les beautés qui lui appartiennent.

De plus, en désignant les arts sous le nom d'*arts d'imitation*, on paraîtrait donner lieu de croire que cette qualité est la plus importante, la première, celle qui fait leur excellence ; il s'ensuivrait que l'artiste serait d'autant plus habile qu'il serait plus exact imitateur, et que la mesure de son talent serait celle de la précision minutieuse de ses portraits ; ce qui serait injurieux au génie, et rétrécirait l'idée qu'on doit en avoir. En effet, si tous les objets de la nature ont une forme qui leur donne l'apparence, et qui les rende sensibles, ils ont aussi un principe caché qui les anime et qui fait leur existence. Or l'artiste excellent n'est pas celui qui, après avoir étudié l'extérieur des formes, se contente de les imiter, mais celui qui, à cette connaissance, joint celle du principe qui les anime, qui peut en exprimer les effets, qui sait, par ce moyen, vivifier ses ouvrages, les varier, les embellir, les porter à la perfection.

Faire illusion, flatter les sens, est le propre de l'artiste habile; émouvoir l'ame, la transporter, n'appartient qu'à l'artiste excellent, c'est le sublime de l'art.

Ainsi, quand l'intelligence humaine s'élève jusqu'au sentiment de la perfection, quand elle en réalise l'image, c'est par sa puissance qu'elle y arrive, elle la tire de son propre fond ; ce n'est plus la nature qu'elle imite, elle est trop inférieure à ce qu'elle aperçoit, c'est elle-même qu'elle interroge, c'est en elle qu'elle cherche le modèle du beau, elle seule peut en tracer l'image.

C'est même là, pour l'homme, le plus beau titre de sa gloire, le vrai caractère de sa grandeur, que de ne trouver qu'en lui-même le princpe de la perfection, que d'y atteindre par sa pensée, que de pouvoir la présenter aux sens, lorsque les siens n'ont pu lui en donner l'idée, et que par les seuls élans de son ame, il a su la découvrir.

Ainsi nous nous croyons fondés à ne pas admettre ce mot usité, « *arts*

d'imitation»; nous y voyons la source de plus d'une erreur; et comme les fausses expressions sont toujours filles des fausses idées, nous avons dû relever cette erreur qui en a fait naître d'autres, ainsi que nous aurons lieu de le remarquer plus d'une fois dans la suite de ces observations.

Mais si l'objet des arts en général n'est pas précisément l'imitation de la nature, quel est donc leur but véritable, quelle est leur destination propre?

C'est ce que nous allons tâcher de faire connaître; nous remonterons au principe qui les dirige, et nous essaierons d'en fixer les bases peut-être assez mal connues, même par des artistes distingués, que leur sentiment conduit, plutôt qu'une théorie sûre et sans équivoque.

Pour bien concevoir quel est le véritable but des arts, nous prions d'observer si dans toutes les productions auxquelles le génie de l'homme donne naissance, il n'y procède pas toujours par des actes intérieurs qui en sont, pour ainsi-dire, les puissances créatrices, tellement que ses œuvres ne sont jamais que l'expression sensible du plan, de la pensée qui précède leur exécution.

Quelle que soit la marche que l'homme suive, soit qu'il écrive ses idées sur la toile, soit qu'il les corporise avec des mots, soit qu'il les exprime par des sons mélodieux, ses moyens pourront différer, mais son but sera toujours de communiquer avec ses semblables, d'établir entre eux et lui des rapports analogues, de produire au dehors la représentation de ce qui existait déjà en lui, de faire que ses idées parviennent aux autres hommes à l'aide des moyens qu'il emploie, d'exciter enfin des pensées par l'intermède des sens.

Si ce premier type qui s'est formé en lui, et dont ses productions sont l'image, est plus ou moins conforme aux lois immuables qui règlent tout, il donne à ses ouvrages plus ou moins de beauté, d'élévation, d'excellence, selon qu'il a plus ou moins le sentiment de ces diverses qualités, selon qu'il est plus ou moins habile dans l'emploi des moyens particuliers à son art; et en ce sens il est vrai de dire que l'homme se peint dans ses ouvrages, et qu'il ne faut que savoir observer pour l'y reconnaître.

Au reste, je n'entreprendrai pas d'examiner comment cette première action de la pensée se fait en nous, quoique la recherche doive en être curieuse et attachante; cette question étrangère à mon sujet me menerait

trop loin, c'est à la métaphysique à la résoudre : il me suffit d'avoir posé ce principe : que le véritable objet des arts n'est pas seulement et toujours, d'imiter la nature, mais d'agir sur l'ame par l'intermède des sens, de produire des impressions, de communiquer des pensées.

Essayons encore quelques développemens sur cette importante matière.

Les divers objets de la nature sur lesquels l'homme exerce sa pensée, correspondent tous à quelques-uns de ses sens; les idées qu'il se forme de ces objets, les reflexions qu'elles font naître en lui, la manière dont il les combine, font sa science particulière, et les élémens dont ses ouvrages se composent. La première étude de l'homme doit donc être de se faire des choses les idées les plus vraies; la seconde est de connaître les moyens par lesquels il communiquera à ses semblables les résultats de ces études. Sur quelqu'objet qu'il ait appliqué son attention, tout se réduit à connaître les vrais rapports des choses, ainsi que les moyens par lesquels il rendra sensible la connaissance qu'il en a. C'est-là le but de ses réflexions; c'est la marche qu'il suit dans toutes ses œuvres, soit qu'il fasse des tableaux ou des chaises, soit qu'il range des hommes en bataille, ou des pions sur un échiquier.

Disons donc, en nous résumant, que l'artiste habile est celui qui, ayant beaucoup et de grandes pensées, ce qui fait l'étendue de son génie, connaît bien toutes les ressources des moyens dont il se sert, ce qui fait l'excellence de son art.

Nous croyons devoir insister sur cette définition, parce qu'elle nous paraît vraie, parce qu'avec elle nous n'établirons plus de vaines disputes sur la supériorité de tel art sur tel autre, ni de frivoles comparaisons entre les besoins du corps et ceux de l'esprit; pour savoir si le boulanger qui nourrit, n'est pas plus utile que le poëte qui instruit; s'il est plus nécessaire à la société d'avoir des cordonniers que des astronomes, &c. &c.; ces discussions ridicules ont trop long-temps occupé des philosophes, qui cherchaient moins la vérité que des paradoxes ingénieux; dans notre opinion, la supériorité de l'homme s'établira sur la nature et l'étendue de ses idées, ainsi que sur l'excellence et la précision des moyens qu'il emploiera pour les rendre sensibles aux autres. Cette vérité, qui s'applique aux besoins moraux et physiques de l'homme, est le vrai but des arts,

le

le plus fort lien de la société, et, selon ce qui nous paraît, la véritable théorie de son intelligence.

Ces observations s'appliquant également à tous les arts, nous croyons avoir eu raison d'avancer qu'ils se ressemblent dans leur but; essayons de prouver qu'ils ne diffèrent que dans leurs moyens.

Pour y réussir, il faut comparer ces moyens et en apprécier les différences: par cette utile comparaison, les artistes apprendront à remarquer ce qui leur appartient en particulier, les points par où ils se touchent, ceux par où ils diffèrent: ils ne confondront pas leurs limites respectives; ils sauront ce qui est du ressort de chacun d'eux, et ce qui n'en est pas; ce qu'ils peuvent, et ce qu'ils refusent.

Nous devons avertir que dans la comparaison que nous allons faire des arts entr'eux, la peinture embrassera tout ce qui tient aux arts du dessin; la sculpture, l'architecture, &c. ayant le dessin pour base, peuvent être considérés comme ne faisant qu'un avec elle; et l'analogie qui les rapproche, nous dispensera de les considérer à part. Il nous suffira d'en toucher un mot en passant, selon l'occurrence. Pareillement, ce que nous dirons de la poësie, comprend aussi tous les genres de littérature, tout ce qui tient à l'éloquence et à l'expression des pensées, par les moyens de la parole et de l'écriture.

Observons encore, qu'en essayant de présenter quelques vues sur la poësie, la musique et la peinture, nous ne devons pas nous étendre beaucoup sur ces deux premiers arts; notre objet ne nous permettant d'en parler que pour établir les différences et les ressemblances qu'ils ont avec le troisième, nous passerons immédiatement à celui-ci.

Quand le peintre a conçu le plan d'un tableau, soit qu'il en soit le premier inventeur, soit qu'il ait tiré son sujet de l'histoire, son but est, comme je l'ai dit précédemment, de manifester extérieurement l'image de ce tableau, qui existait déjà en lui-même, et de rendre sa pensée sensible aux autres hommes. A cet effet, il doit connaître l'étendue et la nature des moyens qui lui serviront, et il doit savoir les employer. S'il est habile dans son art, il placera sur la toile des figures correctement dessinées, dont le costume sera exact et de bon goût; qui seront coloriées avec justesse;

qui seront peintes avec énergie. Enfin, sa main obéissant à son génie, l'exécution ne lui présentera pas de difficultés qu'il ne surmonte facilement.

Toutefois ces qualités recommandables n'auront de valeur que si elles s'appliquent à la représentation d'une scène qu'elles soient susceptibles d'embellir. Souvent l'ouvrage d'un homme habile, malgré les talens de son auteur, laisse le spectateur tranquille, et ne produit nulle émotion. On le regarde sans transport ; on s'en souvient sans intérêt : quelle est la cause de cette indifférence, d'où vient le peu de succès de l'ouvrage? L'artiste ne doit l'attribuer qu'au mauvais choix de son sujet, qu'à l'erreur qui lui a fait entreprendre de représenter, avec les moyens de son art, ce qui n'est pas du ressort de cet art.

Un sujet est mal choisi, et n'est pas propre à la peinture, quand il ne peut d'abord être deviné par un œil exercé ; quand il ne plaît que par les beautés d'exécution, que le connaisseur seul sait apprécier; quand son ensemble ne frappe point ; quand il n'attire pas au premier coup d'œil ; quand son effet moral ne se produit pas; quand il a besoin d'être interprété par la parole, dont au contraire il doit être le supplément.

Quelquefois un sujet est propre à la poësie, qui ne l'est pas à la peinture; l'artiste ému par la lecture ou le souvenir d'un fait, se passionne pour lui ; il l'admire et croit avoir trouvé un de ces sujets frappans, fait pour réunir tous les suffrages. Mais le peu de succès qu'obtient son ouvrage, lui prouve qu'il s'est abusé; il regrette alors le temps qu'il y a employé, sans profit pour sa gloire, et sans utilité pour l'instruction de ses semblables.

Citons quelques exemples pour être mieux entendus : en voici un, que l'histoire romaine nous fournira.

Après une suspension d'armes entre les Romains et les Carthaginois, le consul Popilius et le général ennemi, dans une conférence, discutent ensemble les moyens de paix entre les deux nations ; mais bientôt Popilius, fatigué des subterfuges par lesquels le négociateur veut éluder ses propositions, l'arrête au milieu de ses discours ambigus, et traçant sur le sable un cercle autour du Carthaginois, il lui dit : avant de sortir de ce cercle, réponds-moi : veux-tu la paix ou la guerre?

Ce trait, que la pensée se peint si facilement, serait mal rendu par la peinture : en voici les raisons.

Dans le récit, les discours équivoques du Carthaginois ont fatigué l'auditeur; il s'impatiente de ce long verbiage; il en cherche le remède: Popilius le trouve; et par un moyen aussi hardi qu'imprévu, il rend inutiles les ruses de son adversaire, et montre la présence et la force de son esprit. La seule action que le peintre puisse saisir, est celle du mouvement par lequel le cercle est tracé; mais il ne peut le motiver et lui donner l'intérêt qui résulte de son rapport avec les discours qui l'ont précédé. La succession des mouvemens par laquelle Popilius parcourt tous les points du cercle pour le tracer, ne peut être exprimée; isolé du discours, ce cercle ne présente qu'une figure mathématique, qui rappellerait un magicien plutôt qu'un consul. Le cercle même perd en partie son apparence, par le raccourci que nécessite le plan horizontal sur lequel les figures sont établies. Cette scène ne convient donc pas à la peinture; et l'artiste qui l'aurait représentée, tout habile qu'il serait dans l'emploi des différentes parties de son art, ne donnerait pas de cet art l'idée qu'on en doit avoir; et resterait au-dessous de lui-même.

Voici un second exemple:

Dans l'ancien testament, l'Esprit-saint dit à Jérémie: prends ce vase d'argile; assemble le peuple d'Israël; monte sur une pierre et dis-lui: voici ce que l'esprit de Dieu m'a chargé de vous dire; si vous persistez dans vos égaremens, si vous ne changez point, je vous briserai comme ce vase; et le vase tombe en éclats sur la pierre où est placé Jérémie.

Ce sujet est dans le cas du précédent: il est superflu d'exposer comment, faute de ce qui précède et accompagne cette action, elle ne peut être rendue avec son énergie par les moyens de la peinture; car le vase ne peut être représenté qu'entier ou rompu; et c'est le passage du premier état au second, qui, joint au discours que la peinture n'exprime pas, fait image, et donne à l'action de Jérémie toute sa force et son expression.

Souvent la peinture manque de précision, comme dans les deux cas que je viens d'indiquer; d'autres fois elle en a trop, et n'atteint pas le but, en corporisant des objets qui ne doivent être aperçus que par la pensée, en arrêtant l'essor de l'imagination, qui se plaît d'autant plus à une chose, qu'elle s'en fait à elle-même le tableau. Mais l'illusion cessant par la représentation de l'objet lui-même, l'esprit voit cet objet comme les yeux le

lui présentent, avec les seules qualités qu'il a, sans aller au-delà, sans y rien ajouter. D'après ce principe, on ne pouvait rien faire de plus ridiculement mal-adroit, que de mettre en tête de chacune des fables de Lafontaine, une gravure qui a la prétention d'en représenter le sujet. Malgré l'embarras que l'artiste a dû souvent éprouver, malgré l'ineptie de son projet, il a rempli sa tâche, et a continué jusqu'au bout. Il n'a pas su reconnaître que ces poëmes merveilleux, complets dans leur brièveté, se suffisaient à eux-mêmes; que ce qu'on y ajoute les dépare, et que leur manière originale ne peut souffrir l'alliage d'aucun ornement étranger. Un de leurs plus grands charmes consiste sans doute en ce qu'ils font découvrir à l'imagination des rapports évidens entre des objets qui n'en paraissaient pas susceptibles, en ce qu'ils cachent l'austérité de la morale sous un aimable badinage, en ce qu'ils offrent aux hommes le tableau de leurs passions sous des traits où ils ne pensaient pas les retrouver, établissant entr'eux et les animaux des analogies qui n'existent qu'intuitivement et par abstraction.

Les yeux n'ont rien à voir à tout cela, et la composition de ces sujets échappe à la peinture, autant que les détails du style et la grâce de l'expression. Comment présenter à la pensée, autrement que par la parole, la sottise de l'homme vain, dupe de la flatterie, ainsi qu'il est peint dans la fable du corbeau et du renard; et la folie de l'orgueil, représentée par la grenouille qui veut s'égaler à un bœuf; et l'envie si bien représentée dans la fable du serpent et de la lime, et la montagne en travail, le chêne et le roseau, l'homme et le serpent, &c. &c.

Ces images merveilleuses, dont l'esprit seul apprécie les finesses, ne sont faites que pour lui; dès qu'elles sont matériellement corporisées, elles perdent toute leur grâce, et sont au moins froides et sans vie, quand elles ne sont pas ridicules et insoutenables.

L'erreur qui a fait placer des estampes dans un ouvrage qui ne les comporte pas, vient d'une autre erreur plus ancienne, c'est celle qui a persuadé à quelques personnes que les fables de Lafontaine avaient été faites pour l'enfance. Dès-lors, comme les images frappent les enfans, qui n'ont d'abord que des sens, on a pensé que la représentation naturelle du sujet de chaque fable, en fortifierait l'impression, et ajouterait à son

intérêt. Mais on n'a pas observé qu'on tuait l'esprit de l'ouvrage, en arrêtant les yeux sur le matériel du sujet, qui ne doit servir que de texte à l'imagination, de véhicule à la pensée.

D'ailleurs, bien loin que l'intelligence des enfans puisse sentir toutes les beautés de ces fables, peu de personnes d'un âge fait savent en apprécier l'excellence, et les hommes du goût le plus délicat le prouvent par le prix qu'ils savent y mettre.

En général, le côté faible de la peinture vient de son impuissance à représenter les objets de la pensée, elle en saisit difficilement les nuances, et rend mal tout ce qui ne peut se voir. Elle n'a pas, comme les autres arts, cette succession d'idées qui les explique et les fortifie l'une par l'autre; elle ne peut, ainsi qu'eux, multiplier ses tableaux, et développer ses moyens à l'aide du temps. Il faut au contraire qu'elle les réunisse en un seul point, en un seul moment; qu'elle surprenne l'admiration au premier aspect, et que tout son effet se produise d'abord. Nous tirerons de ce principe une importante conséquence, quand nous parlerons de la composition des tableaux. Nous aurons souvent l'occasion de l'appliquer, en observant les ouvrages des plus célèbres artistes, en discutant leurs qualités ou leurs défauts, relativement au choix bon ou mauvais des sujets qu'ils auront traités.

Ce qu'on doit conclure de tout ceci, c'est que la peinture doit représenter des actions, et parmi celles-là, elle doit choisir celles qui peuvent être offertes aux yeux, sans interprétation préalable, et sans équivoque. Si le peintre a su s'accoutumer de bonne heure à distinguer ce qui est du ressort de son art, il ne traitera que les sujets qui lui conviennent, et laissera à la poësie et à la musique ceux qui correspondent à leurs moyens particuliers.

La peinture aime à rendre le tumulte des combats, les attitudes variées, les expressions vives qu'ils occasionnent; la fureur, l'audace, des chars renversés, des murs abattus et dévorés par les flammes, la fumée, le feu, la poussière, le courage qui attaque, la terreur qui fuit, tout cela sont des sujets qu'elle se plaît à traiter. Les scènes plus calmes lui conviennent peut-être mieux encore; elle offrirait avec succès la représentation d'un beau jeune homme, mort à la fleur de son âge, et environné de tous ses amis qui pleurent

sur son sort : on y verrait la tristesse profonde d'une mère éplorée, la douleur amère d'une jeune femme qui perd un époux chéri, le chagrin, plus concentré, d'un père qui montre le courage de son sexe jusque dans les déchiremens de son cœur; d'autres personnages, par une pantomime moins prononcée, feraient connaître les différens degrés de leur attachement; toutes ces expressions de douleur rassemblées autour de ce jeune homme intéressant, le feraient supposer vertueux, brave, digne enfin de toutes les marques de regret qu'on lui prodigue. Le coloris du tableau, le ton lugubre qui y serait répandu, ajouteraient encore à l'expression mélancolique de cette scène.

Un vieillard malade, servi par ses enfans, qui lui donnent les tendres soins de l'amour filial, et s'acquittent de ceux qu'il a prodigués à leur enfance; une jeune femme travaillant à la lueur d'une lampe, auprès de son enfant endormi, en attendant un époux chéri; Zulime allaitant son père en prison, pour le préserver des horreurs de la faim : tous ces sujets sont propres à la peinture, parce qu'ils parlent d'eux-mêmes, parce qu'ils portent en eux tout ce qui est nécessaire aux impressions qu'ils veulent produire.

Dans ces divers cas, en effet, l'intérêt résulte de la scène même; peu importe que le jeune homme soit Hector, Antiloque ou Patrocle; que le vieillard soit Nestor ou Priam; que la jeune épouse soit Pénélope ou Cornélie, l'impression vraie du tableau n'en est pas moins produite, et le spectateur est satisfait.

La peinture excelle encore dans la représentation des scènes champêtres et des détails de la campagne. C'est même dans les sujets de ce genre, que les effets de la lumière se font sentir avec le plus de succès; ils donnent à ces tableaux une vérité admirable; et cette espèce d'impression ne peut être suppléée par aucune production des autres arts : car si la grandeur et le nombre des pensées appartiennent à la poësie, si l'harmonie des sons et leur combinaison appartiennent à la musique; si la sculpture représente l'excellence des formes, la peinture seule peut donner l'idée des effets du soleil, du jeu des lumières et des ombres, et de l'harmonie des couleurs. Revenons au paysage.

Quoique leur application morale ne soit pas aussi immédiate que dans

les traits d'histoire et dans l'expression des passions, cependant ils n'y sont pas étrangers, et par l'image du bonheur des champs, ils ramènent à des goûts simples, à l'innocence, et aux mœurs de l'âge d'or.

Ils ont d'ailleurs l'avantage de s'expliquer sans équivoque, et d'être reconnus au premier aspect, ce qui, d'après les principes que nous avons établis, est une des qualités les plus propres à assurer le succès d'un tableau, et celle qui doit en général déterminer le peintre dans le choix de ses sujets, puisque la peinture a pour objet de suppléer le langage, et d'être, pour ainsi dire, la langue universelle.

Cependant, quoiqu'en général l'artiste doive éviter les sujets dont la connaissance ne peut être complète sans le secours de la parole, cette règle n'est pas sans exception; il ne s'y astreindra point, si le sujet rachète en partie la clarté qui lui manque par d'autres côtés d'intérêt; comme quand il donne lieu à de beaux accidens de lumière, à des détails intéressans, à la richesse d'un beau site. Bélisaire aveugle, conduit par un jeune enfant à travers les campagnes, et demandant une obole pour subvenir à la faim qui le presse, offre une scène déjà bien intéressante. Un vieillard majestueux, un enfant plein de grâce, des personnages dans des attitudes qui marquent leur compassion, un beau site; tout cela porte un grand intérêt, même en ignorant les idées accessoires de l'ancienne grandeur du vieillard qui fait le sujet du tableau. Ce guerrier, assis au pied de l'arc de triomphe élevé à sa gloire, et traversant un pays, jadis témoin de ses victoires, à présent témoin de son infortune, reçoit l'aumône d'un soldat qui le reconnaît, qui fait de profondes réflexions sur les vicissitudes du sort, dont son obscurité le garantit, et qu'il ne connaît que par les malheurs de son général.

Andronic tenant un lion en laisse, et se promenant dans les rues de Rome, présente encore une scène attachante, indépendamment du commentaire qui explique cet événement. La beauté des édifices, la représentation de cet animal terrible, suivant avec docilité la main qui le conduit; l'admiration de quelques-uns des spectateurs, la frayeur des autres, tout cela fait un ensemble qui, malgré ce qui manque à la scène pour être entièrement connue, satisfait déjà les yeux, excite la curiosité, et fait souhaiter de connaître plus particulièrement l'action que le peintre a voulu représenter.

Mais l'allégorie est, de tous les genres, celui où la peinture échoue le plus ordinairement. A l'allégorie, déjà obscure par elle-même, se joint l'obscurité que la peinture y ajoute encore: on se tourmente à la comprendre; et le spectateur fatigué, ne pouvant découvrir la clé de cette énigme, se dégoûte bientôt, et finit par s'éloigner. D'ailleurs, ces sujets imaginaires, en ne se laissant pas aisément deviner, s'ils font briller la pénétration de quelques personnes, taxent d'ignorance le plus grand nombre, qui s'en venge en les critiquant.

Aussi les plus grands peintres, et ceux qui ont eu le meilleur esprit, n'ont point employé l'allégorie, ou en ont fait peu d'usage. Indépendamment de son obscurité, ils y ont trouvé un air de prétention à l'esprit, un assemblage ridicule des choses physiques et des objets imaginaires; enfin, ils ont pensé avec raison qu'il fallait abandonner ce genre à la poësie, à laquelle il ne présente pas les mêmes difficultés, et qui a, pour les surmonter, des moyens qui manquent à la peinture. En effet, l'horizon du poëte est bien plus étendu dans les tableaux qu'il invente; l'imagination en faisant tous les frais, rien ne lui coûte; elles ne s'arrête pas au possible, elle réalise toutes les merveilles, et ses images sont au-dessus de toute imitation.

La musique partage avec la poësie la plupart de ces avantages; et si ces deux arts se réunissent en cela, c'est aussi par où ils diffèrent de la peinture, qui manque de cette succession d'idées, de cette rapidité de mouvemens, dont la poësie et la musique empruntent leurs plus grands effets.

J'insiste peut-être un peu longuement sur la nécessité où sont les artistes de bien distinguer les limites de l'art qu'ils pratiquent; mais je le crois d'autant plus important, que, faute de cette utile distinction, beaucoup d'artistes, très-estimables d'ailleurs, ont compromis leur talent, et montré leur ignorance à cet égard. Les uns ont fait de la peinture en sculpteur; d'autres ont fait de la sculpture en peintre; quelques-uns ont empiété sur les droits de la poësie; beaucoup enfin ont ignoré ce que peut leur art, et ce qui n'est pas de son ressort.

Sur tant d'exemples que leurs ouvrages en fournissent, citons en un tiré des productions d'un homme justement célèbre, dans lesquelles peut-être on ne pourrait pas relever une seconde fois la même faute.

Vernet,

Vernet, si habile dans la composition de ses paysages, a entrepris de peindre la fameuse chute du Rhin, près de la ville de *Schaffausen*, en Suisse. Par les moyens de son art, le peintre n'a pu représenter que la forme des eaux, qui, par sa nature, est peu prononcée; que l'opposition de leur couleur blanche, au ton obscur des rochers; que le contraste de l'eau blanchissante et agitée, qui, après sa chute, s'appaise, devient unie, et reprend sa couleur azurée, il a pu encore intéresser par quelques effets d'ombres et de lumières; l'imitation de l'arc-en-ciel se peignant au milieu des vapeurs qui s'élèvent et retombent en pluie, mêle quelque charme aux horreurs de cette scène.

C'est bien quelque chose que tout cela; mais que ces moyens sont faibles pour représenter ce spectacle terrible et curieux, ce bruit épouvantable, cet enfer d'eau, ce mouvement irrésistible qui entraîne et engloutit tout, et qui dans son horreur présente l'image de la mort en action!

Peut-être la peinture pourrait-elle approcher de cet imposant tableau, en réunissant ses moyens à ceux de la musique, qui par la succession et la rapidité de ses mouvemens, et par le contraste des sons, serait plus propre à peindre ces effets avec une apparence de vérité, et pourrait en rappeler l'horreur.

Je pourrais citer beaucoup d'autres exemples de la témérité des peintres, et du peu de succès qu'ils ont obtenu; mais ces observations trouveront leur place lorsque nous ferons l'histoire des artistes et de leurs ouvrages.

De ce que les arts ont des moyens différens, il n'en faut pas conclure l'opposition de ces moyens; leurs différences même ne sont qu'un attrait de plus, quand on sait tirer parti de leurs analogies; les plus douces jouissances de l'ame se composent de leur réunion et du secours mutuel qu'ils se prêtent. Il serait sans doute intéressant d'observer leur correspondance, d'établir les rapports qui existent entre tel effet de lumière et de couleur, et tel effet d'harmonie et de son, d'indiquer comment s'appliquent aux différens arts des expressions qui leur sont communes; car si on parle de la conception, de la marche, du style d'un poëme, on en dit autant d'un ouvrage de musique et de peinture; ces différentes productions peuvent être grandes, fortes, sublimes, vives, légères, délicates, faibles, languissantes : ces qualités ou ces défauts naissent sans doute

des mêmes principes, et résultent des mêmes causes. Nous aurons occasion de présenter quelques vues sur ces diverses questions, dans les leçons suivantes, quand nous parlerons sur la composition des tableaux, sur le coloris, sur le dessin.

Revenons à ce qui fait l'objet de cette leçon, pour dire encore quelques mots sur les arts en général, et la comparaison que nous nous proposions d'en faire.

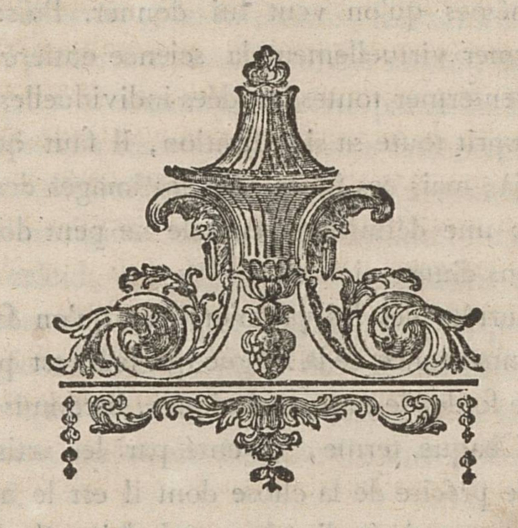
Le desir de goûter à-la-fois tous leurs charmes, et de les augmenter en les réunissant, a donné naissance aux plus merveilleuses productions de l'art dramatique. Un opéra parfait serait l'ouvrage le plus étonnant de l'intelligence humaine; les pensées de la poésie, les beautés de l'harmonie, les illusions de l'optique, ces effets combinés agiraient sur tous les sens, raviraient l'imagination, et produiraient dans l'ame une impression unique par un triple plaisir. La peinture, par la magnificence des décorations, la pompe de l'architecture, la richesse des paysages, formerait un spectacle enchanteur; c'est elle qui réglerait la justesse des costumes, la vérité des effets de lumière, et l'ordonnance des fêtes: la musique, par le charme de sa mélodie, par des accords ravissans, porterait au cœur les plus vives émotions: la poësie, en parlant à l'esprit, se chargerait de l'instruire; elle réglerait la marche de la scène, et donnerait aux autres arts la clarté qui leur manque. Rien n'égalerait la beauté d'un tel spectacle; toutes les facultés de l'ame seraient en activité, et ce triomphe des arts serait complet. Mais pour opérer ces merveilles, il faudrait un génie plus qu'humain, il faudrait un artiste qui fût à-la-fois poëte, peintre et musicien excellent; alors par l'unité de style et de composition qu'il mettrait dans ses ouvrages, il leur donnerait la même empreinte, le plus parfait ensemble, l'effet le plus imposant.

Cet accord de talens dont les résultats sont différens, mais analogues, est une des sources les plus fécondes de plaisir pour l'ame, et ce qui commande le plus son admiration. Pour la pensée de l'homme, la perfection est une; il la conçoit comme la réunion de toutes les beautés que ses sens ont rencontrées; éparses sur mille objets divers, son imagination les rassemble, elle en compose des tableaux qu'elle admire, sans reconnaître son ouvrage. Au reste, c'est à cette réunion de la musique et de la poésie, qu'il faut

attribuer les succès des plus beaux ouvrages lyriques ; l'accord du sens des paroles avec le sens musical, en fait le plus grand charme ; et cette rare qualité ne manque jamais d'exciter l'enthousiasme dans les ouvrages où elle se fait sentir. Nous laisserons à des hommes qui se jugeront en état de parler sur la poësie et la musique, à faire pour ces arts l'application des principes que nous venons de poser, et dont nous avons tâché de suivre les conséquences relativement à la peinture ; une discussion plus étendue nous éloignerait trop de notre sujet, et demanderait d'ailleurs des connaissances qui nous manquent. Il nous suffit d'avoir indiqué, comme nous nous proposions de le faire, l'analogie et les différences qui existent entre les arts, et d'avoir fourni des textes à la réflexion de nos auditeurs.

Dans la prochaine séance, nous entrerons dans de plus grands détails sur la composition.

NEVEU.



ARCHITECTURE.

PREMIÈRE PARTIE.

Moyens de construction, appliqués aux travaux publics, relatifs aux communications.

Il y a plusieurs méthodes d'enseigner, plus ou moins élégantes, aux yeux de ceux qui possèdent la science. Ne serait-ce pas une espèce de paradoxe, que d'avancer, que la méthode la plus élégante est la moins propre de toutes à l'usage ? Débuter par des axiomes, des définitions générales, d'où les préceptes découlent comme des corollaires, est certainement une méthode qui plaît à la raison. Mais elle a l'inconvénient de supposer, dans le disciple, les connaissances mêmes qu'on veut lui donner. Puisque la définition générale doit renfermer virtuellement la science entière, les mots qu'on y emploie doivent renfermer toutes les idées individuelles. Pour qu'un mot fasse passer dans l'esprit toute sa signification, il faut que les idées qu'il réveille y soient déjà ; mais ces idées sont les images des choses qu'on se dispose à enseigner : une définition générale ne peut donc pas utilement précéder les rudimens d'une science.

Un obstacle qui arrête dès les premiers pas qu'on fait dans les arts, c'est le défaut de connaissance de la langue qui leur est propre. Le métier le plus simple a une foule de mots techniques, inconnus ou étrangers aux autres professions. Chaque terme, inventé par les artisans eux-mêmes, réveille en eux l'idée précise de la chose dont il est le nom. On pourrait donc être tenté de donner à étudier le vocabulaire de l'art dont on va donner des leçons. Mais on retomberait dans le cercle vicieux des définitions, qui supposent connu l'objet défini. Bien plus, on courrait le risque de dégoûter les élèves, par l'étude fastidieuse de mots qui n'auraient encore pour eux, ni attrait, ni liaison.

En observant la nature, qui donne aux enfans beaucoup de curiosité,

peu d'attention; beaucoup de mémoire, peu de jugement; beaucoup d'activité, peu de régularité; beaucoup de souplesse, peu d'adresse: on découvre la méthode qui, si elle n'est pas la sienne, est au moins la plus généralement suivie. Elle se réduit à piquer la curiosité, meubler la mémoire, exercer les organes. Bientôt l'attention considère; l'entendement compare, juge; le goût, le tact se forment; l'adresse vient, et l'ordre suit.

Au sortir du cours préliminaire des trois premiers mois, les élèves de l'école polytechnique se sont trouvés dans la disposition convenable à notre méthode. Toutes les applications brillantes avaient passé sous leurs yeux. Ils avaient vu des dessins et des reliefs de routes, de canaux, de ponts, d'écluses, &c.; leur curiosité avait été vivement excitée, leur mémoire suffisamment meublée, leur raisonnement exercé, comme en jouant, sans être forcé de s'appesantir: il était temps de mettre à profit leur activité.

La première chose dont ils se sont occupés, a été le tracé des routes, non en grand ou d'après des considérations de gouvernement, mais en détail, comme les directions, les inflexions, les raccordemens, &c. Ensuite ils ont dessiné les profils convenables à ces routes, soit en plaines, soit en pays de montagnes. Il a manqué à cette partie de l'instruction, l'usage des instrumens; mais on a réservé cet exercice indispensable, pour le temps où les campagnes, dépouillées des récoltes, permettent d'opérer sur le terrain. Les élèves ont figuré exactement et mesuré, les uns avec le compas, les autres avec le calcul, les déblais et les remblais qui résultent d'une pente réglée. Et comme tous avaient goûté et presque tous compris, les belles leçons de géométrie descriptive du citoyen Monge, ils ont trouvé du plaisir à les appliquer au calcul des terrasses, qui, sans cela, leur aurait pu paraître fastidieux, ou même difficile. Ce travail a employé la première partie de germinal.

Le reste de ce mois et les deux suivans ont été remplis par l'étude de l'art de fonder les ouvrages hydrauliques. Mais avant de s'occuper des fondations, les élèves ont supposé un édifice établi sur un sol incompressible, inattaquable à l'eau et à l'air, enfin tel qu'il n'eût réellement pas besoin de fondations. L'édifice a dû être simple, et pourtant fournir l'occasion d'expliquer un grand nombre de termes et de procédés, dont la

perception claire est indispensable, quand il s'agit d'ouvrages d'une plus grande importance.

Ils ont dessiné un petit pont de trois mètres d'ouverture, en plein ceintre, avec son radier, ses mur-en-aîles, ses parapets, &c. Comme ce dessin était facile à exécuter, que l'idée principale était simple, et laissait à l'entendement toute son activité, ils ont pu y appliquer un appareil exact et raisonné; ils se sont rendu compte du travail de l'épure, dont plusieurs ont calculé toutes les lignes: ils ont reconnu la nécessité de prévoir l'effet du tassement, en bâtissant les voûtes de manière qu'en s'affaissant, elles prennent la forme projetée. Ils ont acquis une première notion des différentes poussées de l'eau, des terres, des voûtes. Ils ont écouté des réflexions générales sur la force des bois, dans les différentes situations où se trouvent les pièces qui composent un ceintre de charpente. Ils se sont enfin rendu familiers beaucoup de mots de l'art, qui devaient revenir, accompagnés de nombre d'autres, dans la suite des leçons.

L'instituteur, obligé de définir tous les termes, de ne les placer jamais qu'à propos, de les faire reparaître souvent, et toujours dans la même acception, a conçu et réalisé en grande partie le plan de Thomas Corneille, ou l'abrégé du dictionnaire des arts et métiers. Peut-être la suite des leçons, les études, les conversations et les lectures qu'elles exigent, jointes à quelqu'habitude des langues anciennes et modernes, amèneront-elles, dans ce vocabulaire de l'ingénieur, l'ordre et la méthode qui ont tant avancé, de nos jours, la chimie, et qui manquent absolument aux autres sciences.

L'édifice étant bien conçu, on a pu le toiser et en évaluer le poids. Les nus, les retraites, les empatemens étant déterminés, on a établi le pont sur une fondation. On a distingué les sols ou terrains dans quoi l'on fonde, en bons, douteux et mauvais. Cela a donné lieu de présenter différens moyens de construction et d'exécution, dont le but est de rendre incompressible et inattaquable à l'eau, le fond naturel ou artificiel sur lequel on veut bâtir. Il y a donc eu

1.° Radier général en maçonnerie, avec encaissement ou vannage en amont et en aval;

2.° Le même, porté par un grillage en charpente;

3.° Grillage avec pilotis, soit de support, soit de compression ;

4.° Les mêmes fondemens, avec toutes les ressources que fournit l'art, dans un terrain absolument mauvais et mobile.

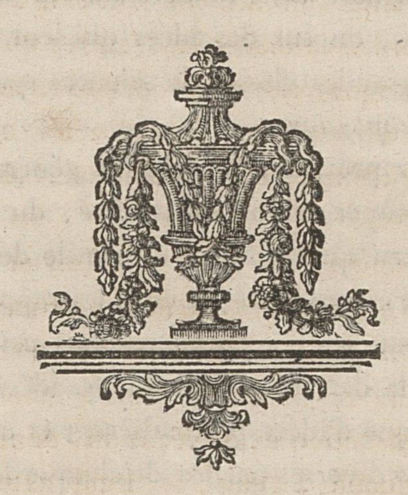
Ces leçons faites de vive voix, toujours accompagnées de dessins correspondans, étaient encore rédigées par écrit, avec les développemens puisés dans Bélidor, Perronet, Régemortes, Lalande, Prony, &c.

Pendant ces trois mois, on a encore dessiné, d'après un modèle en relief, une machine à draguer, dans le genre de celles employées au pont de Moulins, des pompes à chapelet, des sonnettes à battre les pieux, &c.

L'exécution de ces dessins, et les leçons orales ou écrites, relatives au petit pont, ont préparé les élèves à l'étude d'un grand édifice du même genre. Le conseil de l'école a approuvé qu'on donnât, pour objet d'études, un grand pont bâti dans ce siècle. On a choisi celui de Mantes, parce que l'ingénieur Dumoutier a fourni à l'école un journal historique de sa construction.

Cet ouvrage a été l'objet du travail des élèves, dans les mois suivans. On en rendra compte dans les bulletins qui paraîtront successivement.

GRIFFET LABAUME, *Instituteur-Adjoint.*



PREMIÈRE LEÇON

DU COURS ORDINAIRE

DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

INTRODUCTION.

VOUS venez de parcourir une carrière immense, et à peine avez-vous eu le temps de promener vos regards sur la multitude d'objets qui vous ont été présentés pendant la durée des cours préliminaires. Jusqu'à présent on ne vous a parlé, en quelque sorte, que par résultats : une foule d'idées nouvelles pour vous se sont succédées rapidement ; mais nous voilà enfin parvenus au terme où elles vont recevoir de plus grands développemens.

Division des connaissances humaines.

Toutes nos connaissances sont fondées ou sur des idées qui dérivent des propriétés des corps, ou sur des idées qui leur sont étrangères ; de-là la distinction de deux grandes classes de sciences que l'on nomme *sciences physiques* et *sciences métaphysiques*.

Je vais d'abord vous présenter le tableau général des premières, qui seules doivent nous occuper, sinon en totalité, du moins en très-grande partie, parce que j'ai cru qu'il pouvait être utile de vous les offrir toutes à-la-fois, dans un seul et même cadre, et dans les rapports qui les enchaînent les unes aux autres. Peut-être commençons-nous cette première leçon par où nous devrions finir la dernière. En effet, les idées générales, comme on sait, ne se composent que d'idées particulières ; et ce ne sera que lorsque vous aurez parcouru les diverses parties de chaque science, que vous serez en état d'en saisir l'enchaînement. Mais cette méthode, que l'on nomme

Synthèse.

ordinairement *synthèse*, et qui consiste à descendre du général au particulier ; cette méthode, dis-je, a cela d'avantageux, qu'elle présente un ensemble qui sert à classer les idées à mesure qu'on les acquiert, et qu'elle offre des points

points fixes, qui sont, si je puis m'exprimer ainsi, comme autant de jalons plantés sur la route longue et pénible des sciences.

Analyse.

Après avoir ainsi appliqué aux grandes masses la méthode synthétique, nous en emploierons une autre dans les détails ; je veux parler de l'*analyse*, qui consiste à aller du connu à l'inconnu, à remonter du particulier au général, et qui est le seul instrument dont on doive se servir toutes les fois qu'on se propose de faire quelque découverte, et de reculer les bornes d'une science ; car la synthèse ne nous apprend qu'à revenir sur nos pas : mais, dans l'enseignement, ces deux méthodes nous paraissent être inséparables, et devoir s'entr'aider mutuellement ; et c'est ainsi, qu'en les alliant sans cesse, j'espère que nous parviendrons au but que nous nous proposons.

Principales époques de l'histoire de la physique.

Avant d'entrer en matière, il n'est peut-être pas inutile de vous tracer rapidement les principales époques de l'histoire de la physique. D'abord, si nous remontons aux anciens, nous verrons que leurs connaissances à cet égard n'étaient pas fort avancées. Ils ignoraient la pesanteur de l'air, sa composition, la formation des gaz, les lois du mouvement, les principaux phénomènes de l'aimant et de l'électricité, ainsi qu'un grand nombre d'autres. Cependant, il faut bien se garder de leur attribuer une foule d'inepties qu'on s'est plu à accumuler sur leur compte, et de croire, comme on le fait communément, qu'ils ne savaient pas observer la nature.

Ce n'est guère que vers la fin du treizième siècle, que l'on commença à sentir la nécessité de joindre l'expérience à l'observation. A cette époque, on vit paraître un génie du premier ordre, *Roger Bacon*, moine de profession, qui, du fond de son cloître et du sein de l'ignorance la plus profonde, sut s'élever aux plus hautes conceptions, et à qui il ne manqua que de vivre dans des temps plus éclairés, pour se placer à côté des plus grands hommes du dix-huitième siècle.

Mais celui qui donna la plus grande impulsion à l'étude de la nature, est un autre *Bacon*, chancelier d'Angleterre, qui vivait au commencement du siècle dernier, et qui est un des plus grands penseurs qui aient existé. C'est lui qui, le premier, nous a tracé la route de la véritable philosophie;

ses ouvrages sont pleins d'idées grandes et de réflexions profondes ; et c'est à juste titre qu'on l'a appelé le père de la physique expérimentale. Tandis qu'il enseignait ainsi la seule manière de philosopher, *Galilée*, son contemporain, s'immortalisait par de brillantes découvertes, et particulièrement par celle des lois de la pesanteur.

Descartes, qui vint peu de temps après, nous apprit à secouer entièrement le joug du péripatétisme, et créa, pour ainsi dire, une physique toute nouvelle. *S'il n'a pas*, dit un écrivain célèbre, *payé en bonne monnaie, c'est beaucoup d'avoir décrié la fausse.* Il est le premier qui ait essayé de donner les lois du mouvement ; et, s'il s'est trompé, nous lui avons au moins cette obligation, qu'il a mis ses successeurs sur la voie de les découvrir.

Enfin *Newton*, profitant des travaux de ses prédécesseurs et embrassant un champ plus vaste, les laissa fort loin derrière lui, et opéra dans la physique une révolution des bienfaits de laquelle nous jouissons encore aujourd'hui. C'est sur-tout en y introduisant l'analyse et la géométrie, et en les alliant ensemble, qu'il est parvenu à lui faire faire des pas de géant, et à mettre quelques-unes de ses branches au rang des sciences exactes. C'est ainsi que de nos jours, une alliance à-peu-près semblable, celle des géomètres avec les chimistes, a le plus contribué aux progrès de la physique *moléculaire*, si je puis me servir de cette expression.

Il n'est pas dans ce moment de notre objet d'entrer dans de plus grands détails sur l'histoire de la science, ils viendront naturellement à mesure que les phénomènes se présenteront. J'entre en matière :

Définition de la physique.

La *physique*, prise dans l'acception la plus générale de ce mot, est une science qui a pour objet les propriétés des corps.

Dans cette définition, vous voyez trois mots, dont il est nécessaire de vous donner l'explication. Ce n'est pas que je prétende vous les définir tous à mesure qu'ils se présenteront : cette prétention serait absurde, parce que nous finirions nécessairement par tourner sans cesse autour d'un cercle vicieux, en les définissant les uns par les autres, et vous en verrez tout-à-l'heure un exemple frappant.

Combien il est absurde de prétendre définir tous les mots d'une science.

Parmi les mots, il en est un petit nombre qui sont comme les signes d'autant d'idées premières auxquelles on est forcé de s'arrêter, et que l'on

conçoit parfaitement, sans qu'il soit possible de les définir : tels sont ceux d'*espace*, de *durée*, d'*existence*, &c. Il en est de ces mots, par rapport à tous les autres, comme des axiomes à l'égard de toutes les propositions qui forment le corps d'une science. Ces axiomes sont autant de vérités fondamentales que l'esprit aperçoit facilement, et qu'on ne saurait démontrer sans s'exposer à les obscurcir. C'est ainsi, par exemple, que si je voulais vous démontrer que deux et deux font quatre, ou que le tout est plus grand que sa partie, peut-être finirais-je par vous en faire douter. Vous trouverez peut-être ces réflexions un peu étrangères à notre objet; mais cependant je vous observerai que, considérées sous le rapport de l'enseignement, elles y tiennent de très-près; et elles me paraissent d'autant moins déplacées, que de tous temps les philosophes ont exercé, sans aucun succès, leur sagacité à définir la *ligne droite*. Il me semble que toute la difficulté porte sur ce qu'elle est une de ces idées premières, dont je parlais tout-à-l'heure, et au-delà desquelles il est impossible de remonter, sans faire ce qu'on appelle *une pétition de principe*. C'est, en effet, ce qui est arrivé jusqu'à présent; quelque définition qu'on en ait donnée, on y a toujours fait entrer l'idée de l'objet à définir. Je suppose, pour un moment, qu'on la définisse rigoureusement, il restera encore à donner la définition des mots employés dans celle de la ligne droite, ainsi de suite à l'infini, sans qu'il y ait de raison pour s'arrêter.

Je reviens à mon objet. J'ai dit que la physique est une science qui a pour objet les propriétés des corps, et que là se présentent trois mots qu'il est nécessaire de vous définir : ces mots sont ceux de *science*, *corps* et *propriétés*.

Par *science*, on entend l'ensemble de toutes les propositions qui concernent un même sujet, et qui sont liées entr'elles selon l'ordre de leur mutuelle dépendance. Science.

Par *corps*, on entend tout ce qui manifeste son existence par quelque action sur nos sens; c'est ainsi, par exemple, que je suis assuré de l'existence d'un bloc de marbre, par la seule résistance qu'il m'oppose, lorsque je le touche. Corps.

Enfin, l'on entend par *propriété* dans les corps, ce qu'ils nous offrent de constant et d'uniforme, soit dans leur manière d'être, soit dans leur manière Propriété.

d'agir; de sorte qu'il en résulte, dans notre esprit, une idée nette et distincte. Si j'approche, par exemple, une pierre d'aimant d'un morceau de fer, j'observe d'abord qu'elle attire ce métal; mais rien ne me dit encore qu'elle attirerait d'autres morceaux de fer semblables, ni que d'autres pierres de même nature produiraient constamment le même effet. Rien ne me dit, non plus, que cette attraction se manifesterait dans différens temps, dans différens lieux; et ce n'est que par de nouvelles épreuves que je puis acquérir la certitude de tous ces faits. Or, c'est cette constance et cette uniformité que l'on observe dans la manière de se comporter de l'aimant par rapport au fer, que l'on nomme *propriétés de l'aimant.*

Ainsi donc, l'on dit qu'un corps jouit de telle ou telle propriété, lorsque par sa manière d'être ou d'agir sur d'autres corps, il affecte toujours de même quelqu'un de nos *sens;* c'est-à-dire, cette faculté que nous avons de recevoir les impressions des objets extérieurs. Cette définition ne vous avance sans doute pas beaucoup; car, si vous y faites attention, vous devez vous apercevoir que je définis l'un par l'autre ces deux mots, *corps* et *sens;* d'où il suit, comme je vous l'ai déjà fait observer, qu'il faut nécessairement considérer l'un des deux, comme le signe d'une idée première, qui ne nous permet pas de remonter plus loin. Lorsque nous parlerons des propriétés générales des corps, vous verrez qu'on peut encore définir autrement ce dernier mot, mais que l'on retombe toujours dans le même inconvénient que le précédent.

Sens.

On en compte cinq.

Je prendrai de-là occasion d'entrer dans quelques détails sur nos sens, qui sont au nombre de cinq, le toucher, le goût, l'odorat, la vue et l'ouie. Chacun d'eux a son siége particulier, que l'on nomme *organe,* et qui est destiné à recevoir les impressions des objets extérieurs. C'est ainsi que l'œil, comme on sait, est l'organe de la vue; l'oreille, l'organe de l'ouie, &c.

Les objets exercent leur action sur ces organes, ou immédiatement, comme dans le toucher et le goût, ou par le moyen de corpuscules qui en émanent, comme cela arrive dans l'odorat, ou enfin par l'entremise d'un fluide particulier qu'ils frappent, et qui nous fait partager son ébranlement, comme dans les impressions qui affectent les organes de la vue et de l'ouie.

Ce sont ces impressions, appelées *sensations*, qui nous mettent continuellement en rapport avec tout ce qui est hors de nous, et qui nous donnent le sentiment de notre propre existence. Le moyen que la nature emploie pour nous les transmettre, est une multitude de *nerfs*, qui sont comme les conducteurs de la vie, et qui étendent leurs ramifications dans toutes les parties du corps. Ces nerfs sont des espèces de filets mous ou pulpeux, qui tirent tous leur origine du cerveau, et se terminent sous la forme de petites houppes ou mamelons, qui reçoivent d'abord directement les impressions des objets, communiquent ensuite leur ébranlement aux nerfs dont ils ne sont qu'une extension, et deviennent par-là un foyer de mouvement et de sensibilité. Comment ils nous transmettent les impressions des objets.

Quelques physiologistes prétendent que cette communication se fait par le moyen d'un fluide particulier, qui circule dans les nerfs comme dans des canaux, auquel ils donnent le nom de *fluide vital* ou *esprits animaux*, mais dont l'existence n'est démontrée par aucun phénomène. Quoi qu'il en soit de cette opinion, il est certain que les impressions des objets se communiquent aux nerfs par voie de continuité, et qu'elles ont un centre commun, qui est le cerveau, où ces nerfs aboutissent tous.

De ces diverses impressions, il résulte dans notre esprit différentes images auxquelles on donne le nom d'*idées*. De-là vient cet axiome qu'on a si long-temps combattu dans les écoles, où, pour le dire en passant, les absurdités de toute espèce avaient seules le droit d'être érigées en maximes : en un mot, où il suffisait d'abjurer la raison pour obtenir les honneurs de l'apothéose : de-là vient, dis-je, cet axiome que *toutes nos idées nous arrivent par les sens.* Ils sont l'origine de nos idées.

1.° Le *toucher* est le plus étendu de nos sens, et il a son siége dans toutes les parties extérieures du corps. Les autres sens ne sont eux-mêmes, à proprement parler, que des espèces de touchers qui ont un siége particulier; car nous ne voyons que parce que la lumière vient frapper nos yeux, nous n'entendons que parce que l'air mis en mouvement par les corps sonores, vient à son tour frapper notre oreille. Il en est de même des autres sens. Toucher.

Vous remarquerez qu'il ne faut pas tout-à-fait confondre le toucher avec le tact. Le premier de ces mots s'applique généralement à toutes les parties du corps, tandis que le second se dit particulièrement des mains. Ainsi, lorsqu'une main touche quelqu'autre partie du corps, il en résulte deux sensations telles, qu'elle est en même temps organe du tact et objet du toucher.

Goût. 2.° Le *goût* a son siége principalement dans le palais et dans la langue, dont les fibres nerveuses sont terminées par des houppes moins grosses et moins serrées que celles qui nous transmettent les sensations du toucher; elles sont enveloppées d'une membrane très-poreuse, et sans cesse abreuvées par un fluide particulier, que l'on nomme *salive*.

Ce fluide sert à leur donner de la souplesse, et à augmenter l'action qu'exercent sur elles les substances alimentaires avec lesquelles il se mêle, à mesure qu'on les broie avec les dents.

C'est cette action, qui, quand elle ne produit qu'une sensation douce, constitue proprement la *saveur*, et qui, lorsqu'elle est très-vive, lui fait prendre le nom de *causticité*, comme nous le verrons en parlant des affinités.

Odorat. 3.° L'*odorat* a son siége dans les cavités du nez, qui sont revêtues intérieurement d'une membrane déliée, que l'on nomme *pituitaire*, et sur laquelle se distribuent les filets d'un nerf particulier, appelé *nerf olfactif*. Ces filets aboutissent à la surface de la membrane en forme de houppes, qui reçoivent l'impression des corpuscules qui émanent sans cesse des substances odorantes.

Il y a une communication entre les organes du goût et ceux de l'odorat; c'est pour cela que ces deux sens ont un très-grand rapport entre eux, et que l'odorat est encore particulièrement destiné à nous avertir de la qualité des alimens.

C'est à la plus ou moins grande étendue de la membrane pituitaire, qui recouvre les diverses cavités du nez, que les animaux doivent le plus ou le moins de perfection de ce sens; c'est pourquoi les chiens, dont les cellules osseuses sont très-multipliées, et dont le nez est très-alongé, ont l'odorat si subtil.

Lorsqu'une humeur surabondante vient engorger cet orgarne, il perd sa sensibilité, delà vient ce que l'on appelle le *rhume de cerveau.*

4.° L'*ouïe* a son siége dans l'oreille ; cet organe est composé d'une partie externe, qui est celle à laquelle on donne vulgairement le nom d'*oreille*, et d'une partie interne qui est séparée de la première par une membrane mince, que l'on nomme *timpan*, et derrière laquelle est une cavité pleine d'air. Ouïe.

C'est cette membrane qui, étant ébranlée par l'air extérieur que frappent les corps sonores, communique son mouvement à l'air renfermé dans la cavité, et de-là à une chaîne osseuse qui le transmet ensuite aux ramifications nerveuses répandues dans la partie la plus enfoncée, que l'on nomme *labyrinthe*, d'où résulte la sensation du son.

Les sourds de naissance ne peuvent avoir aucune idée des sons; et vous remarquerez qu'ils doivent nécessairement être toujours muets, parce que les sons de la voix n'ayant jamais frappé leur oreille, ils ne peuvent imaginer de faire usage des organes de la parole.

Nous nous étendrons davantage sur cet objet, lorsque nous traiterons particulièrement de l'*acoustique.*

5.° La *vue* a son siége dans l'œil, qui est une espèce de globe composé de membranes et de différentes humeurs transparentes, à travers lesquelles se brisent les rayons de lumière qui nous apportent les images des objets. Ces objets viennent se peindre en miniature sur une membrane qui est au fond de l'œil, que l'on nomme *rétine*, et qui est formée par l'épanouissement d'un nerf particulier, appelé *nerf optique.* C'est par le moyen de ce sens que nous jugeons de la distance des objets, de leur éclat, de leur figure, de leur couleur, de leur grandeur, &c. Vue.

Les humeurs qui font partie de l'organe de la vision sont sujettes à éprouver des variations; de-là vient que, dans les uns, la vue s'alonge plus ou moins, et que dans d'autres, au contraire, elle se raccourcit.

Les aveugles-nés ne peuvent avoir aucune des idées qui nous arrivent par ce sens. C'est pourquoi celle des couleurs leur est entièrement étrangère. On sait la réponse que fit un de ces aveugles à quelqu'un qui lui

demandait quelle idée il se formait de la couleur de l'écarlate ; il la compara au son de la trompette, et il n'avait pas absolument tort, parce qu'il se rappelait qu'on dit de tel son qu'il est *éclatant*, de telle couleur qu'elle est *éclatante*; il fut trompé par ce mot qui est pour nous le signe de deux idées différentes, et auquel il n'en pouvait attacher qu'une seule. Je m'étendrai davantage sur cet objet, lorsqu'il sera question de l'optique.

Ils se perfectionnent par l'exercice.

J'observerai encore que tous nos sens se développent et se perfectionnent par l'exercice ; et c'est pour cela que les mains qui sont plus familiarisées avec les objets extérieurs qu'aucune autre partie du corps, parviennent plus facilement à les distinguer par le tact.

De-là vient encore que les sourds ont souvent l'art de deviner ce que l'on dit, à la seule inspection du mouvement des lèvres ; et que les aveugles ont le tact si sensible, qu'un bâton seul suffit pour les conduire. Ces derniers jugent même à la manière dont l'air les frappe, de l'approche d'une voiture ou d'une personne, de la traverse d'une rue, &c. sensations dont les nuances sont infinies, et dont nous ne pouvons avoir l'idée dans l'emploi que nous faisons presque toujours à-la-fois de tous nos sens. Le célèbre *Saunderson* est un exemple frappant de ce que peut l'exercice du toucher. Quoique devenu aveugle dès sa plus tendre enfance, il ne laissa pas de devenir un habile géomètre : il avait imaginé une machine (1), au moyen de laquelle il pouvait, par le secours seul de ses doigts, non-seulement faire les opérations de calcul les plus compliquées, mais encore tracer des figures de géométrie (2).

C'est encore à l'exercice fréquent de *l'odorat* qu'il faut attribuer ce

(1) Voyez l'Algèbre de *Saunderson*, ou le Cours de mathématique de *Wolf*.

(2) Je terminerai cette histoire des aveugles par un trait assez piquant. On raconte qu'une ville ayant été prise d'assaut, les habitans, pour se soustraire à l'esclavage, fuyaient de toutes parts. Un aveugle alla se cacher dans le fond d'un souterrain presque inaccessible. On lui demanda comment il avait fait pour y parvenir. Il répondit qu'il était donné aux aveugles de voir le chemin de la liberté. La liberté fut le prix de sa réponse.

que

que les voyageurs rapportent des sauvages, qui distinguent à la piste, la différence d'un individu à un autre.

Les sens s'usent aussi, lorsqu'on fatigue les organes par des impressions trop fortes. C'est pour cela qu'il est si difficile d'émouvoir la sensibilité du goût de ceux qui font un usage immodéré des liqueurs, et que les buveurs d'eau ont ce sens si délicat; qu'une lumière trop forte rend insensible à une lumière ordinaire, et que lorsqu'on sort du grand jour pour entrer dans une salle qui n'est que faiblement éclairée, on croit être dans l'obscurité; de-là vient enfin que la plupart des sonneurs de cloches ont l'ouie très-dure, et que les canonniers sont souvent exposés à devenir sourds.

Ils s'usent par des impressions t op fortes.

Pour résumer en deux mots toute cette théorie abrégée, je dirai que nous naissons ordinairement avec cinq sens, qui sont en quelque sorte pour nous un certificat d'existence, qui nous distinguent particulièrement de la matière brute et végétante, en un mot, qui constituent le *moi* dans chacun de nous.

Résumé sur les sens.

Ces sens ont des organes qui reçoivent les impressions des objets extérieurs, et c'est par l'usage que nous apprenons à les coordonner entr'elles.

Ces impressions se nomment *sensations*, et sont l'origine de toutes nos idées.

Les idées sont les images des objets qui viennent se peindre dans notre esprit ou entendement, où elles se conservent, quoique les objets cessent d'agir; et c'est cette faculté de pouvoir se retracer des impressions effacées, que l'on nomme *mémoire*.

Bientôt nous comparons plusieurs idées entr'elles; et de-là naît un jugement qui, lorsqu'il est écrit ou prononcé, se nomme *proposition*.

Ainsi notre entendement se compose de la triple faculté que nous avons d'acquérir des idées, de les retenir et de les comparer.

D'où il suit, en dernière analyse, qu'il n'est que le résultat de notre organisation, qui, selon qu'elle est plus ou moins perfectionnée, constitue toute la différence qu'il y a entre un homme d'esprit et un sot.

Il me semble à présent, que vous devez avoir des idées assez nettes, de ce qu'on entend par *physique, science, corps, sens* et *propriétés.*

Division de la physique.

Parmi ces propriétés, les unes sont communes à tous les corps, les autres n'appartiennent qu'à quelques-uns d'eux : c'est pourquoi on divise ordinairement la physique en *physique générale* et *physique particulière.*

I. PHYSIQUE GÉNÉRALE.

La *physique générale* est celle qui considère les propriétés dont tous les corps jouissent de la même manière et sans exception ; et elles sont au nombre de cinq ; savoir : l'*étendue*, l'*impénétrabilité*, la *mobilité*, l'*inertie* et la *gravité.*

Étendue.

1.° On entend par *étendue*, la grandeur apparente par laquelle on juge de l'espace qu'occupe un corps. Cette propriété est l'objet de la *géométrie*, qui n'est pas de notre ressort : elle appartient non-seulement à tous les corps, mais encore à l'espace qui est, ainsi que la matière, divisible à l'infini, comme vous le verrez bientôt.

D'où, géométrie.

Impénétrabilité.

2.° L'*impénétrabilité* est la propriété en vertu de laquelle deux corps ne peuvent exister en même temps dans le même lieu ; de-là vient que c'est une expression très-impropre dont on se sert, lorsqu'on dit, par exemple, qu'un clou pénètre dans un morceau de bois, parce qu'il ne peut s'y introduire qu'à la faveur de l'écartement des fibres dont il prend la place.

Mobilité.

3.° La *mobilité* est la propriété en vertu de laquelle les corps peuvent être transportés d'un lieu dans un autre.

Inertie.

4.° L'*inertie* est cette autre propriété des corps en vertu de laquelle ils ne reçoivent de mouvement qu'autant qu'ils en détruisent la même quantité dans les corps qui agissent sur eux. Ces trois dernières propriétés sont l'objet d'une science particulière qu'on appelle *mécanique*, qui se divise en mécanique des solides, et mécanique des fluides. La première se sousdivise encore en *statique*, qui traite de l'équilibre des solides, et en *dynamique*, qui considère leur mouvement. La seconde, enfin, comprend l'*hydrostatique* et l'*hydrodynamique*, dont l'une est relative à l'équilibre des fluides, et l'autre à leur mouvement. Je me contenterai

D'où, mécanique.

seulement de vous présenter les diverses expériences, ainsi que les principes fondamentaux qui servent à établir la théorie de ces différentes sciences, parce qu'elles sont entièrement du ressort de l'analyse.

5.° Enfin, la *gravité* est la propriété en vertu de laquelle tous les corps tendent continuellement à se porter les uns vers les autres. C'est ainsi que la terre et les autres planètes attirent sans cesse le soleil, et réciproquement qu'elles sont continuellement attirées par cet astre. Gravité.

Les lois de la gravité sont d'agir, 1.° en raison directe des masses; c'est-à-dire, par exemple, que si la terre et la lune étaient à la même distance du soleil, comme celle-ci a environ 66 fois moins de masse que la terre, elle attirerait le soleil avec une force 66 fois moindre; 2.° en raison inverse des quarrés des distances; c'est à dire, que la gravité diminue en même raison que le quarré de la distance augmente. Par exemple, si la terre était à une distance trois fois plus grande qu'elle n'est du soleil, elle attirerait cet astre avec une force neuf fois moindre, parce que neuf est le quarré de trois. Ses lois.

La gravité a différens noms. Considérée par rapport à tous les corps de la nature, elle conserve celui de gravité, ou porte ceux d'*attraction*, de *gravitation*, et sous ce point de vue, elle est l'objet de l'*astronomie physique*. Considérée par rapport aux corps qui sont placés à la surface de la terre, elle prend le nom de *pesanteur*, qui a sa théorie particulière, qui est l'objet d'une science que je nommerai *barologie*, et qui n'est autre chose que la tendance qu'ont les corps, abandonnés à eux-mêmes, à se précipiter vers la terre, en suivant une direction qui passe par le centre, ou à-peu-près. D'où, astronomie physique. Barologie.

Telles sont les propriétés essentielles et communes à tous les corps, qui les affectent tous de la même manière, et qui sont l'objet de la physique générale. Je vais de même vous présenter le tableau abrégé de la physique particulière.

II. PHYSIQUE PARTICULIÈRE.

La *physique particulière* est celle qui considère les propriétés qui caractérisent les corps. On peut la diviser en trois parties; la physique *particulière*,

proprement dite, la physique *analytique* ou *chimie*, et la physique d'*observation* ou *histoire naturelle.*

1.° PHYSIQUE PARTICULIÈRE proprement dite.

La *physique particulière*, proprement dite, est celle qui traite de quelques affections variables dans les corps. Or ces affections peuvent appartenir à tous les corps en général, ou n'appartenir qu'à quelques-uns d'eux; tel que l'aimant, qui a sa théorie particulière, et qui est l'objet d'une science que nous nommerons *magnétologie*.

Magnétologie.

Quant aux affections variables qui appartiennent généralement à tous les corps, ou elles leur conviennent dans quelqu'état qu'ils soient, ou elles dépendent de leur état. Dans quelqu'état qu'ils soient, tels sont 1.° la *porosité*, qui n'est autre chose que la propriété qu'ont les molécules des corps d'être séparées les unes des autres par des intervalles plus ou moins grands pour chacun d'eux; 2.° l'*élasticité*, qui est une propriété en vertu de laquelle un corps comprimé tend à revenir à son premier état, lorsqu'il est abandonné à lui-même. C'est ainsi, par exemple, que si l'on applatit un ballon, il reprend sa forme sphérique lorsqu'on cesse de le comprimer; 3.° Les *affinités*, qui ont leur théorie propre, que j'appellerai *affinitologie* : et l'on entend par affinité la propriété en vertu de laquelle les molécules des corps tendent à s'unir les unes avec les autres. C'est ainsi, par exemple, que si l'on met en contact deux gouttes de mercure, elles s'unissent entre elles, se confondent, et ne forment bientôt plus qu'un seul et même globule. C'est encore en vertu de cette propriété que l'eau a la faculté de dissoudre la plupart des sels; et vous remarquerez qu'il ne faut pas la confondre avec cette autre tendance dont j'ai parlé tout à l'heure, que l'on nomme *gravité*, et qui appartient aux grandes masses. La gravité et l'affinité ont chacune leurs lois particulières, et il paraît que ce sont deux propriétés très-distinctes l'une de l'autre, comme nous le verrons en traitant particulièrement de chacune d'elles; 4.° les propriétés des corps par rapport au calorique, qui est l'objet d'une science que je nommerai *pyrologie*; 5.° leurs propriétés par rapport à la lumière, qui est l'objet de l'*optique*; 6.° enfin leurs propriétés par rapport au fluide électrique, qui est l'objet d'une science à laquelle je donnerai le nom d'*électrologie*.

Porosité. Élasticité. Affinitologie. Pyrologie. Optique. Électrologie.

J'ai dit que les affections variables dans les corps, et qui leur appar-

tiennent à tous généralement, peuvent dépendre de leur état : or, cet état peut être solide, liquide ou gazeux : on entend par *état solide*, celui d'un corps dont toutes les parties sont tellement adhérentes entr'elles, qu'elles se séparent difficilement. C'est ainsi, par exemple, que pour rompre la force avec laquelle sont enchaînées les molécules d'une pierre, on est obligé d'employer l'action d'un marteau, ou de tout autre instrument semblable. On entend par *état liquide*, celui d'un corps dont toutes les parties ont si peu d'adhérence entr'elles, qu'elles se séparent facilement et obéissent au plus léger effort. Telle est, par exemple, l'eau, dont les molécules cèdent à la moindre pression. On entend enfin par *état gazeux*, celui d'un corps dont toutes les parties sont tellement indépendantes les unes des autres, qu'elles se repoussent en quelque sorte, et forment une masse compressible et élastique. Tels sont l'air atmosphérique, l'eau réduite en vapeurs, &c. Lorsque nous parlerons des propriétés du calorique, nous verrons que ces deux derniers états sont dus à la manière dont les corps sont diversement affectés par ce fluide.

État solide.

État liquide.

État gazeux.

Vous venez de voir 1.° que les affections variables dans les corps, peuvent dépendre de leur état solide : or, sous ce point de vue, ils sont cristallisables ou non cristallisables ; c'est-à-dire, qu'ils affectent ou non constamment certaines formes particulières. Tel est le sel marin, qui se présente presque toujours sous la forme de petits cubes. De-là naît une science qu'on appelle *cristallographie* ;

Cristallographie.

2.° Que ces affections peuvent dépendre de leur état liquide. Sous ce point de vue, les corps peuvent affecter diversement d'autres corps, suivant qu'ils ont ou non la faculté de les mouiller : d'où naît une science que je nommerai *capillarologie ;* c'est-à-dire, théorie des *tuyaux capillaires :* et l'on appelle ainsi des tuyaux étroits qui ont la propriété d'élever ou d'abaisser les liqueurs dans lesquelles ils plongent, au-dessus ou au-dessous de leur niveau, selon qu'ils ont ou non la faculté de s'attacher à leur surface. Sous ce même point de vue, les corps peuvent encore s'introduire dans les pores d'autres corps, qu'ils ont la propriété de mouiller : de-là naît une science, qu'on appelle *hygrométrie*, qui nous apprend à connaître les différens degrés de sécheresse et d'humidité des corps, et particulièrement de l'atmosphère ;

Capillarologie.

Hygrométrie.

3.° Enfin, que ces mêmes affections dans les corps peuvent dépendre de leur état gazeux; et, sous ce nouveau point de vue, leurs propriétés se réduisent à une compressibilité plus grande, et à une élasticité plus parfaite que dans les états précédens. De-là naît une science que nous nommerons *gazologie;* c'est-à-dire, théorie des gaz. Telles sont les différentes sciences qui composent la physique particulière proprement dite.

Gazologie.

2.° PHYSIQUE ANALYTIQUE, ou CHIMIE.

La seconde branche de la physique particulière est celle que nous avons appelée *physique analytique* ou *chimie*, science qui a pour objet les parties constituantes des corps, et qui n'est pas de notre ressort. C'est elle qui nous apprend à connaître leur nature, les résultats de leurs combinaisons, les divers principes qui entrent dans leur composition; en un mot, l'action qu'ils exercent réciproquement les uns sur les autres.

Parties constituantes.

On entend par *parties constituantes* d'un corps, des substances hétérogènes qui, par leur réunion, concourent à sa formation, et qui sont telles qu'on ne peut les séparer sans opérer la destruction de ce corps, ou du moins sans en altérer la nature. C'est ainsi que le savon a pour parties constituantes l'huile que vous connaissez parfaitement, et une substance particulière que l'on nomme *alcali,* et que vous connaîtrez par la suite; c'est-à-dire, que le savon est le résultat de la combinaison de ces deux substances. On donne à ces parties le nom de *constituantes*, pour les distinguer d'autres parties que l'on appelle *intégrantes*, et qui ne sont autre chose que les plus petites molécules auxquelles on puisse réduire un corps sans le décomposer. C'est ainsi que si l'on pulvérise des cristaux de sel marin, quelque petites que soient les molécules auxquelles on les réduise, elles seront toujours de même nature que la masse dont elles faisaient partie; c'est-à-dire, qu'elles ne cesseront pas d'être du sel marin.

Parties intégrantes.

Ce que les parties constituantes des corps ont d'analogue, est l'objet de la *chimie générale;* ce qu'elles ont de particulier est l'objet de la *chimie particulière* (1).

3.° PHYSIQUE D'OBSERVATION, ou HISTOIRE NATURELLE.

La troisième partie de la physique particulière est celle que j'ai appelée

(1) Cette science, aussi vaste que la physique particulière proprement dite, exigerait sans doute un plus grand développement; mais, comme elle n'est pas de notre objet, il a dû nécessairement entrer dans notre plan d'en resserrer le tableau.

physique d'observation ou *histoire naturelle*, science qui se borne à décrire les corps par leurs caractères extérieurs ; à observer leur origine, leur accroissement, leur organisation, leurs variétés, leurs métamorphoses, enfin, leur destruction. Sous ce point de vue, les corps sont étrangers au globe de la terre, ou ils en font partie. Étrangers au globe, ils sont l'objet de l'*astronomie descriptive*, qui nous apprend à connaître la position des astres, leur grandeur, leurs distances, la durée de leurs révolutions, &c. Astronomie descriptive.

Quant aux corps qui appartiennent au globe de la terre, ou ils sont extérieurs au globe, ou ils en sont partie constituante.

Dans le premier cas, ils composent l'air ou atmosphère, c'est-à-dire, ce fluide invisible et transparent qui, environnant la terre de toutes parts, partage tous ses mouvemens, et dont les propriétés sont ou chimiques ou mécaniques. Les premières sont celles qui dérivent de la nature de ses principes, et de la faculté qu'il a de se combiner avec diverses substances, et elles sont l'objet de la *météréologie*, science qui traite des météores, c'est-à-dire des phénomènes qui se passent dans l'atmosphère; tels que la neige, la pluie, la grêle, &c. Météréologie.

Ses propriétés mécaniques sont celles qui sont relatives à l'équilibre et au mouvement. Or, ce mouvement peut être considéré en grande masse, ou dans les vibrations des molécules de ce fluide. En grande masse, il est l'objet d'une science que nous appellerons *anémologie*, c'est-à-dire théorie des vents ; et considéré comme un mouvement de vibration de molécules, il est l'origine du son, qui est l'objet d'une science que l'on nomme *acoustique*. Anémologie. Acoustique.

Quant aux propriétés mécaniques de l'air relatives à l'équilibre, elles sont l'objet de la *pneumatologie*, science qui traite des phénomènes qui ont pour cause la pesanteur de ce fluide, sa compressibilité, son élasticité. Pneumatologie.

Il reste à présent à vous parler des corps qui constituent le globe de la terre. Sous ce point de vue, on peut le considérer 1.° par rapport à sa masse totale; et alors il est l'objet de la *géologie*, qui traite de sa formation, de sa constitution physique, des divers changemens qu'il peut avoir éprouvés, &c. 2.° par rapport à sa surface; et, dans ce cas, il est l'objet de la *géographie*, qui nous apprend à connaître la position des différens lieux de la terre; 3.° par rapport à ses individus, qui sont organisés ou non organisés : et l'on entend par *être organisé*, tout être qui renferme en Géologie. Géographie.

soi un principe de développement et de réproduction. Les êtres organisés sont eux-mêmes capables ou incapables de volonté; capables de volonté, ils sont l'objet de la *zoologie*, ou science des animaux; incapables de volonté, ils sont l'objet de la *botanique*, ou science des végétaux. Enfin, les êtres non organisés sont l'objet de la *minéralogie*, ou science des minéraux, c'est-à-dire, des substances privées du mouvement de la vie.

Zoologie. Botanique. Minéralogie.

Ces cinq dernières sciences ne sont pas de notre objet. Il en est quelques autres qui ne font pas partie de la nomenclature de ce tableau, parce qu'elles ne sont que des sous-divisions de celles que vous venez de voir: c'est ainsi que l'*anatomie* et la *médecine* appartiennent à la *zoologie*, l'*agriculture* à la *botanique*, la *musique* à l'*acoustique*, &c.

Quant à l'ordre que nous suivrons dans l'étude de ces différentes sciences, nous n'observerons pas rigoureusement celui que je viens de vous tracer. J'ai eu seulement pour but de vous faire voir comment on peut les concevoir enchaînées entr'elles; et cette manière de les mettre ainsi dans la dépendance les unes des autres, est une idée qui appartient entièrement au citoyen *Monge*. Mais vous ne devez pas oublier que toutes ces divisions ne sont que factices, et qu'elles n'ont été imaginées que pour soulager la mémoire. Toutes les vérités se tiennent dans l'ordre physique, ainsi que dans l'ordre moral, et, à proprement parler, il n'y a qu'une science, celle de la nature.

Je partagerai seulement en deux grandes classes toutes celles qui doivent nous occuper: les unes relatives aux phénomènes de masses, telles que les différentes parties de la mécanique, la barologie, l'astronomie physique et descriptive, la pneumatologie, l'anémologie, l'acoustique, l'optique, l'électrologie et la magnétologie;

Les autres relatives aux phénomènes de molécules, telles que l'affinitologie, la capillarologie, la pyrologie, la gazologie, la météréologie, l'hygrométrie et la cristallographie.

Tel est le plan par lequel a été ouvert le cours ordinaire de l'école. Comme la sécheresse serait inséparable du compte que l'on pourrait rendre des autres séances, on se propose de donner ainsi successivement, dans chaque numéro de ce journal, la suite des leçons qui doivent former le cours entier.

BARRUEL.

ANALYSE APPLIQUÉE A LA GÉOMÉTRIE.

Sur les lignes de courbure de la surface de l'Ellipsoïde.

Le but de l'institution de l'école polytechnique est de former des élèves pour les écoles d'application de tous les genres de services publics ; son mode particulier d'enseignement consiste principalement dans l'exécution ; et l'objet de l'instruction qu'on y donne, comprend généralement les sciences et les arts nécessaires à la conduite et à la confection des travaux publics.

De toutes les sciences, celle qui est la plus indispensable pour l'ordonnance et l'exécution des travaux publics, est sans contredit la mécanique. Mais la mécanique a trois genres de difficultés ; celles de l'analyse, celles de la géométrie, et celles qui lui sont propres. Tant de difficultés cumulées ont, pour ainsi dire, rendu cette science inaccessible aux artistes et inutile aux arts ; et l'homme est encore obligé d'exécuter par lui-même une foule de travaux pénibles, dont il pourrait charger les forces inépuisables de la nature, et ne se réserver que la direction.

Pour attaquer séparément ces difficultés, dans les études du soir, les élèves ne s'occupent de la mécanique que pendant la seconde et la troisième année, et après avoir été exercés pendant toute la première à l'application de l'analyse à la géométrie des trois dimensions. Nous nous proposons de publier successivement, dans ce journal, les leçons d'analyse appliquée à la géométrie. Il en est une à laquelle les circonstances actuelles prêtent quelqu'intérêt; nous allons la publier séparément, en la faisant précéder par l'exposé sommaire de l'objet de quelques leçons antérieures qu'elle suppose nécessairement. Ces leçons antérieures, dont nous ne rapporterons que les résultats, seront exposées en détail dans leur ordre ; en attendant, on pourra, sur cet objet, consulter les Mémoires de l'académie des sciences, *année 1781, pag. 684.* &c.

Exposé sommaire des propriétés des surfaces courbes par rapport à leurs courbures.

APRÈS avoir conçu par un point quelconque d'une surface courbe une normale à cette surface, si l'on veut passer au point infiniment voisin pour lequel la nouvelle normale soit dans le même plan que la première, et la rencontre par conséquent en un point, on peut toujours le faire dans deux directions ; ces deux directions sont toujours à angles droits sur la surface, et elles sont les seules qui donnent ce résultat, si l'on en excepte le cas particulier de la sphère pour toute la surface, et quelques points remarquables pour d'autres, tels que les sommets des surfaces de révolution.

Les deux points dans lesquels chaque normale est rencontrée par les deux normales infiniment voisines, sont les centres des deux courbures de la surface dans le point que l'on considère ; les distances de ces deux points à celui de la surface, sont les rayons des deux courbures ; et les directions rectangulaires dans lesquelles on passe de la normale aux deux normales consécutives qui la coupent, sont les directions de ces courbures.

Si l'on conçoit que le point de la surface se meuve de manière qu'à chaque instant, des directions des deux courbures, il suive celle qui est dans un premier sens, et qu'il continue ainsi de se mouvoir autant que le permettra l'étendue de la surface, la courbe qu'il parcourra, sera celle de l'une des courbures. En concevant pour chaque point une courbe parcourue de cette manière, on aura la suite des lignes de la première courbure, qui diviseront l'aire de la surface courbe en zones, suivant une première direction. Si l'on conçoit que le point de la surface, au lieu de suivre dans son mouvement la direction de la première courbure, suive au contraire constamment celle de la seconde, il parcourra une courbe de la seconde courbure, et cette courbe coupera toutes celles de la première à angles droits. En concevant pour chaque point une courbe parcourue de cette seconde manière, on aura la suite des lignes de la seconde courbure, qui diviseront l'aire de la surface en d'autres zones, suivant une nouvelle direction. Enfin, chacune des lignes de l'une de ces deux suites étant perpendiculaire

à toutes celles de l'autre suite et réciproquement, il s'ensuit que les deux suites de lignes de courbures diviseront l'aire de la surface courbe en élémens qui seront tous rectangulaires. Cela peut être rendu sensible sur les surfaces de révolution prises pour exemple.

Sur les surfaces de révolution on ne peut passer d'un point à un autre pour lequel les deux normales soient dans un même plan, à moins qu'on ne suive ou la direction du méridien, ou celle du parallèle qui passe par ce point; suivant toute autre direction, les deux normales ne se rencontreraient pas, puisqu'étant dans des méridiens différens, elles ne passeraient pas par le même point de l'axe. Les méridiens sont donc la suite des lignes d'une des courbures, et les parallèles la suite de celles de l'autre. Chaque courbe de l'une de ces suites est perpendiculaire à toutes celles de l'autre; et les deux suites divisent l'aire de la surface en élémens que l'on peut regarder comme rectangulaires.

Si la normale se meut de manière que, sans cesser d'être perpendiculaire à la surface, elle parcourre une ligne de courbure; dans chaque instant de son mouvement elle se portera sur une des deux normales infiniment voisines qui la coupent; et elle engendrera une surface qui sera développable, qui sera par-tout perpendiculaire à la surface courbe, et qui coupera celle-ci dans une de ses lignes de courbures.

Si, pour le même point, la normale parcourt la ligne de l'autre courbure, elle engendrera de même une seconde surface développable normale à la surface courbe, et qui rencontrera la première en ligne droite et à angles droits. Si l'on conçoit donc une semblable surface pour chacune des lignes de courbures de l'une et de l'autre suite, on aura deux suites de surfaces développables normales à la surface courbe, et telles que chacune de celles d'une des suites rencontrera toutes celles de l'autre suite en lignes droites et à angles droits. Toutes ces surfaces développables normales diviseront l'espace en élémens, indéfinis dans le sens de la longueur de la normale, infiniment étroits dans les sens des deux courbures, et terminés par quatre plans rectangulaires entr'eux, et par quatre arêtes indéfinies et en lignes droites.

Chacune des surfaces développables normales d'une des suites a une arête de rebroussement particulière, et qui, étant le lieu des intersections

successives des normales consécutives pour une même ligne de courbure, est le lieu des centres d'une des courbures pour tous les points de cette ligne. Si l'on considère donc le système des arêtes de rebroussement de toutes les surfaces développables normales d'une même suite, ce système formera une surface courbe, qui sera le lieu de tous les centres d'une des courbures de la surface courbe. De la même manière, le système des arêtes de rebroussement de toutes les surfaces développables normales de l'autre suite, formera une autre surface courbe, qui sera le lieu de tous les centres de la seconde courbure de la même surface courbe. Les deux surfaces des centres de courbures d'une même surface courbe sont, par rapport à elle, ce que les développées ordinaires sont par rapport aux courbes; dans quelques cas particuliers, elles sont distinctes l'une de l'autre, et peuvent avoir leurs équations séparées : en général, elles sont les nappes différentes d'une même surface courbe, et elles sont toutes deux exprimées par une même équation d'un degré pair.

Les résultats que nous venons d'exposer succinctement, sont susceptibles de plusieurs applications utiles aux arts; une des plus frappantes a pour objet la manière de diviser une voûte en voussoirs par des joints.

Les joints des voûtes doivent satisfaire en même temps à un assez grand nombre de conditions, dont les principales sont, 1.° d'être par-tout perpendiculaires à la surface de la voûte, afin que les angles de deux voussoirs consécutifs étant égaux entr'eux, ils résistent également à leur rupture dans l'action que ces voussoirs exercent l'un sur l'autre; 2.° d'être perpendiculaires entre eux, par la même raison: 3.° D'être engendrés par le mouvement d'une ligne droite; car les surfaces engendrées de cette manière, sont les seules qui soient susceptibles d'une exécution exacte; et il faut que les joints des voussoirs contigus, soient parfaitement exécutés, parce que de légères incorrections entraîneraient la rupture de l'un de ces voussoirs: 4.° d'être formés par des surfaces développables, afin que les panneaux puissent être appliqués sur les différentes faces, et en donner les contours d'une manière rigoureuse.

On voit que toutes ces conditions seraient remplies en même temps, si l'on divisait la surface de la voûte par des lignes de l'une et de l'autre des deux courbures, qui fussent espacées entr'elles d'une quantité finie,

dépendant de la nature des matériaux; et si les joints étaient formés par les surfaces développables normales à la surface de la voûte. D'ailleurs, si les joints étaient apparens sur la surface de la voûte, ils y traceraient des courbes toutes rectangulaires entr'elles, et qui, dépendant de la nature même de la surface, en rendraient la génération plus prononcée. Enfin, ces lignes elles-mêmes diviseraient la surface de la voûte en compartimens rectangulaires, et susceptibles d'une décoration propre à la surface.

C'est vers cette solution générale que les artistes s'étaient toujours dirigés; ils ne l'avaient atteinte que pour les cas faciles des surfaces cylindriques, des surfaces coniques et de celles de révolution. Quant aux autres surfaces courbes dont ils ne connaissaient pas les lignes de courbure, ils les excluaient presque généralement de la composition des voûtes, lors même que les circonstances les exigeaient impérieusement; et c'est à cela principalement qu'on doit attribuer le mauvais effet que produisent en général, dans l'architecture, les morceaux de traits de coupe des pierres; parce que, pour rendre un trait exécutable, on choisit pour la voûte une surface qui n'est pas toujours celle que la nature des choses commanderait.

Ces préliminaires nous paraissent suffire pour faire comprendre la leçon sur les lignes de courbure de la surface de l'ellipsoïde.

Des lignes de courbures de la surface de l'Ellipsoïde.

I.

Après avoir porté de part et d'autre de l'origine, sur la ligne des x une première droite a, sur la ligne des y une seconde droite b, et sur la ligne des z une troisième droite c; ce qui détermine six points placés de telle manière que chacun des trois plans rectangulaires en contient quatre; si l'on conçoit dans chacun de ces plans une ellipse dont les quatre points compris dans ce plan soient les quatre sommets, chacune de ces ellipses, que nous nommerons *ellipses principales*, aura pour demi-axes deux des trois droites a, b, c, et leurs équations seront

$$b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2,$$
$$c^2 y^2 + b^2 z^2 = b^2 c^2;$$
$$a^2 z^2 + c^2 x^2 = c^2 a^2.$$

Ensuite, si l'on conçoit qu'un plan se meuve parallèlement à l'un quelconque des plans rectangulaires, dans chacune de ses positions il coupera deux des ellipses principales, chacune en deux points, ce qui déterminera quatre points dans ce plan; enfin, si l'on conçoit l'ellipse dont ces quatre derniers points seraient les quatre sommets, le lieu de toutes les ellipses construites suivant la même loi que la dernière, sera la surface de l'ellipsoïde, dont nous nous proposons de trouver les lignes de courbures; ou, ce qui revient au même, cette surface peut être regardée comme engendrée par le mouvement de la dernière ellipse qui est en même temps variable de figure et de position.

Il est évident, d'après cette génération, que la surface est symétrique par rapport à chacune des trois lignes des x, des y et des z sur lesquelles seront placés ses trois axes, et que les grandeurs de ces axes seront respectivement $2\,\mathrm{a}$, $2\,b$, $2\,c$. De ces trois axes nous supposerons que le premier soit le plus grand et que le dernier soit le plus petit.

I I.

Pour trouver l'équation de la surface de l'ellipsoïde, supposons que le plan mobile soit parallèle à celui des x, y, et considérons-le lorsqu'il est à une distance quelconque α de l'origine, on aura pour son équation

$$z = \alpha;$$

l'on trouvera les coordonnées des points dans lesquels il coupe alors les deux ellipses principales, en faisant $z = \alpha$ dans les équations de ces deux courbes, ce qui donnera $x^2 = \mathrm{a}^2\,\frac{c^2 - \alpha^2}{c^2}$, $y^2 = b^2\,\frac{c^2 - \alpha^2}{c^2}$; et ces valeurs de x et y seront les demi-axes de l'ellipse mobile, dont l'équation sera par conséquent

$$b^2\,c^2\,x^2 + \mathrm{a}^2\,c^2\,y^2 = \mathrm{a}^2\,b^2\,(c^2 - \alpha^2).$$

Ainsi cette équation et celle du plan mobile sont les deux équations de l'ellipse mobile considérée dans l'espace, et dont la figure, ainsi que la position, sont déterminées par la valeur de α. Donc, pour avoir l'équation de la surface engendrée par le mouvement de cette courbe, il faut éliminer α entre ces deux équations, ce qui donne pour équation de la surface de l'ellipsoïde,

$$b^2\,c^2\,x^2 + \mathrm{a}^2\,c^2\,y^2 + \mathrm{a}^2\,b^2\,z^2 = \mathrm{a}^2\,b^2\,c^2.$$

Si le plan mobile eût été parallèle au plan des x, y, ou à celui des y, z, on aurait eu le même résultat, et l'on aurait par conséquent engendré la même surface.

III

Pour avoir l'équation des lignes de courbures, il faut différencier deux fois celle de la surface, afin d'obtenir les valeurs de p, q, r, s, t, et substituer ces valeurs dans l'équation (E) des lignes de courbures. Or, par la différenciation, l'on trouve

$$p = -\frac{cx}{a^2 z}, \qquad r = -\frac{c^4}{a^2 b^2 z^3}(b^2 - y^2),$$

$$q = -\frac{c^2 y}{b^2 z}, \qquad s = -\frac{c^4}{a^2 b^2 z^3} xy,$$

$$t = -\frac{c^4}{a^2 b^2 z^3}(a^2 - x^2);$$

substituant donc ces valeurs dans

$$(E) \quad \frac{dy^2}{dx^2}\{(1+q^2)s - pqt\} + \frac{dy}{dx}\{(1+q^2)r - (1+p^2)t\}$$
$$- \{(1+p^2)s - pqr\} = 0,$$

et chassant, au moyen de l'équation de la surface, les z qui ne se détruisent pas, on aura, pour les projections des lignes de courbures sur le plan des x, y, l'équation aux différences ordinaires à deux variables

$$a^2(b^2 - c^2)xy\frac{dy^2}{dx^2} + \frac{dy}{dx}\{b^2(a^2 - c^2)x^2 - a^2(b^2 - c^2)y^2 - a^2b^2(a^2 - b^2)\}$$
$$- b^2(a^2 - c^2)xy = 0,$$

qui, en faisant, pour abréger,

$$\frac{a^2(b^2 - c^2)}{b^2(a^2 - c^2)} = A, \qquad \frac{a^2(a^2 - b^2)}{a^2 - c^2} = B$$

devient

$$Axy\frac{dy^2}{dx^2} + \frac{dy}{dx}(x^2 - Ay^2 - B) - xy = 0$$

et qu'il s'agit d'intégrer.

IV.

CETTE équation étant élevée, on doit la regarder comme résultant de rapports non linéaires, établis entre les constantes qui complétaient les intégrales du premier ordre d'une équation différentielle d'un ordre supérieur. Il faut donc chercher cette équation d'un ordre supérieur, en éliminant successivement des constantes par la différenciation; l'intégrer ensuite jusqu'aux quantités finies, ce qui introduira autant de constantes arbitraires de trop que l'on aura différencié de fois, et trouver enfin les relations qui doivent subsister entre ces constantes arbitraires pour que la proposée soit satisfaite.

Différenciant donc la proposée, on trouve

$$\frac{ddy}{dx^2}\left\{2Axy\frac{dy}{dx}+x^2-Ay^2-B\right\}+\left(A\frac{dy^2}{dx^2}+1\right)\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)=0,$$

et éliminant une des constantes A, B, l'autre disparaît aussi, et l'on obtient l'équation aux différences secondes

$$xyddy+dy\,(xdy-ydx)=0$$

qui est linéaire, et qui peut être mise sous cette forme

$$\frac{y}{x}\,ddy+dy\,d\frac{y}{x}=0$$

dont l'intégrale est

$$\frac{y}{x}\,dy=\beta dx,$$

β étant la constante arbitraire introduite par l'intégration.

On pourrait dès-à-présent substituer dans la proposée pour $\frac{dy}{dx}$ sa valeur tirée de cette intégrale, et l'on aurait l'intégrale demandée, complétée par la constante arbitraire β; dans ce cas même l'opération serait très-simple; mais en général il vaut mieux remonter directement aux quantités finies, ce qui donne toujours l'équation la plus simple, et déterminer les valeurs des constantes surnuméraires de manière que la proposée soit satisfaite.

Intégrant donc encore une fois, on trouve

$$y^2=\beta x^2+\gamma;$$

équation d'une section conique, concentrique à l'ellipsoïde, dont les axes

sont

sont dirigés suivant la ligne des x et celle des y, pour laquelle les grandeurs des axes sont arbitraires, et qui peut être une ellipse ou une hyperbole, selon le signe de la constante β. Mais nous ne devons avoir qu'une seule arbitraire, donc des deux axes de la section conique il n'y en a qu'un dont nous puissions disposer ; l'autre dépend du premier, et cette relation doit être telle que la proposée soit satisfaite.

Pour trouver cette relation, soient m, n les grandeurs des demi-axes de la section conique, son équation sera

$$n^2 x^2 \pm m^2 y^2 = m^2 n^2;$$

le signe supérieur étant pour les ellipses, et l'inférieur pour les hyperboles ; en la différenciant, on trouvera

$$\frac{dy}{dx} = \mp \frac{n^2 x}{m^2 y},$$

substituant pour y et $\frac{dy}{dx}$ leurs valeurs dans la proposée, x disparaîtra aussi, et l'on trouvera que pour que cette équation soit satisfaite, les deux demi-axes m, n doivent avoir entre eux la relation suivante

$$m^2 \mp A n^2 = B.$$

Ces demi-axes pour chaque ellipse sont donc les coordonnées d'un point d'une même hyperbole déterminée, et pour chaque hyperbole les coordonnées d'un point d'une même ellipse déterminée ; cette hyperbole déterminée et cette ellipse étant d'ailleurs l'une et l'autre concentriques à l'ellipsoïde ; ayant de plus les mêmes axes, dirigés l'un suivant la ligne des x, l'autre suivant la ligne des y ; et les grandeurs de ces axes étant, pour la moitié du premier, $\sqrt{(B)}$, et pour la moitié du second $\frac{\sqrt{(B)}}{\sqrt{(A)}}$. Enfin, remettant pour A et B leurs valeurs, les grandeurs des demi-axes communs de l'ellipse et de l'hyperbole déterminées, seront respectivement $\frac{a\sqrt{(a^2 - b^2)}}{\sqrt{(a^2 - c^2)}}$ et $\frac{b\sqrt{(a^2 - b^2)}}{\sqrt{(b^2 - c^2)}}$.

D'où suit la construction suivante :

V.

On construira une première hyperbole et une première ellipse, toutes deux concentriques à l'ellipse principale, et dont les demi-axes communs

seront $\frac{a \sqrt{(a^2 - b^2)}}{\sqrt{(a^2 - c^2)}}$ dans le sens des x, et $\frac{b \sqrt{(a^2 - b^2)}}{\sqrt{(b^2 - c^2)}}$ dans le sens des y. Nous donnerons à ces deux courbes le nom d'*hyperbole* et d'*ellipse auxiliaires*. Puis, si d'un point quelconque de l'hyperbole on abaisse les deux coordonnées rectangulaires, ces coordonnées seront les demi-axes d'après lesquels, en construisant une autre ellipse concentrique, on aura la projection sur le plan des x, y d'une des lignes de courbure de l'ellipsoïde. Construisant de la même manière tant d'ellipses qu'on voudra, on aura les projections de toute la suite des lignes d'une des courbures de la surface. De même, si d'un point quelconque de l'ellipse auxiliaire on abaisse les deux coordonnées rectangulaires, elles seront les demi-axes d'une hyperbole concentrique; chacune des hyperboles construites de cette manière coupera toutes les ellipses et réciproquement, et leur système sera la projection de toute la suite des lignes de l'autre courbure.

La quantité $a^2 - b^2$ étant toujours moindre que $a^2 - c^2$, il s'ensuit que l'axe commun de l'ellipse et de l'hyperbole auxiliaires, et qui a pour expression $\frac{2 a \sqrt{(a^2 - b^2)}}{\sqrt{(a^2 - c^2)}}$, est plus petit que le grand axe $2a$ de l'ellipsoïde; que par conséquent les sommets communs de ces deux courbes tombent en dedans de l'ellipse principale. D'après cela, il est évident que la plus petite des ellipses, projections des lignes de courbure, a pour grand axe cet axe commun, et que son petit axe est nul; elle se confond donc avec la ligne des x; d'où il suit que l'ellipse principale qui est dans le plan des x, z, est elle-même une des lignes de courbures de la surface. A mesure que le grand axe des ellipses croît, le petit axe croît aussi; et lorsque le premier de ces axes est égal au grand axe de l'ellipsoïde, l'ellipse se confond avec l'ellipse principale du plan des x, y, qui est donc aussi une ligne de courbure. En effet, si dans l'équation de l'hyperbole auxiliaire $m^2 - An^2 = B$, on fait $m = a$, et si on remet pour A et B leurs valeurs, on trouve $n = b$. Il est inutile de construire des ellipses plus grandes que cette dernière, elles tomberaient toutes en dehors de l'ellipsoïde, et seraient étrangères à notre objet.

On voit donc que chacun des deux sommets communs de l'hyperbole et de l'ellipse auxiliaires est embrassé d'un même côté par toutes les

ellipses, qui se resserrent toujours à mesure que leurs sommets en approchent, et qui ne perdent leur petit axe que quand elles l'atteignent.

Quant aux hyperboles, il est clair qu'aucune d'elles ne peut avoir dans le sens des x un axe plus grand que l'axe commun de l'hyperbole et de l'ellipse auxiliaires. Celle pour laquelle l'axe a cette grandeur, a son autre axe nul, et se confond avec la ligne des x; à mesure que cet axe diminue, l'autre augmente; de manière que lorsque celui-ci est égal à l'axe b de l'ellipsoïde, le premier devient nul à son tour, et alors les deux branches de l'hyperbole se confondent avec la ligne des y. Ainsi la troisième ellipse principale est encore, comme les deux autres, une des lignes de courbure de la surface. Chacun des sommets communs de l'hyperbole et de l'ellipse auxiliaires est embrassé par toutes les hyperboles, mais du côté opposé à celui pour lequel les ellipses l'embrassent. Les hyperboles se resserrent à mesure qu'elles approchent de ces points, et elles ne perdent leur petit axe que lorsque leur sommet les atteint.

Ces points, vers lesquels et les ellipses et les hyperboles tournent toutes leurs concavités, sont les projections de quatre points très-remarquables sur la surface courbe; deux d'entre eux sont placés au-dessus du plan des x, y, et deux au-dessous. Ce sont quatre ombilics autour desquels les lignes des deux courbures sont pliées, toutes les unes d'un côté, et toutes les autres du côté opposé. Ces lignes se resserrent à mesure qu'elles en approchent, et dès qu'elles les atteignent elles changent d'espèce.

V I.

Les projections des lignes de courbures ne sont des courbes d'espèces différentes pour les deux courbures, que parce que le plan de projection n'est pas placé d'une manière symétrique. En effet, les trois axes de l'ellipsoïde étant supposés inégaux, c'est sur le plan mené par le plus grand et par le moyen, que nous avons opéré, et rien ne déterminait pour ce choix. Si l'on eût employé le plan mené par le plus petit axe et par le moyen, on aurait trouvé, par la même raison, des résultats absolument analogues; mais en choisissant le plan mené par le plus grand axe et par le plus petit, les projections de toutes les lignes de courbure sont de la même espèce; elles se construisent toutes par la même loi, et leur construction est plus propre à être employée dans les arts.

Pour avoir l'équation de la projection des lignes de courbure sur le plan des x, z, il faut de l'équation de la surface courbe

$$b^2 c^2 x^2 + a^2 c^2 y^2 + a^2 b^2 z^2 = a^2 b^2 c^2$$

éliminer y au moyen de l'équation de la projection sur le plan des x, y

$$n^2 x^2 \pm m^2 y^2 = m^2 n^2,$$

dans laquelle on a d'ailleurs entre les deux constantes arbitraires m, n la relation suivante :

$$m^2 \mp A n^2 = B;$$

ce qui réduit ces constantes à une seule. Cette élimination est rendue plus facile par l'équation identique

$$A b^2 + B = a^2$$

et donne

$$c^2 (a^2 - m^2) B x^2 + a^2 b^2 m^2 A z^2 = a^2 c^2 m^2 (a^2 - m^2),$$

dans laquelle toutes les ambiguités de signes se sont détruites. Or, nous avons vu que la quantité m, qui est l'axe dans le sens des x des sections coniques de la première projection, ne peut jamais excéder l'axe correspondant a de l'ellipsoïde; la quantité $a^2 - m^2$ sera donc toujours positive; et l'équation que nous venons de trouver sera celle d'une ellipse concentrique à la surface courbe, dont les axes seront dirigés suivant la ligne des x et celle des z, et qui ne changera pas d'espèce. Soient m', n' les grandeurs des deux demi-axes de cette ellipse, on aura

$$m'^2 = \frac{a^2 m^2}{B},$$

$$n'^2 = \frac{c^2 (a^2 - m^2)}{b^2 A},$$

et éliminant la constante m, qui est étrangère à la projection actuelle, on trouvera que les deux demi-axes de cette ellipse doivent avoir entre eux la relation suivante

$$c^2 B m'^2 + a^2 b^2 A n'^2 = a^4 c^2.$$

Or cette équation est elle-même en m', n' celle d'une ellipse déterminée; donc les deux demi-axes de chacune des ellipses de la projection sur le plan des x, z, sont les deux coordonnées rectangulaires d'un même point pris sur une ellipse qui est la même pour toutes, et dont les demi-axes ont pour grandeurs $\frac{a^2}{\sqrt{(B)}}$ dans le sens des m', et $\frac{ac}{b\sqrt{(A)}}$ dans le sens des n'. Enfin,

remettant pour A et B leurs valeurs, les grandeurs des demi-axes de cette dernière ellipse sont respectivement $\frac{a\sqrt{(a^2-c^2)}}{\sqrt{(a^2-b^2)}}$ et $\frac{c\sqrt{(a^2-c^2)}}{\sqrt{(b^2-c^2)}}$. D'où suit la construction suivante :

VII.

On construira une ellipse auxiliaire concentrique à l'ellipse principale, et dont les demi-axes seront $\frac{a\sqrt{(a^2-c^2)}}{\sqrt{(a^2-b^2)}}$ dans le sens des x, et $\frac{c\sqrt{(a^2-c^2)}}{\sqrt{(b^2-c^2)}}$ dans le sens des z. Il suffira de construire un quart de cette courbe. Puis, d'un point quelconque de cette ellipse on abaissera les deux coordonnées rectangulaires, et l'on construira une ellipse concentrique dont les demi-axes, dans le sens des x et dans celui des z, seront égaux à ces coordonnées respectives. Cette ellipse sera la projection d'une des lignes de courbure; et la suite de toutes les ellipses construites de cette manière sera la projection des deux suites des lignes de courbures de toute la surface de l'ellipsoïde. Les demi-axes de l'ellipse auxiliaire $\frac{a\sqrt{(a^2-c^2)}}{\sqrt{(a^2-b^2)}}$ et $\frac{c\sqrt{(a^2-c^2)}}{\sqrt{(b^2-c)}}$ étant plus grands que les demi-axes correspondans a et c de l'ellipse principale, cette dernière ellipse est entièrement comprise dans la première. De plus, l'ellipse principale est elle-même une de celles que donne la construction précédente ; car si dans l'équation de l'ellipse auxiliaire

$$c^2 B m'^2 + a^2 b^2 A n'^2 = a^4 c^2$$

on donne à m' la valeur a du grand axe de l'ellipse principale, et en faisant usage de l'équation identique $A b^2 + B = a^2$, on trouve pour l'ordonnée n' la valeur c du petit axe. Donc si aux extrémités des deux axes de l'ellipse principale on lui mène des tangentes, ces tangentes, qui seront d'ailleurs rectangulaires entre elles, se rencontreront en un point de l'ellipse auxiliaire. Ce point de rencontre divise le quart de l'ellipse auxiliaire en deux parties, dont l'une sert à la construction des lignes de l'une des courbures, et dont l'autre sert à la construction des lignes de l'autre courbure.

En effet, la partie du quart de l'ellipse auxiliaire qui avoisine son premier axe, produit des ellipses qui toutes ont leurs grands axes plus grands, et leurs petits axes plus petits que les axes correspondans de l'ellipse principale.

Ces ellipses qui se resserrent à mesure que leur grand axe s'alonge, et qui se confondent avec la ligne des x, lorsque le grand axe est égal à celui de l'ellipse auxiliaire, divisent l'aire de l'ellipse principale en zones dirigées dans le sens du grand axe, et sont les projections des lignes d'une des courbures. Au contraire, la partie du quart de l'ellipse qui avoisine son second axe, produit des ellipses qui toutes ont leurs axes dans le sens des x plus petits, et ceux dans le sens des z plus grands que les axes correspondans de l'ellipse principale. Ces ellipses, qui se resserrent à mesure que l'axe dans le sens des z croît, et qui se confondent avec la ligne des z lorsque cet axe est égal à celui de l'ellipse auxiliaire, divisent l'aire de l'ellipse en zones dirigées dans le sens de la ligne des z. Chacune d'elles coupe donc toutes celles de la première espèce en quatre points qui sont compris en dedans de l'ellipse principale; donc elles sont les projections des lignes de l'autre courbure.

VIII.

Dans la dernière projection, si par les extrémités des axes de l'ellipse auxiliaire, prises deux à deux, on mène quatre lignes droites, ce qui formera un parallélogramme équilatéral, toutes les ellipses, projections des lignes de courbure, seront inscrites dans ce parallélogramme dont chacune d'elles touchera les quatre côtés.

En effet, si de l'équation de ces ellipses

$$n'^2 x^2 + m'^2 z^2 = m'^2 n'^2$$

on chasse la quantité m' au moyen de l'équation de l'ellipse auxiliaire

$$c^2 B m'^2 + a^2 b^2 A n'^2 = a^4 c^2$$

l'équation résultante ordonnée par rapport à n'

$$a^2 b^2 A n'^4 + n'^2 \{ c^2 B x^2 - a^2 b^2 A z^2 - a^4 c^2 \} + a^4 c^2 z^2 = 0$$

sera celle des ellipses, projections des lignes de courbures, et qui ne diffèrent entre elles que par la valeur particulière de la constante n'. Pour avoir l'enveloppe de toutes ces ellipses, c'est-à-dire la ligne qui termine l'espace qu'elles occupent sur le plan de projection, il faut différencier cette équation en regardant n' comme seule variable, et éliminer n' au moyen de cette différentielle. Or, en différenciant on a

$$2 a^2 b^2 A n'^2 + c^2 B x^2 - a^2 b^2 A z^2 - a^4 c^2 = 0;$$

donc, en éliminant n'^2, on aura pour équation de l'enveloppe de toutes les ellipses

$$\{ c^2 Bx^2 - a^2 b^2 Az^2 - a^4 c^2 \}^2 - 4\, a^6 b^2 c^2 Az^2 = 0.$$

Mais le premier membre de cette équation est la différence de deux carrés ; l'équation elle-même se décompose donc dans les deux facteurs

$$c^2 Bx^2 - a^2 b^2 Az^2 - a^4 c^2 + 2\, a^3 bcz \sqrt{(A)} = 0$$
$$c^2 Bx^2 - a^2 b^2 Az^2 - a^4 c^2 - 2\, a^3 bcz \sqrt{(A)} = 0$$

qui, étant eux-mêmes chacun la différence de deux autres carrés, se décomposent dans les quatre facteurs

$$cx \sqrt{(B)} + abz \sqrt{(A)} + a^2 c = 0$$
$$- cx \sqrt{(B)} - abz \sqrt{(A)} + a^2 c = 0$$
$$- cx \sqrt{(B)} + abz \sqrt{(A)} + a^2 c = 0$$
$$cx \sqrt{(B)} - abz \sqrt{(A)} + a^2 c = 0$$

ou remettant pour A et B leurs valeurs

$$cx \sqrt{(a^2 - b^2)} + az \sqrt{(b^2 - c^2)} + ac \sqrt{(a^2 - c^2)} = 0$$
$$- cx \sqrt{(a^2 - b^2)} - az \sqrt{(b^2 - c^2)} + ac \sqrt{(a^2 - c^2)} = 0$$
$$- cx \sqrt{(a^2 - b^2)} + az \sqrt{(b^2 - c^2)} + ac \sqrt{(a^2 - c^2)} = 0$$
$$cx \sqrt{(a^2 - b^2)} - az \sqrt{(b^2 - c^2)} + ac \sqrt{(a^2 - c^2)} = 0$$

qui sont les équations des quatre droites menées par les extrémités des axes de l'ellipse auxiliaire, prises deux à deux.

IX.

La plupart des autres surfaces ont des ombilics analogues à ceux que nous avons remarqués sur celle de l'ellipsoïde, et il est facile de trouver leurs positions avant même que d'avoir intégré l'équation des lignes de courbures ; car les ombilics sont les points dans lesquels les lignes des deux espèces de courbures se changent l'une en l'autre, et par conséquent pour chacun desquels les deux lignes de courbures se confondent. Ces points sont donc ceux pour lesquels les deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$ que fournit l'équation générale des lignes de courbures, sont égales entre elles ; et l'on aura une relation entre leurs coordonnées, en égalant à zéro le radical par lequel ces deux valeurs diffèrent entre elles,

Faisons-en l'application au cas de l'ellipsoïde, pour lequel l'équation générale différentielle des lignes de courbures est

$$A x y \frac{dy^2}{dx^2} + \frac{dy}{dx} \{x^2 - Ay^2 - B\} - xy = 0.$$

Si après avoir résolu cette équation du second degré algébrique, on égale à zéro le radical, on aura

$$\{x^2 - Ay^2 - B\}^2 + 4\, A x^2 y^2 = 0,$$

dont le premier membre est la somme de deux carrés, et qui ne peut exprimer rien de réel, à moins qu'on n'égale à zéro la racine de chacun de ces carrés, ce qui donne en même temps les deux équations

$$x^2 y^2 = 0$$
$$x^2 - Ay^2 - B = 0;$$

mais la première de ces équations a elle-même deux facteurs qui peuvent avoir lieu séparément; donc nous avons deux cas à considérer, 1.° le cas où on aurait en même temps $y = 0$ et $x^2 - Ay^2 - B = 0$; 2°. celui où l'on aurait en même temps $x = 0$ et $x^2 - Ay^2 - B = 0$.

Le premier cas donne $y = 0$ et $x = \sqrt{(B)} = \frac{a\sqrt{(a^2 - b^2)}}{\sqrt{(a^2 - c^2)}}$.

Ce sont les coordonnées que nous avons trouvées pour les projections des ombilics sur le plan des x, y.

Le second cas donne $x = 0$ et $y = \frac{\sqrt{(B)}}{\sqrt{(A)}} \sqrt{(-1)}$, qui sont les coordonnées d'un point imaginaire. Ainsi il n'existe pas sur la surface d'autres ombilics que ceux que nous avons considérés.

Nous aurons occasion dans la suite de voir des surfaces dont tous les points sont de semblables ombilics.

X.

S'il était question de voûter un espace circonscrit en projection horizontale par une ellipse, on ne pourrait pas donner à la voûte une surface plus convenable que celle de la moitié d'une ellipsoïde dont une des ellipses principales coïnciderait avec l'ellipse de la naissance; et en supposant que cette voûte dût être exécutée en pierres de taille, il faudrait

faudrait que la division en voussoirs fût opérée au moyen des lignes de courbures dont nous avons donné la construction, et que les joints fussent les surfaces développables normales à la voûte. Les lignes de division en voussoirs traceraient sur la surface des compartimens rectangulaires susceptibles de décoration, et ces compartimens eux-mêmes n'auraient rien de fantastique, puisqu'ils ne seraient qu'une suite nécessaire de la première donnée, qui est une ellipse; mais la destination de cet emplacement pourrait influer sur le choix de celui des trois axes qu'il faudrait placer verticalement.

Il n'y aurait aucune raison pour faire l'axe vertical égal à l'un des deux axes horizontaux, ainsi les trois axes seraient inégaux. Dans cette hypothèse l'axe vertical pourrait être plus grand que les deux autres, et alors la voûte serait *surmontée*; il pourrait être plus petit, et la voûte serait *surbaissée*; enfin il pourrait être compris entre les deux autres, et la voûte serait *moyenne*. La voûte surmontée aurait en général plus de hardiesse et plus de dignité; et si la naissance était elle-même à une grande hauteur, quelle que fût d'ailleurs la destination de l'emplacement, ce serait la voûte surmontée qu'il faudrait employer, parce que sa grande élévation faisant paraître ses dimentions verticales plus petites qu'elles ne seraient réellement, écraserait trop une voûte d'une autre espèce. La voûte surbaissée, en diminuant le volume de l'air compris dans l'emplacement, serait plus favorable à la voix d'un orateur. Si l'emplacement devait être éclairé par deux lustres suspendus à la voûte, il faudrait que cette voûte fût ou surmontée ou surbaissée, parce que dans ces deux cas sa surface aurait deux ombilics, placés symétriquement au-dessus du grand axe de l'ellipse horizontale, et que ces ombilics rendus très-apparens par les compartimens qui se distribueraient autour d'eux, seraient les points naturels de suspension : alors on pourrait disposer du rapport entre les trois axes pour que ces points fussent espacés d'une manière convenable.

Au contraire si l'emplacement devait avoir quatre grandes ouvertures, ou si la voûte devait être portée par quatre groupes de colonnes, ou enfin si dans la décoration intérieure on employait quatre supports distribués symétriquement, il faudrait choisir la voûte moyenne pour laquelle

les quatre ombilics sont toujours dans la naissance, et placer les massifs ou les supports aux quatre extrémités des axes, parce que c'est aux environs de ces quatre points, et loin des ombilics, que les lignes de courbures, rendues apparentes par la décoration de la voûte, et qui d'ailleurs rencontrent toutes verticalement la naissance, s'écartent plus lentement de la ligne de plus grande pente de la surface.

X I.

On s'occupe aujourd'hui de la construction de salles pour les deux Conseils de la législature : les emplacemens dont on a pu disposer jusqu'à présent pour de semblables salles, ont forcé de donner à l'amphithéâtre moins de profondeur en face de l'orateur que sur les côtés; mais l'expérience ayant prouvé que la voix se porte à une plus grande distance en face, il paraît que c'est une disposition toute contraire qu'on devait adopter. De toutes les formes alongées que l'on pourrait donner à l'amphithéâtre, il n'y en a aucune dont la loi soit plus simple et plus gracieuse que l'ellipse; il faudrait donc que la salle fût elliptique, et qu'elle fût couverte par une voûte en ellipsoïde surbaissée.

Le service des Assemblées législatives exige un emplacement pour le bureau, en avant duquel est la tribune de l'orateur. En plaçant le bureau à un des sommets de l'ellipse, on pourrait lui consacrer un espace suffisant pour la commodité du service, et l'orateur se trouverait naturellement placé sous un des ombilics de la voûte : l'amphithéâtre n'occuperait que la partie qui serait en avant. Une galerie qui ferait le tour entier de la salle, et qui serait assez élevée pour être très-distincte de l'amphithéâtre, fournirait des places au public. La salle, qui n'aurait ni tribune ni aucune espèce d'irrégularité, pourrait être décorée par des colonnes, à chacune desquelles correspondrait une nervure de la voûte, pliée suivant la ligne de courbure ascendante. Toutes ces nervures, verticales à leur naissance, se courberaient autour de l'un ou de l'autre ombilic, redescendraient ensuite à-plomb sur les colonnes opposées, et elles seraient croisées perpendiculairement par d'autres nervures pliées suivant les lignes de l'autre courbure. Les intervalles de ces nervures pourraient être à jour, soit pour éclairer la salle, soit pour donner des issues à l'air, et formeraient un vitrage

moins fantastique que les roses de nos églises gothiques. Enfin, deux lustres suspendus aux ombilics de la voûte, et à la suspension desquels la voûte entière semblerait concourir, serviraient à éclairer la salle pendant la nuit.

Nous n'entrerons pas dans de plus grands détails à cet égard ; il nous suffit d'avoir indiqué aux artistes un objet simple, et dont la décoration, quoique très-riche, pourrait n'avoir rien d'arbitraire, puisqu'elle consisterait principalement à dévoiler à tous les yeux une ordonnance très-gracieuse, qui est dans la nature même de cet objet.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.ere

La figure I.ere représente les projections des lignes de courbures de la surface de l'ellipsoïde sur le plan qui passe par le grand axe AB et par l'axe moyen CD. Lorsque la voûte est surbaissée, ce plan est celui de la naissance ; c'est le cas que nous avons supposé dans l'article XI.

GLO est le quart de l'ellipse auxiliaire ; OHI est une partie de l'hyperbole auxiliaire. Il suffit, pour cette dernière courbe, de construire l'arc qui correspond à la partie OB du grand axe. Cette ellipse et cette hyperbole ont les mêmes axes, dont les moitiés sont KG, KO, et dont nous détaillerons la construction dans la figure II.

Les ellipses, telles que $MNM'N'$, sont les projections des lignes d'une des courbures : leurs sommets M, N se construisent, pour chacune d'elles, en abaissant d'un point H, pris sur l'hyperbole auxiliaire, les coordonnées rectangulaires HM, HN. Il peut arriver que de ces deux points M, N, l'un soit déterminé par d'autres considérations. Par exemple, en regardant ces lignes de courbures comme celles qui divisent en voussoirs la surface d'une voûte, on peut désirer que les hauteurs des assises successives diffèrent entre elles le moins possible. Dans ce cas, on pourrait diviser la demi-circonférence CDE de l'ellipse verticale en parties sensiblement égales entre elles, et projeter ces points de division sur l'axe CD, ce qui, pour chaque ligne de courbure correspondante, déterminerait le point M. Alors, pour trouver l'autre sommet N de la même ellipse, il faudrait, par le point M, mener MH parallèle à AB, la prolonger jusqu'à la rencontre de l'hyperbole auxiliaire, et du point H d'intersection abaisser sur AB la perpendiculaire HN, qui déterminerait le point N.

Les hyperboles, telles que SPR $S'P'R'$, sont les projections des lignes de l'autre courbure. Les extrémités P, Q de leurs axes se construisent, pour chacune d'elles, en abaissant d'un même point L, pris sur l'ellipse auxiliaire, les coordonnées rectangulaires LP, LQ. Dans la figure II, nous indiquerons comment on construirait ces points, s'il fallait que l'hyperbole passât par un point déterminé R de la naissance.

O et O' sont les projections des ombilics.

FIGURE II.

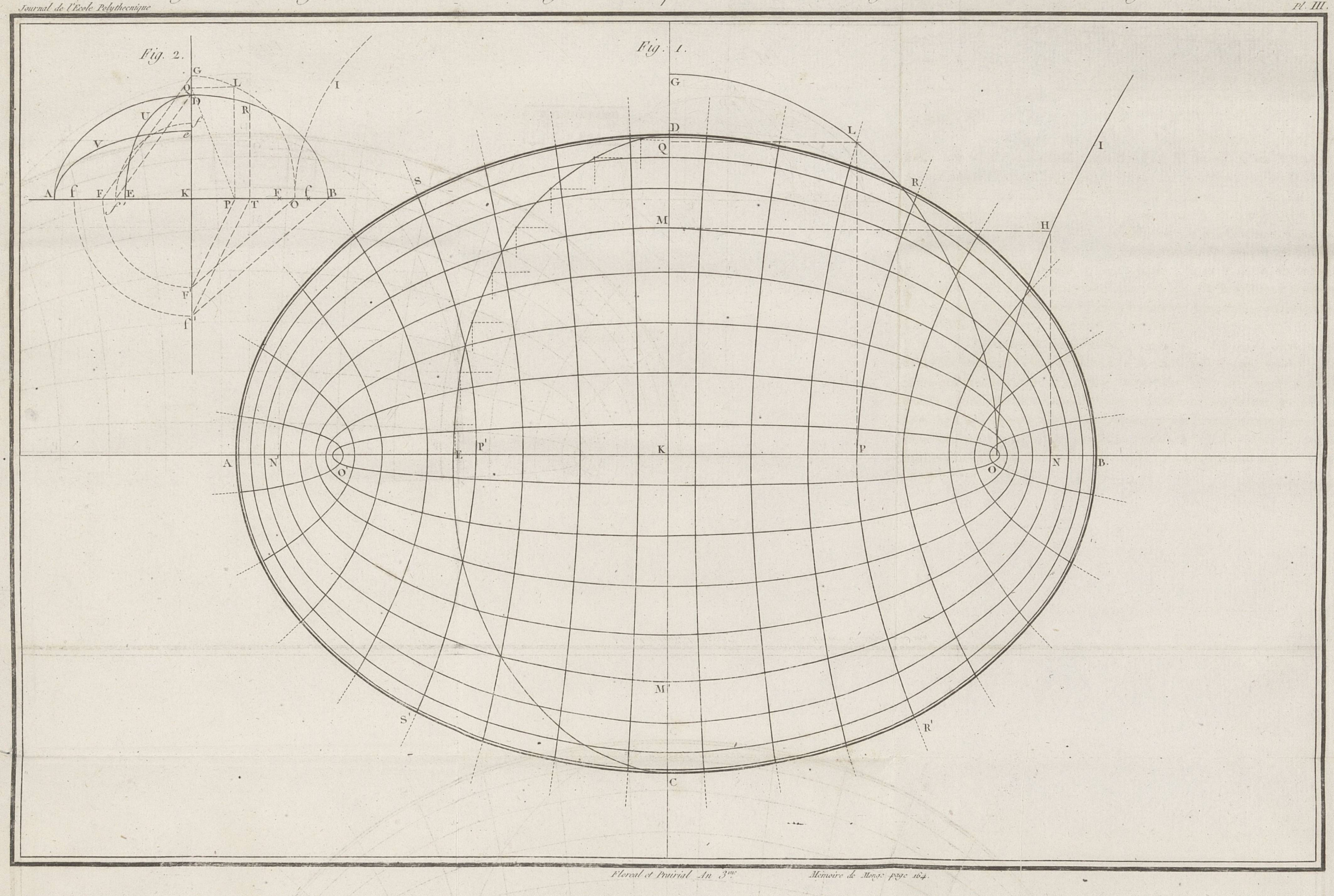
L'OBJET de la figure II est de donner les détails de la construction des extrémités O, G des axes communs de l'ellipse et de l'hyperbole auxiliaires. Soient ADB la moitié de la grande ellipse horizontale qui passe par les naissances de la voûte surbaissée; F, F ses foyers; AVe le quart de l'ellipse verticale dont le plan passe par AB; f, f, ses foyers; DUE l'ellipse qui passe par KD; et f un de ses foyers. Pour construire le point O, on portera Kf et KF sur l'autre axe, de K en f' et F'; on menera la droite f' B, et par le point F on lui menera la parallèle $F'O$, qui, par son intersection avec l'axe AB, déterminera le point O. De même, on portera Kf sur l'autre axe, de K en f'; on menera la droite $f'D$, et par le point F on lui menera une parallèle FG, qui, par sa rencontre avec l'axe KD prolongé, déterminera le point G.

Si, la voûte devant être décorée, les lignes de courbures ascendantes, et qui sont projetées sur les hyperboles, devaient être rendues apparentes, soit pour marquer des trumeaux qui correspondraient à des colonnes d'architecture grecque, soit pour tracer des nervures qui correspondraient à des piliers d'architecture gothique; il faudrait que ces colonnes, dans un cas, et ces piliers, dans l'autre, fussent également espacés, et que les hyperboles divisassent l'ellipse ADB de la naissance en parties sensiblement égales; et alors le point R de cette ellipse par lequel chaque hyperbole devrait passer, serait déterminé antérieurement. Dans ce cas, pour trouver le sommet P de cette hyperbole, il faudrait, du point R, abaissser sur AB le perpendiculaire RT, mener la droite f' T, et par le point F' mener à cette dernière la parallèle $F'P$, qui couperait l'axe AB dans le point P. Quant à l'extrémité Q de l'autre axe, on la déterminerait en menant par le point L l'ordonnée PL à l'ellipse auxiliaire, et en abaissant du point L l'autre coordonnée LQ, qui, par sa rencontre avec l'autre axe KG, déterminerait le point Q.

FIGURE III.

LA figure III représente les projections des lignes de courbures de la surface de l'ellipsoïde sur le plan qui passe par le plus grand AB, et par le plus petit EE'

Projection des Lignes de Courbure de la surface de l'Ellipsoïde sur le Plan du grand Axe et de l'Axe moyen.



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Université de Lausanne
BIBLIOTHÈQUE
B11 AN IV/1

Projection des Lignes de Courbure de la surface de l'Ellipsoïde sur le Plan du grand Axe et du petit Axe.

Fig. 4.

G D L S U f O E A f E e f' K F f B X F' f'

Fig. 3.

G L Q E O O M H X' N' A P' K P B N X M' O O E' G'

des trois axes. Lorsque la voûte est surbaissée, comme nous l'avons supposé dans l'article XI, ce plan est vertical.

XLG est le quart de l'ellipse auxiliaire. Nous donnerons, dans la figure IV, les détails de la construction de ses axes.

Les ellipses, telles que *MN M' N'*, qui ont un axe plus grand que le grand axe *AB*, sont les projections des lignes d'une des courbures; et les ellipses, telles que *Q PQ P'*, qui ont un axe plus grand que le petit axe *EE'*, sont les projections des lignes de l'autre courbure. Ces deux suites d'ellipses se construisent de la même manière, et on trouve les extrémités des axes de chacune d'elles, en abaissant d'un même point de l'ellipse auxiliaire, sur les deux axes, les perpendiculaires *LP*, *LQ*, pour celles d'une suite, et *HM*, *HN*, pour celles de l'autre.

O, *O*, *O*, *O* sont les quatre ombilics, qui dans cette projection sont placés sur le contour apparent de la surface.

Si par les extrémités des axes de l'ellipse auxiliaire on mène les quatre droites *XG*, *GX'*, *X'G' G'X*, qui seront parallèles deux à deux, chacune d'elles touchera toutes les projections des lignes des deux courbures; en sorte que toutes les ellipses qui forment ces projections seront inscrites dans une lozange.

FIGURE IV.

La figure IV a pour objet de donner les détails de la construction des extrémités *X*, *G* des axes de l'ellipse auxiliaire de la figure III. Soient *AB* le grand axe de l'ellipsoïde; *KD* la moitié de l'axe moyen; *KE* la moitié du petit axe; *F*, *F* les foyers de la grande ellipse, dont on a représenté le quart par *ASD*; f, f les foyers de l'ellipse moyenne *AOE*, et *f* un des foyers de la petite ellipse *DUe*. Pour construire le sommet *X* de l'ellipse auxiliaire *KLG*, on portera *KF* et *Kf* sur l'autre axe, de *K* en *F'* et f'; on menera *F' B*, et par le point f' la parallèle f'*X*, qui, par sa rencontre avec l'axe *AB* prolongé, déterminera le point *X*. De même, pour l'extrémité *G* de l'autre axe, on portera *Kf* sur *AB*, de *K* en *f'*; on menera la droite *f'E*, et par le point f la parallèle f*G*, qui, par sa rencontre avec l'axe *KE* prolongé, déterminera le point *G*.

MONGE.



CHIMIE.

Description et usage d'un Eudiomètre à sulfure de Potasse.

Par le C.en GUYTON.

Les physiciens et les chimistes desirent, depuis long-temps, un eudiomètre qui donne exactement la quantité de gaz oxigène mêlé à un gaz quelconque. Le citoyen Berthollet a bien fait voir, en dernier lieu, dans ses leçons à l'école normale (1), que celui de Scheele (qu'il regarde avec raison comme le meilleur) a encore de grands défauts, en ce que l'absorption exige plusieurs heures, et que sur la fin il y a *décomposition* d'eau, et par conséquent dégagement de gaz hydrogène, ce qui jette de l'incertitude sur la quantité absorbée.

Cela m'a engagé à chercher une matière qui donnât sur-le-champ, d'une manière commode, un résultat plus fidèle que le *gaz nitreux*, le *gaz hydrogène*, le *phosphore*, et le *mélange de soufre et de fer*, seules substances qui aient été, que je sache, jusqu'à présent employées ou proposées pour cet objet.

Le *sulfure de potasse* m'a paru devoir être essayé sous ce point de vue. Je savais bien qu'à la température ordinaire, il n'est susceptible que d'une combustion encore plus lente et plus insensible que le mélange de soufre et de fer humecté; mais je présumais qu'en élevant la température, seulement par l'approche d'une petite bougie, cela suffirait pour mettre en jeu l'affinité, et déterminer rapidement une absorption qui, pour lors, ne serait affectée d'aucune cause étrangère.

L'effet a complètement justifié ma conjecture; de sorte qu'il ne s'agissait plus que d'indiquer l'appareil qui devait former ce nouvel instrument eudiométrique. J'ai pensé que la cornue renversée, ou *récipient cornu*, comme je l'ai nommé dans l'article *air* de l'Encyclopédie méthodique (2), réunissait

(1) Séances des Écoles normales, &c. *tom. V, pag. 73.*
(2) Dictionnaire de chimie, *tom. I, pag. 706.*

la simplicité, la commodité et tous les avantages que l'on pouvait desirer : l'essai en a été fait dans le laboratoire de la troisième division de l'école polytechnique ; en voici la description.

On prend une très-petite cornue de verre AB *(voyez la figure)* dont le cou soit très-long, et la capacité totale d'environ 12 à 15 centilitres. On observe de la choisir assez courbée pour que le cou étant placé verticalement, le bulbe forme, dans sa partie inférieure, une cavité qui retienne les matières que l'on y a introduites.

L'extrémité du cou de cette cornue est usée à l'émeri, pour entrer dans le tube de verre CD, ouvert aux deux bouts, de 20 à 25 centimètres de longueur, de manière à le fermer en C comme un bouchon de flacon, et à intercepter toute communication à l'extérieur (1).

On a un vase de verre cylindrique F, de la forme d'un grand bocal ordinaire, dans lequel le tuyau de verre CD puisse être entièrement plongé au-dessous du niveau de l'eau.

On prépare enfin du sulfure de potasse, que l'on casse en morceaux assez petits pour être introduits dans la cornue, et que l'on enferme sec, et même encore chaud, dans un flacon.

Voilà en quoi consiste tout l'appareil et l'approvisionnement de la matière nécessaire à son usage.

Veut-on maintenant éprouver un fluide aériforme, pour en séparer et doser l'air respirable ? on met dans la cornue deux ou trois morceaux de sulfure, de la grosseur d'un pois ; on la remplit d'eau, ayant l'attention de l'incliner pour faire passer dans le cou tout l'air qui pourrait rester dans le bulbe ; on bouche, avec le doigt, l'orifice de la cornue, et on la retourne dans la cuve pneumatique, pour y faire passer, à la manière ordinaire, le gaz à éprouver.

---

(1) Le C.en *Chaussier* avait déjà fait exécuter, pour les expériences eudiométriques par le phosphore, un appareil peu différent, composé d'un long tube d'une seule pièce, dont un des bouts est courbé et soufflé en boule, et portant, comme en *e*, une tubulure que l'on ferme avec un bouchon, après avoir fait monter l'eau dans l'intérieur du tube, jusqu'au tiers environ de sa hauteur. Cet instrument servirait également pour les épreuves au sulfure de potasse ; j'observerai cependant que l'exécution n'en est pas aussi facile qu'elle le paraît au premier coup-d'œil. D'ailleurs, si la tubulure le rend très-commode pour éprouver l'air atmosphérique dans lequel on opère, il n'en est pas de même pour tous les autres gaz, que l'on ne peut y introduire qu'en les transvasant.

En l'inclinant de nouveau, et alternativement, en différens sens, on parvient facilement à en déplacer toute l'eau, et à faire rester le sulfure dans le bulbe.

Cela fait, on place la cornue verticalement, on en introduit le bout dans le tube de verre CD qui doit toujours être sous l'eau, et l'on place sous le bulbe une petite bougie allumée.

Pour maintenir la cornue dans sa position, on adapte au bocal un couvercle de bois, dans lequel on a pratiqué une échancrure.

La première impression de la chaleur dilate le fluide gazeux au point qu'il descend presque jusqu'au bas du tube, qui a été disposé exprès pour le recevoir, et pour empêcher qu'il ne s'en échappe une partie; ce qui ne permettrait plus de déterminer la diminution avec exactitude.

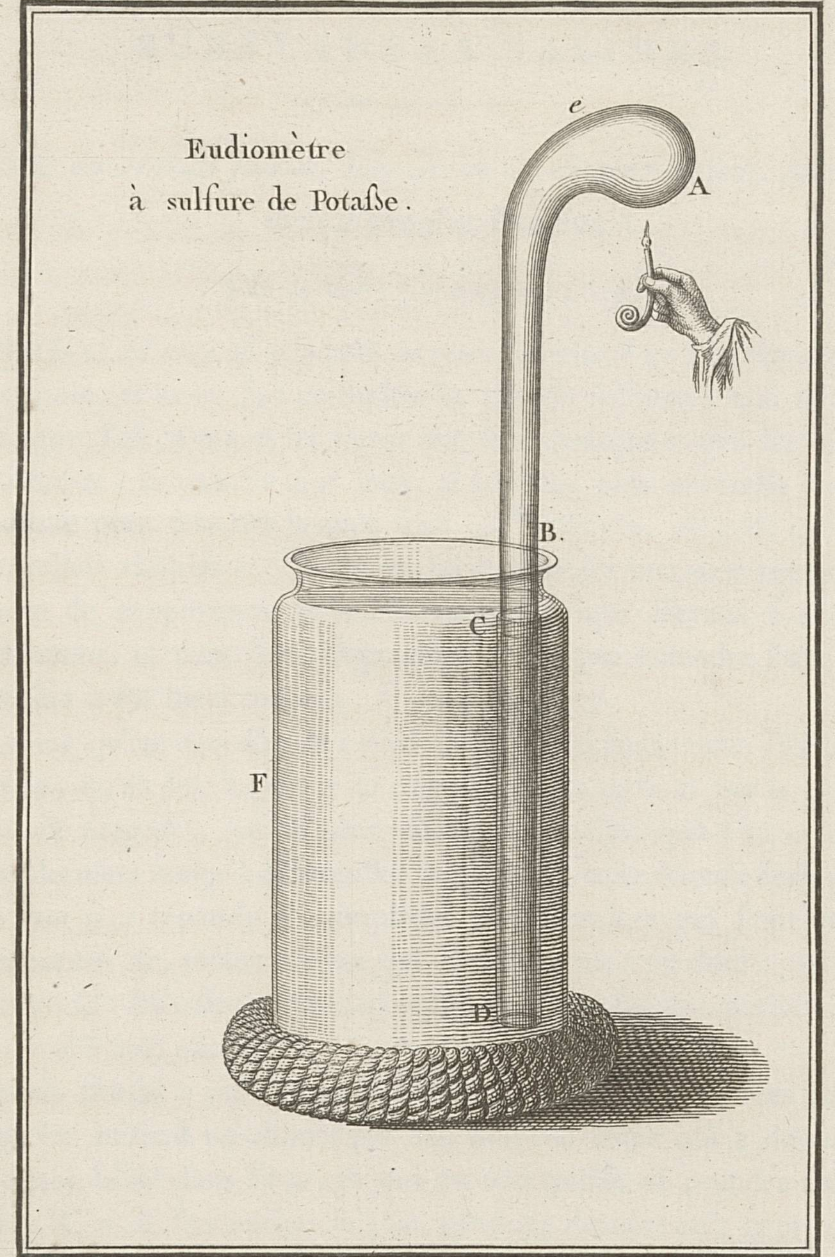
Mais aussitôt que le sulfure commence à bouillonner, l'eau remonte avec rapidité, non-seulement dans le tube inférieur, mais encore dans le cou de la cornue, malgré l'application ou même l'augmentation de la chaleur.

Si c'est de l'air vital absolument pur, l'absorption est totale. Dans ce cas, pour prévenir la rupture du vaisseau qu'un refroidissement trop subit pourrait occasionner, on ralentira l'ascension de l'eau, soit en éloignant la bougie, soit en inclinant la cornue; ce qui n'empêche pas que l'absorption ne continue, tant qu'il reste du gaz propre à entretenir la combustion.

Si c'est de l'air commun, ou de l'air vital mêlé d'autre gaz, on mesure, après le refroidissement, la quantité d'eau entrée dans la cornue, qui représente exactement le volume absorbé. On ne doit pas négliger de resserrer le gaz restant sous la même pression, en enfonçant la cornue au niveau de la ligne à laquelle il s'arrête, avant que d'en fermer l'orifice par un obturateur.

Cette opération de mesurage, très-facile quand on a à sa disposition des *vaisseaux-mesures*, peut être remplacée habituellement par une lame de papier que l'on colle sur le cou de la cornue, sur laquelle on trace des divisions déterminées par l'observation, et que l'on couvre de vernis pour la défendre de l'action de l'eau.

PREMIÈRE



Floréal et Prairial, An 3e. *Delettre sc.*

Mémoire de Guyton page 168.

PREMIÈRE DIVISION.

SUBSTANCES SALINES.

Exposé du travail fait au laboratoire de démonstration, pendant les mois Floréal et Prairial.

Par le C.en VAUQUELIN.

APRÈS avoir exposé pendant le mois germinal les principes généraux de la chimie, et avoir fait connaître la grande influence que la lumière, le calorique, l'air, l'eau et les terres ont dans presque toutes les opérations de la chimie, la marche qui nous a paru la plus naturelle et la plus méthodique pour être suivie avec fruit par les élèves, est celle qui conduit à des résultats simples et liés en quelque sorte les uns aux autres comme une suite de propositions non interrompues, qui servent à s'expliquer mutuellement, et dont il est impossible de ne pas entendre l'une lorsque la première a été bien conçue.

Ce n'est qu'en coordonnant ainsi les faits qui composent l'ensemble de la chimie, qu'en les disposant de manière qu'ils se lient par le plus grand nombre de rapports, par la plus adroite connexité, que l'on est parvenu dans les derniers temps à débrouiller le chaos où cette science était plongée, et que l'on y a répandu la simplicité et la lumière qui l'ont rendue si facile à concevoir, même à ceux qui n'en font pas une étude particulière, qui lui ont fait faire des progrès si rapides, et qui lui ont mérité une place à côté des sciences exactes.

Le mois floréal a été commencé par l'examen des matières salines en général. On entend en chimie par *sel*, une substance qui a de la saveur, de la dissolubilité dans l'eau, et qui est susceptible de prendre une forme régulière. C'est-là l'acception la plus générale du mot *sel;* cependant elle ne convient pas à tous, car il en est qui n'ont point de saveur, qui ne se dissolvent point dans l'eau, qui ne paraissent pas cristalliser, et dont les élémens sont véritablement de nature saline : il n'est personne qui ne sache que la chaux et l'acide phosphorique isolés jouissent de propriétés salines

dans un degré très-énergique; hé bien, lorsqu'ils sont réunis, ils donnent naissance à une matière nouvelle qui ne participe plus du tout à ces propriétés. D'après ces raisons, il vaudrait mieux regarder comme sel, toute substance dont les principes, ou seulement un, sont par eux-mêmes salins, c'est-à-dire, sapides et dissolubles dans l'eau, &c.

Les sels se divisent naturellement en deux grandes sections, suivant leur composition relative, en *sels simples* ou *primitifs*, et en *sels neutres*, *sels secondaires* ou *moyens*. Le nom de *sels simples* ne doit pas être pris ici suivant l'acception rigoureuse qu'il a reçue dans notre langue; sa valeur n'est que relative et seulement pour faire entendre que les sels auxquels il a été appliqué sont réellement moins composés que les autres : c'est donc pour établir un ordre méthodique parmi ces corps nombreux, et pour en faciliter l'étude, qu'il a été adopté en chimie. Sont compris dans cette division les alcalis et les acides, qui eux-mêmes ont encore formé deux sous-divisions de la première.

Des alcalis en général.

Les alcalis sont des corps solides ou liquides, qui ont une saveur âcre, caustique et lixivielle, qui sont très-dissolubles dans l'eau, et attirent l'humidité de l'air, verdissent les couleurs bleues végétales et s'unissent aux acides avec beaucoup de force. Ils sont au nombre de trois; savoir, la potasse (alcali fixe végétal), la soude (alcali minéral), et l'ammoniaque (alcali volatil fluor).

De la potasse.

La potasse est un corps indécomposé, d'une couleur blanche, extrêmement caustique, c'est-à-dire, qui agit avec beaucoup d'énergie sur les substances animales, qui les dissout, les décompose, et forme avec elles une sorte de savon, en en séparant du carbone, de l'hydrogène et de l'azote à l'état d'ammoniaque; qui verdit les couleurs bleues végétales, qui a une grande affinité pour l'eau qu'il enlève à presque tous les autres corps, et de laquelle il sépare beaucoup de calorique; qui se fond à une température modérée, s'unit à la terre siliceuse, avec laquelle il forme un vert transparent et durable, lorsqu'on a employé des proportions convenables; aux huiles, d'où naissent les savons; enfin, qui se combine à tous les acides et donne naissance à des sels secondaires.

La propriété qu'a la potasse d'attirer et de retenir fortement l'humidité, l'a rendue entre les mains des chimistes un instrument précieux pour dessécher beaucoup de corps et pour mesurer la quantité d'eau qu'ils contiennent.

L'action que cette substance exerce sur la silice, ne la rend pas moins importante dans l'analyse des pierres composées, dont la dureté et l'intime combinaison des principes les rendent inattaquables par les acides.

C'est ainsi que, de nos jours, *Bergman, Scheele, Achard, Westromb, Klaproth*, &c. ont fait connaître la nature d'un grand nombre de substances sur lesquelles on n'avait eu avant eux que des idées vagues et très-incertaines.

On a également insisté sur la dissolubilité de l'alumine dans la potasse caustique, et de l'utilité qui en résultait pour l'analyse des compositions pierreuses où cette terre entre comme élément.

Propriétés de la soude.

Les caractères physiques de la soude ressemblent parfaitement à ceux de la potasse, et il est impossible de les distinguer l'une de l'autre lorsqu'elles sont à l'état de pureté. Il paraît cependant que la soude attire moins fortement l'humidité de l'air, et qu'elle se résout moins facilement en liqueur.

Ce n'est donc que par les combinaisons chimiques, sur-tout avec les acides, que l'on peut reconnaître la potasse d'avec la soude.

Comme la potasse et la soude ne se rencontrent jamais pures dans la nature ni dans le commerce, il a fallu indiquer en général comment on les séparait des matières étrangères qui les accompagnent constamment.

De la préparation et de la purification de la potasse.

C'est en brûlant des végétaux, qui contiennent tous une plus ou moins grande quantité de potasse, que l'on prépare cette substance. Mais elle est mêlée en même temps à de la silice, de l'alumine, de la magnésie, de la chaux, du phosphate de chaux, du fluate de chaux, de l'oxide de fer, et quelquefois de manganèse, du sulfate de potasse, et du muriate de potasse, qui composent leurs cendres et restent mêlés avec la potasse, de laquelle il faut les séparer pour l'avoir pure.

Outre toutes ces substances qui sont mêlées à la potasse, il en est encore une autre qui forme avec cette substance une véritable combinaison, c'est

l'acide carbonique, provenant de la combustion du charbon des végétaux pendant qu'ils se réduisent en cendres.

La meilleure manière de purifier la potasse ainsi que la soude, est due à Berthollet : elle consiste à lessiver les cendres végétales jusqu'à ce qu'elles ne communiquent plus rien de salin à l'eau ; par cette première opération on les sépare de la plus grande partie des terres et des oxides métalliques ; mais elles contiennent encore des sels étrangers, tels que du sulfate de potasse, du muriate de potasse et de l'acide carbonique. En conséquence, on fait évaporer les lessives jusqu'à siccité, on fait chauffer fortement le sel qu'elles fournissent pour en brûler les restes de matières végétales qui ont échappé à la combustion ; on redissout ensuite le sel dans l'eau, on le fait bouillir avec de la chaux vive ; par-là on enlève à la potasse l'acide carbonique qui la mettait dans l'état de sel secondaire ; lorsqu'elle en est entièrement débarrassée, ce qu'on aperçoit en versant dans une dissolution de chaux un peu de la lessive, si elle ne la trouble pas l'opération est finie ; on tire à clair la dissolution de potasse, après avoir laissé déposer la chaux au fond d'un vase alongé, on la fait évaporer en consistance de syrop épais dans une bassine d'argent ou de cuivre étamé, alors on dissout cette matière dans l'alcohol ou esprit-de-vin, la potasse seule s'y combine, les sulfate et muriate de potasse, les portions de terre et même d'acide carbonique qu'elle retient opiniâtrément ou qu'elle a repris dans l'air pendant l'évaporation, restent au fond de la dissolution. Si l'on a versé l'alcohol sur la matière encore chaude, et si l'on n'a pas employé une plus grande quantité de ce réactif qu'il n'en faut pour dissoudre la potasse, elle cristallise, en refroidissant, en lames blanches qui ont quelquefois plusieurs pouces de long ; si l'on veut séparer la potasse de l'alcohol, et l'avoir à part à l'état de siccité, il faut faire évaporer la dissolution dans une bassine d'argent, et non dans un vase de verre, parce que la potasse dissoudrait une portion de silice qui en altérerait la pureté.

Cette opération, qu'il ne nous est pas permis de détailler ici, est fondée, comme on voit, sur des propriétés chimiques, exactes et certaines ; d'abord les matières terreuses et les oxides métalliques sont séparés au moyen de l'eau, parce qu'elles ne sont pas dissolubles dans ce fluide ; l'acide carbonique, par la chaux, avec laquelle il a plus d'affinité que la potasse ; enfin,

les sels neutres et la portion de carbonate de potasse, par l'alcohol, qui ne s'y combine pas.

De plus, elle fait connaître qu'il n'y a que la potasse pure qui soit dissoluble dans l'alcohol, et que cette substance même, à l'état de pureté, est susceptible de cristalliser au milieu de l'esprit-de-vin, ce qu'on ignorait avant Berthollet.

C'est de la potasse ainsi purifiée qu'il faut se servir dans les expériences de recherches où il est nécessaire d'apporter de l'exactitude, et où il est important d'éviter les complications qui jettent souvent dans des erreurs inévitables.

De la soude.

La manière de purifier la soude est absolument la même que celle que nous venons de décrire pour la potasse. Il faut seulement observer qu'au lieu de chaux et de sulfate de potasse, la soude contient de la magnésie et du sulfate de soude.

De l'ammoniaque.

L'ammoniaque ou *alcali volatil* diffère des deux précédens en ce que, dans l'état de pureté où il peut être amené par les moyens chimiques, c'est-à-dire, lorsqu'il n'est engagé dans aucune combinaison, il est un fluide élastique, invisible; en ce qu'il est volatil, qu'il jouit d'une odeur très-vive et pénétrante, qu'il ne se combine point à la silice, qu'il ne s'unit que difficilement aux huiles, auxquelles il n'adhère que très-légérement; qu'il est enfin composé de deux principes très-différens, que l'on peut séparer et réunir à volonté. Il partage avec les autres alcalis la propriété de verdir quelques couleurs bleues végétales, telles que celles de violettes, de mauves, &c. de se combiner à l'eau en produisant du calorique, d'avoir une saveur âcre et urineuse, et de se combiner aux acides.

La nature de l'ammoniaque a été démontrée par plusieurs expériences aussi convaincantes les unes que les autres, et qui s'appuient réciproquement.

1.° On a mêlé deux parties de gaz acide muriatique oxigéné avec une partie en mesure de gaz ammoniac, dans une cloche, au-dessus du mercure. Dès que ces deux corps ont été en contact, il s'est produit une détonation vive, accompagnée d'une lumière jaunâtre: les deux gaz ont beaucoup diminué de volume, il en restait à peine le tiers; il s'est formé

une portion de matière solide, qui s'est attachée aux parois de la cloche, et qui était du muriate d'ammoniaque ; le gaz qui restait n'avait point d'odeur comme l'ammoniaque, ni de couleur comme l'acide muriatique ; il ne se dissolvait plus dans l'eau et n'entretenait point la combustion, c'était de véritable gaz azoth. On a aussi remarqué qu'il s'était formé un liquide clair et transparent, condensé sur les parois du vase, et qui n'était que de l'eau dans laquelle il y avait une certaine quantité de muriate d'ammoniaque en dissolution.

2.° On a fait passer à travers de l'ammoniaque liquide ou dissoute dans l'eau, du gaz acide muriatique oxigéné, dégagé du mélange de muriate de soude, d'oxide de manganèse et d'acide sulfurique ; il s'est produit sur-le-champ, au milieu de la liqueur, une multitude de petites bulles de fluide élastique, qui s'élevaient à la surface, et qui ont été rassemblées dans une cloche remplie d'eau, par le moyen d'un tube communiquant au flacon qui contenait l'ammoniaque. Ce gaz était parfaitement semblable à celui qui restait dans l'expérience précédente.

3.° On a rempli aux trois quarts un tube de verre alongé d'acide muriatique oxigéné, on a achevé de le remplir avec de l'ammoniaque liquide, et on l'a renversé dans une soucoupe pleine d'eau ; alors l'ammoniaque a, par sa légéreté, traversé l'acide muriatique oxigéné ; mais en le parcourant ainsi, il s'est produit une effervescence rapide, le fluide élastique qui l'occasionnait s'est rassemblé à la partie supérieure du tube ; et une partie de liqueur s'est répandue dans la jatte. Le gaz qui s'est développé ici était encore semblable à ceux des expériences précédentes.

4.° On a fait passer du gaz ammoniac sur de l'oxide de manganèse réduit en poudre, et rougi dans un tube de porcelaine, et communiquant par un tube à une bouteille vide plongée dans de la glace ; bientôt il s'est produit des vapeurs rouges très-abondantes auxquelles ont succédé des vapeurs blanches qui se sont condensées dans l'intérieur de la bouteille en un liquide blanc transparent, qui avait une saveur salée, piquante : on a distillé jusqu'à siccité ce liquide à une chaleur douce, le produit était sans saveur, sans odeur sensible ; c'était de véritable eau : la matière qui restait dans la cornue avait une couleur blanche, fusait sur les charbons, s'enflammait sur un tesson rougi, et produisait des vapeurs d'acide nitrique

par l'addition de l'acide sulfurique, et de l'ammoniaque par la chaux; c'était donc du nitrate d'ammoniaque. L'oxide noir de manganèse avait changé de couleur, il était alors d'un brun pâle, et ne donnait plus de gaz oxigène par l'action du feu. Il est évident que dans ces expériences, l'ammoniaque a été décomposée; que dans les trois premières, un de ses principes seulement, l'azote, a été mis à nu, s'est dégagé sous la forme de gaz, et que l'acide muriatique oxigéné a perdu son oxigène, puisqu'il s'est formé du muriate d'ammoniaque ordinaire; que dans la quatrième, il s'est formé de l'acide nitrique et de l'eau, et que l'oxide de manganèse a été désoxigéné, puisqu'il ne fournissait plus ensuite de gaz oxigène par le feu: en considérant ces différens produits, et en observant ce qui est arrivé aux corps qui leur ont donné naissance, et si l'on se rappelle sur-tout qu'il ne peut se former d'eau sans hydrogène et oxigène, ni d'acide nitrique sans azote et sans oxigène, et si l'on considère enfin que l'acide muriatique oxigéné, et l'oxide de manganèse ont été décomposés et rapprochés de l'état combustible, on concevra facilement que l'ammoniaque est composée d'hydrogène et d'azote.

Il faut remarquer que jamais toute l'ammoniaque n'est décomposée, parce qu'il se forme, dans tous les cas, des acides qui en retiennent une partie, en exerçant sur elle une attraction plus forte que celle de l'oxigène pour l'hydrogène. C'est pourquoi il se forme toujours avec l'acide muriatique oxigéné, du muriate d'ammoniaque ordinaire, et du nitrate d'ammoniaque, lorsqu'on emploie l'oxide de manganèse pour décomposer cet alcali. De-là on est passé naturellement à la théorie de l'or et de l'argent fulminant; il a été aisé d'entendre alors comment, dans ces cas, il se produit un bruit et une explosion considérables, comment ces oxides sont ramenés à l'état métallique, &c.

A cette analyse de l'ammoniaque, nous avons joint la synthèse, en décomposant simultanément, par le procédé de Guyton, l'acide nitrique et l'eau, à l'aide de l'étain, du zinc, &c. on a fait voir qu'alors il se formait du nitrate d'ammoniaque, et que celle-ci provenait de la réunion de l'azote, de l'acide nitrique décomposé avec l'hydrogène de l'eau, également décomposé par les métaux. On a fait remarquer que jamais l'ammoniaque ne se trouve libre dans cette opération, parce qu'à mesure

qu'elle était formée, elle s'unissait à la portion d'acide nitrique non encore décomposé, et arrêtait même la décomposition.

On a encore rapporté l'expérience de Priestley, par laquelle il réduit le gaz ammoniac en un fluide inflammable, en lui faisant éprouver une secousse rapide avec le fluide électrique.

Après l'histoire des alcalis bien connue, on s'est occupé de la nature des acides, des propriétés de leurs bases acidifiables ou radicaux, de leur acidification, des phénomènes qu'ils présentent en s'unissant avec l'oxigène; de la lumière et du calorique qu'ils en dégagent pendant cette combinaison; de l'état de l'oxigène dans les différens corps combustibles; enfin, des propriétés génériques des acides.

Des corps combustibles.

Les corps combustibles peuvent être divisés en deux ordres, d'après les résultats qu'ils fournissent dans leurs combinaisons avec l'oxigène; en effet, ou ils donnent des corps qui ne sont point acides, et qui sont simplement appelés oxides, et en corps acides : les premiers peuvent être distingués en trois classes; les oxides à bases simples, comme ceux des métaux; les oxides à double base, comme les matières végétales, et les oxides à triple base, telles que les substances animales; les uns sont devenus parfaitement incombustibles, au moins par les moyens que nous connaissons; les autres peuvent encore absorber une nouvelle quantité d'oxigène, sans être décomposés, comme les acides sulfureux, nitreux et muriatique, les oxides de plomb, de fer, de cuivre, &c. d'où l'on voit qu'ils sont susceptibles de recevoir différens degrés d'oxigène, suivant les circonstances qui ont accompagné leur combustion; les autres, qui, en absorbant une plus grande portion de principe de la combustion, changent de nature, mais sans se décomposer, tels que l'oxide d'arsénic, de tunstène, de molybdène; enfin, les troisièmes qui se décomposent et donnent naissance à de nouveaux corps qui se séparent par une nouvelle combustion; et ici sont compris tous les oxides végétaux et animaux, comme le sucre, la gomme, le sang, la graisse, les chairs, &c.

Parmi les corps combustibles qui donnent des acides par leur combinaison avec l'oxigène, il en est qui brûlent tranquillement, et pour ainsi dire tacitement, à toutes les températures; d'autres qui demandent à être échauffés

à

à des degrés déterminés et constans, pour se combiner à l'oxigène; certains, tels que le soufre, le phosphore, fournissent des produits différens, suivant que la température à laquelle ils brûlent est plus ou moins élevée. La quantité de lumière et de calorique que les corps combustibles dégagent de l'oxigène pendant qu'ils brûlent, est différente pour chacun d'eux, et est subordonnée au degré de chaleur auquel ils ont été élevés d'abord, et à l'affinité plus ou moins grande qu'ils ont pour le principe acidifiant; d'où il résulte que l'oxigène n'est pas réduit au même état dans tous les corps brûlés: tantôt il se solidifie en eux, souvent il se liquéfie seulement, et quelquefois il reste encore fluide élastique; il arrive aussi quelquefois qu'il dissout les corps solides et les rend gazeux, en leur communiquant une portion de son calorique: tels sont le carbone, le soufre, &c.

Il y a quatre corps combustibles connus, sans compter quelques métaux qui, en absorbant de l'oxigène, engendrent des acides; savoir, le soufre, le phosphore, le carbone et l'azote; ce qui donne l'acide sulfurique, l'acide phosphorique, carbonique et nitrique ou azotique. On pense avec raison que les autres acides ont aussi pour radical des corps combustibles; mais ces corps ne sont pas encore connus.

Tout acide est donc, d'après la définition admise par les chimistes modernes, le résultat d'un ou de plusieurs corps brûlés; tout acide est par conséquent un être composé, et tout acide contient ou a pour base une matière combustible, si l'on appelle combustion toute combinaison avec l'oxigène, et corps combustible toute matière qui absorbe ce principe. Les acides se ressemblent donc tous par un de leurs principes, et diffèrent tous par leur base ou radical. Tous les radicaux des acides n'ont pas avec l'oxigène le même degré d'attraction, et les uns peuvent être par conséquent séparés par les autres.

On a tiré le nom générique d'*acide* de l'oxigène, qui est leur principe commun; et le nom spécifique est pris de leurs radicaux. Ainsi, dans l'acide sulfurique, le mot *acide* fait naître l'idée de l'oxigène, et celui de *sulfurique* indique qu'il est combiné au soufre; mais comme les corps combustibles peuvent donner des acides différens, suivant la quantité du principe acidifiant qu'ils ont reçue, et qu'en général ils sont d'autant plus faibles que cette quantité est plus petite, on a terminé le nom de cette

combinaison particulière en *eux*. Il y a donc pour le soufre, qui est susceptible de présenter ces deux modifications, de l'acide sulfurique et de l'acide sulfureux.

Il y a sept sortes d'acides minéraux, savoir, l'acide sulfureux, l'acide nitrique, muriatique, phosphorique, fluorique, boracique et carbonique; et les modifications des quatre premiers, c'est-à-dire, ces mêmes acides moins chargés d'oxigène et qui portent le nom d'acides sulfureux, nitreux, phosphoreux, et muriatique oxigéné, qui au contraire, lui, contient une plus grande quantité de ce principe que l'acide muriatique ordinaire; ce qui élève le nombre des acides à onze, lesquels forment, par leurs combinaisons avec les quatre terres et les trois alcalis, soixante-dix-sept sortes de sels.

Caractères génériques des acides.

Les acides sont des corps solides, liquides, ou fluides élastiques, qui ont une saveur aigre, astringente, qui rougissent les couleurs bleues végétales, qui sont plus ou moins dissolubles dans l'eau, avec dégagement de calorique, plus ou moins volatils (il en est cependant qui sont assez fixes), incombustibles (1), qui se combinent avec les terres, les alcalis et avec la plupart des oxides métalliques, et forment des sels neutres, secondaires ou analogiques.

Avant de traiter d'un acide en particulier, il était nécessaire de faire l'histoire, au moins en général, du radical qui entrait dans sa composition, lorsqu'il était connu. Ainsi on a fait précéder à l'examen de l'acide sulfurique et sulfureux, celui du soufre; on a indiqué qu'il existait dans la nature, libre ou seulement interposé entre différentes substances, et combiné, tantôt avec les métaux, tantôt avec leurs oxides, tantôt dans les matières végétales et animales; enfin en dissolution dans les eaux, combiné avec l'hydrogène à l'état d'hydrogène sulfuré.

Le soufre a une couleur jaune particulière, une odeur qui le fait facilement distinguer de tous les autres corps, et même qui fait reconnaître sa présence dans une foule de combinaisons où il entre. Frotté pendant quelque temps sur un autre corps, il devient électrique, et acquiert la

(1) *Nota*. Les acides en *eux*, sont encore légérement combustibles, puisqu'ils ne sont pas saturés d'oxigène, et qu'ils en peuvent encore absorber une nouvelle dose.

propriété d'attirer les corps légers; pressé entre les mains, il fait entendre un léger bruit occasionné par la séparation subite de ses parties, au moyen de la chaleur qu'on lui communique; exposé au feu, il se fond d'abord, s'épaissit, prend une couleur brun-rouge; et si, après avoir resté quelque temps dans cet état, on le coule dans l'eau, il devient ductile. Le soufre ainsi épaissi redevient liquide et coule comme de l'eau à mesure qu'il refroidit, enfin il se fige de nouveau, et prend de la dureté. On n'a point encore donné une explication satisfaisante de cette singulière propriété du soufre, de s'épaissir par la chaleur. Serait-elle due à la combinaison d'une petite quantité d'oxigène, et passerait-il ainsi à l'état d'un oxide de soufre ? C'est ce qui reste encore à déterminer par l'expérience.

L'air froid ne fait éprouver aucune altération au soufre; l'eau ne contracte aucune combinaison avec cette substance; les alcalis et les terres, excepté la silice, se combinent avec lui, sur-tout à l'aide de la chaleur, et forment des compositions qu'on appelait autrefois *des foies de soufre*, et qui portent le nom de *sulfures*. Ces combinaisons peuvent s'opérer par la voie humide et par la voie sèche. Par la première méthode, on fait bouillir les terres et les alcalis avec le soufre dans l'eau, en ayant soin de ne point employer des vases métalliques, car ces combinaisons agissent sur presque tous les métaux, et en dissolvent plus ou moins; par le deuxième procédé, on fait fondre, ensemble parties égales de soufre de terre ou d'alcali dans un creuset d'argile. Ces sulfures ont une couleur brun-rougeâtre plus ou moins foncé, et qui ressemble assez au foie de certains animaux, et c'est pour cette raison qu'on les avait nommés *foies*; ils sont plus ou moins fusibles, quoique les terres qui entrent dans leur composition ne le soient pas, mais le souffre leur communique cette propriété. Ils sont tous dissolubles dans l'eau, et quelques-uns même, tel que celui de baryte, s'y dissolvent si abondamment, sur-tout par la chaleur, qu'ils cristallisent en très-beaux cristaux en refroidissant. Tous décomposent l'eau et se convertissent par-là en sulfates et en gaz hydrogène sulfuré, d'où provient l'odeur fétide d'œufs pourris qu'ils répandent lorsqu'ils sont dissous ou seulement humectés, tandis que, privés d'humidité, ils n'ont qu'une légère odeur de soufre.

Il semble d'abord difficile de concevoir que des corps, le soufre, les terres et les alcalis, qui séparément n'ont aucune action sur l'eau, deviennent, quand ils sont unis, capables de la décomposer; mais si l'on réfléchit à l'extrême tendance qu'a la potasse ou les autres bases alcalines et terreuses pour s'unir à l'acide sulfurique, et que l'on réunisse à cette force préexistante celle du soufre pour l'oxigène, il ne sera plus étonnant que l'attraction qui existe entre les principes de l'eau soit vaincue par la double force dont on vient de parler, et que conséquemment l'eau soit décomposée; on peut encore joindre à cette somme d'attractions divillentes celle de l'hydrogène pour une portion de soufre, d'où naît le gaz hydrogène sulfuré qui agit lui-même sur le calorique, et porte aussi un nouveau poids dans la balance.

Les sulfures sont décomposés par l'action du feu qui en chasse le soufre et laisse la base pure; les acides les décomposent aussi en s'emparant de leurs bases et en précipitant le soufre; il se forme constamment dans ce cas du gaz hydrogène sulfuré, dont le dégagement rapide produit une effervescence plus ou moins vive, suivant l'état des sulfures et celui des acides.

Du gaz hydrogène sulfuré.

Le gaz hydrogène sulfuré est un fluide élastique invisible, très-léger, qui a une odeur très-fétide, qui est très-délétère, qui éteint les bougies, qui se dissout dans l'eau, et qui est décomposable à l'air et par les corps oxigénés qui n'adhèrent pas fortement à ce principe, tels que les oxides métalliques, l'acide muriatique oxigéné, les acides nitreux, sulfureux, &c.

Ce n'est que depuis que l'on connaît bien les principes de l'eau, que l'on est parvenu à expliquer l'odeur des sulfures, la production du gaz qui se développe lorsqu'on les fait bouillir avec ce liquide, leur décomposition à l'air par les acides, la dissolubilité dans l'eau du gaz lui-même, sa décomposition par l'air, les acides très-oxigénés, par les oxides métalliques; dans tous ces cas l'hydrogène s'unit à l'oxigène des corps brûlés; il se forme de l'eau, un peu d'acide sulfurique, et il se dépose du soufre, dont la quantité indique, à quelque chose près, celle de l'hydrogène sulfuré qui le contenait; le gaz hydrogène sulfuré doit donc être

regardé comme une composition de soufre et d'hydrogène dissoute par le calorique.

Le soufre est un des corps combustibles qui présentent deux espèces de combustion, suivant la température à laquelle il a été élevé; si elle ne passe pas un certain degré, alors il brûle lentement en répandant une flamme bleue, et produit une vapeur acide, élastique, très-suffoquante, et que l'on a nommée *acide sulfureux* : si au contraire on l'expose à une forte chaleur, il brûle rapidement, la flamme qu'il exhale est vive, blanche et beaucoup plus abondante que dans le premier cas; le résultat qu'il fournit est presque sans odeur, il se résout en un liquide épais, très-acide, très-dissoluble dans l'eau, et qui est connu sous le nom d'*acide sulfurique*. Dans l'une et l'autre de ces combustions le soufre absorbe la base de l'air dont il dégage une partie du calorique et de la lumière : mais dans la première il ne se sature pas complètement de ce principe, tandis que dans la seconde il en absorbe la quantité dont il est susceptible. L'acide sulfureux est donc un acide sulfurique qui contient du soufre en dissolution, ou qui manque d'une certaine quantité d'oxigène pour être saturé; si cela est, l'on peut convertir de l'acide sulfureux en acide sulfurique, en lui unissant une certaine quantité d'oxigène, et amener l'acide sulfurique à l'état d'acide sulfureux, en lui combinant du soufre ou en lui enlevant de l'oxigène, et c'est en effet ce que l'expérience a confirmé.

La quantité diverse de calorique influe donc ici dans la combustion du soufre; pendant la combustion lente du soufre, la combinaison avec l'oxigène est arrêtée à une certaine époque par l'attraction réunie de l'oxigène et du soufre, et de l'acide sulfureux pour le calorique; par la combustion vive, au contraire, les molécules du soufre sont plus écartées, leur attraction pour l'oxigène est augmentée, et l'emporte sur celle du calorique, pour le soufre et l'oxigène. Aussi l'acide sulfurique ne retient-il pas dans sa composition autant de calorique que l'acide sulfureux, ses molécules sont beaucoup plus rapprochées, et sa pesanteur spécifique est beaucoup plus grande.

Après avoir exposé l'acidification des corps combustibles, les circonstances qui y sont nécessaires, les phénomènes qui accompagnent ces

opérations, et avoir fait sentir sur-tout cette propriété singulière des corps combustibles, qui auparavant n'avaient point de saveur, qui étaient indissolubles dans l'eau, de former, avec un corps invisible, insipide, des compositions caustiques, brûlantes, corrosives, dissolubles dans l'eau; en un mot, qui ne ressemblent plus du tout à ce qu'ils étaient avant leur combinaison,

On a traité de l'acide sulfureux et de l'acide sulfurique en particulier, et de leurs combinaisons avec les terres et les alcalis.

De l'acide sulfureux.

L'acide sulfureux, considéré dans son état de pureté, est, dans le climat que nous habitons, constamment à l'état de gaz, d'une odeur vive et pénétrante, qui rougit les couleurs bleues végétales, et qui même en détruit quelques-unes, telles que celles de violettes, &c. dont la dissolubilité dans l'eau, est très-bornée, qui tue les animaux, et qui ne peut servir à la combustion: on prépare cet acide en brûlant lentement du soufre, et en recueillant le produit de cette combustion dans l'eau ou dans des cloches remplies de mercure, ou bien en décomposant l'acide sulfurique par quelque corps combustible. Ce dernier moyen est plus facile, plus exact et plus expéditif, en même temps qu'il est moins dispendieux; aussi l'emploie-t-on en chimie pour se procurer promptement et abondamment cet acide; pour cela on prend une partie de mercure ou de tout autre métal, excepté l'or et le platine, ou même des matières végétales, comme de la paille, de la sciure de bois, &c. et on verse par-dessus deux parties d'acide sulfurique concentré, on met le tout dans une cornue dont l'extrémité communique, à l'aide d'un tube, dans une bouteille contenant de l'eau, ou dans une cloche pleine de mercure, suivant que l'on veut l'obtenir liquide on gazeux.

L'acide sulfureux exposé à l'action d'un feu violent, se décompose, et se convertit d'une part en acide sulfurique, et de l'autre en soufre. C'est ainsi que Priestley est parvenu à décomposer cet acide, en l'enfermant dans un tube hermétiquement scellé, et en l'exposant pendant 20 jours à une chaleur forte.

On a répété cette expérience à l'école polytechnique avec succès, en opérant, il est vrai, d'une manière un peu différente; nous avons fait

passer à travers un tube de verre lutté et rougi au feu, du gaz acide sulfureux, et nous avons observé que les parois du tube étaient enduits d'une croûte de soufre, et qu'il s'était condensé, dans une bouteille qu'on avait placée à une des extrémités de ce tube, quelques gouttes d'acide sulfurique très-concentré. Jamais cependant tout l'acide sulfureux n'est décomposé dans cette expérience, il y en a toujours une partie qui passe sans avoir subi d'altération; mais il suffit qu'il y ait eu du soufre de séparé, et de l'acide sulfurique formé, pour en conclure que l'acide sulfureux a été décomposé par le calorique. Cette expérience explique comment il ne se forme point un peu d'acide sulfureux lorsqu'on expose dans le vague de l'air, le soufre à une haute température.

Cet acide est altéré par l'acide nitrique et l'acide muriatique oxigéné, qui, en lui fournissant de l'oxigène, le convertissent en acide sulfurique.

Il ne se combine qu'en très-petite quantité à l'eau, qui n'acquiert dans cette combinaison que très-peu de pesanteur au-dessus de celle de l'eau pure. 100 parties de celle-ci absorbent, à la température de zéro, environ 20 à 25 parties d'acide sulfureux. Il se dégage pendant sa combinaison avec l'eau, une grande quantité de calorique qui élève quelquefois la température de l'eau jusqu'à 35 degrés.

L'acide sulfureux exposé à l'air, en absorbe peu-à-peu la base, et se convertit à la fin en acide sulfurique; il perd sa forme de gaz, son odeur et toutes les propriétés qui lui sont propres. Il peut donc, et doit même être considéré comme un corps combustible, puisqu'il est encore susceptible d'absorber une nouvelle quantité d'oxigène.

L'acide sulfureux s'unit aux terres et aux alcalis, et forme avec ces matières des sels qui portent le nom de *sulfites*. Ces sels sont au nombre de sept; savoir, les sulfites de baryte, de chaux, de magnésie, d'ammoniaque, de potasse, de soude et d'alumine.

On peut préparer les sulfites en mêlant de l'acide sulfureux dissous dans l'eau avec les bases pures, ou en faisant passer dans ces mêmes substances combinées à l'acide carbonique, et délayées dans l'eau, du gaz acide sulfureux.

Par cette méthode on en prépare une plus grande quantité, ils sont

rapprochés sous un plus petit volume, et n'exigent par conséquent pas une si longue évaporation, et sont en même temps plus purs.

Caractères génériques des sulfites.

La plupart des sulfites sont susceptibles de cristalliser; quelques-uns sont très-solubles, et d'autres sont entièrement indissolubles, mais le deviennent par un excès d'acide. Ils ont tous une saveur de soufre très-singulière, et qui est capable de les faire distinguer des autres genres de sels.

Ils sont décomposés par le feu, qui en sépare une portion de soufre et les convertit en sulfates. Ils se brûlent dans l'air et passent bientôt à l'état de sulfates, en absorbant l'oxigène, avec lequel ils ont beaucoup d'affinité. Les acides les décomposent aussi et en chassent l'acide sulfureux sous la forme de gaz et avec effervescence. Mais l'acide muriatique oxigéné les brûle. Le charbon, à l'aide d'une haute température, les décompose et les réduit en sulfures; ils détonent et s'enflamment lorsqu'on les chauffe avec du salpêtre, ou avec du muriate de potasse oxigéné.

On n'entrera point ici dans le détail des propriétés de chaque espèce de sulfites, on les trouvera dans un mémoire qui sera imprimé dans le journal de l'école polytechnique.

Nous dirons seulement que les sulfites terreux sont peu ou point dissolubles, n'ont que peu de saveur; que ceux de potasse, de soude et d'ammoniaque, cristallisent facilement, sont très-dissolubles et ont une saveur très-forte.

La baryte est celle des bases qui adhère le plus à l'acide sulfureux; viennent ensuite la chaux, la potasse, la soude, la magnésie, l'ammoniaque, et enfin l'alumine.

Des sulfates.

Les sulfates sont des sels formés par la combinaison saturée de l'acide sulfurique avec les terres et les alcalis; plusieurs de ces sels existent dans la nature : tels sont ceux de soude, de chaux, de magnésie, de baryte et d'alumine; les autres sont toujours le produit de l'art.

Ils n'éprouvent point d'altération au feu, quelques-uns se fondent seulement; mais ils ne sont pas décomposés, tant est forte l'adhérence de leurs principes.

Quelques-uns sont dissolubles dans l'eau, tels que les sulfates de potasse, de

de soude, de magnésie, d'ammoniaque et d'alumine; ceux de chaux et de baryte sont peu ou point dissolubles ; les sulfates ne sont jamais complètement décomposés par les autres acides.

Ils sont convertis en sulfures par le charbon, qui leur enlève l'oxigène et donne naissance à de l'acide carbonique.

Leur saveur est en général amère et très-désagréable.

Ce sel a la forme d'un solide à dix-huit côtés, formés d'un prisme à six pans, terminés par des pyramides à six faces. Du sulfate de potasse.

Il décrépite sur les charbons, et se fond en un émail, si on l'expose à un grand feu; il se dissout dans l'eau, dont il demande environ dix-sept parties à la température de dix degrés. Il est décomposé, en partie, par l'acide nitrique; il se forme par cette décomposition du nitrate de potasse et du sulfate de potasse, avec excès d'acide sulfurique. Cette opération s'explique par la double attraction de l'acide nitrique pour la potasse, et du sulfate de potasse pour l'acide sulfurique; mais, dès que l'affinité entre ces deux corps est satisfaite, la décomposition s'arrête, et quelque quantité d'acide nitrique que l'on ajoute, il ne se produit plus aucun effet; ce qui prouve la vérité de cette assertion, c'est que si l'on met de l'acide sulfurique avec le sulfate de potasse, l'acide nitrique ne le décompose pas.

On peut retirer la potasse de ce sel, en le décomposant par un mélange de charbon et de carbonate de chaux à l'aide de chaleur. Dans cette opération l'oxigène tient au carbone et forme l'acide carbonique, et le soufre se combine à la chaux, et produit du sulfure de chaux, qui, n'étant pas dissoluble dans l'eau quand il contient un excès de chaux, fournit un moyen excellent d'obtenir la potasse par le lavage.

Il est également décomposé par un mélange de charbon et de fer; dans ce cas, c'est le fer qui s'empare du soufre, d'où on peut ensuite retirer l'acide sulfurique, en calcinant le sulfure de fer et le distillant ensuite.

On a fait ces expériences avec beaucoup de soin pendant les séances, parce qu'elles peuvent être très-utiles dans les arts et pour les manufactures chimiques.

Le sulfate de potasse est composé de potasse, d'acide sulfurique et d'eau.

Sulfate de soude.

Ce sel a été examiné avec beaucoup de détail, à cause de son abondance dans la nature et de son usage très-multiplié. Sa forme, sa saveur, sa dissolubilité ont été exposés avec grand soin ; on a fait voir comment il se comportait à l'air, au feu, avec l'eau, le charbon, les métaux, &c. De-là son efflorescence ; le froid qu'il produit avec l'eau lorsqu'il est cristallisé, la chaleur qu'il dégage quand il est effleuri ou desséché, sa décomposition par le charbon, et la manière d'en extraire la soude, ont été expliqués.

Les autres sulfates ont été traités de la même manière, et l'on a insisté principalement sur les procédés employés pour décomposer les sulfates de baryte et de magnésie pour en obtenir les bases dans l'état de pureté : on a décomposé le sulfate de baryte par un huitième de son poids de charbon, et on a dissous dans l'eau le sulfure de baryte qui en résulte, on l'a fait cristalliser, et ensuite, décomposé par l'acide muriatique pour avoir le muriate de baryte; enfin, celui-ci a été à son tour décomposé par le carbonate de potasse, pour obtenir le carbonate de baryte dont on a chassé l'acide par la chaleur.

Quant au sulfate d'alumine, on est entré dans le plus grand détail sur les travaux que l'on fait dans les alunières pour le former et l'obtenir à l'état de pureté où il est dans le commerce, et on s'est de même arrêté long-temps sur les usages auxquels il est employé dans les arts. On a fait connaître la proportion, les principes de chacun de ces sels, en indiquant la manière par laquelle on était parvenu à ces connaissances.

Tels sont, en abrégé, les objets qui ont été traités pendant les mois floréal et prairial dans le laboratoire de la division des matières salines. Les élèves ont répété dans leurs laboratoires particuliers la plupart des opérations qui ont été faites sous leurs yeux dans le laboratoire de démonstration ; ils en ont observé les phénomènes, ont examiné avec soin les propriétés des produits qu'ils ont obtenus, et les ont arrangés par ordre de composition.

DEUXIÈME DIVISION.

SUBSTANCES VÉGÉTALES.

Notice du Cours, et du travail des Élèves, pendant les mois floréal et prairial.

Par le C.en CHAUSSIER.

Après avoir exposé, dans les premières séances du cours, les principes généraux qui servent de base et d'introduction à l'étude et à la pratique de la chimie, l'instituteur a présenté quelques considérations sur les *êtres organisés.*

Sous cette dénomination, on doit comprendre également les végétaux et les animaux; car quoiqu'au premier coup d'œil ces deux grandes classes d'êtres paraissent d'abord fort distinctes, et séparées par degran ds intervalles, cependant, en les examinant avec attention, en s'élevant au-dessus des préjugés de l'habitude et de la routine, en embrassant par la pensée l'ordre de la nature, la série, la gradation des êtres, on reconnaît bientôt que ces deux classes, dont les espèces sont si multipliées, dont les formes sont si variées, non-seulement se rapprochent, mais semblent encore se confondre par des caractères essentiels, constans, uniformes, et que l'on peut rapporter à cinq chefs principaux. Caractères communs aux êtres organisés.

1.° Tous les corps organisés sont composés de deux sortes de parties très-distinctes par leur consistance. Les unes solides, se présentent sous la forme de filamens tenus, alongés, ou de lames minces, courtes, aplaties, plus ou moins flexibles. Par leur rapprochement, leur disposition, leur entrelacement, ces solides forment, tantôt des vaisseaux ou canaux continus, dont le diamètre diminue par degrés, et se réduit à une ténuité qui échappe à nos sens; tantôt ces solides forment des tissus ou réseaux plus ou moins denses et compactes, mais qui toujours présentent une série nombreuse de porosités, de mailles, de vésicules ou vacuoles d'une figure plus ou moins irrégulière, et qui toutes ont entre elles une communication réciproque. 1.° Structure.

Les autres parties qui entrent dans la composition des corps organisés sont fluides; celles-ci sont déposées dans les tissus vasculaires ou aréolaires formés par le rapprochement des solides, elles en parcourent plus ou moins

rapidement toutes les cavités; mais comme ces canaux sont d'une ténuité extrême, qui va toujours en décroissant, les molécules qui composent les fluides, se trouvent en quelque sorte isolées et presque réduites à leurs élémens ou atomes primitifs; de-là cette force d'aggrégation qui tendait auparavant à conserver leur union, est, sinon anéantie, du moins beaucoup diminuée: ainsi, en parcourant ces séries multipliées de vaisseaux d'un diamètre si petit, les fluides se trouvent rapprochés des conditions que l'expérience et l'observation ont démontrées nécessaires pour former des combinaisons nouvelles. Aussi, remarquons-le bien, c'est dans la classe des êtres organisés que l'on trouve le plus grand nombre de combinaisons particulières, de propriétés différentes et quelquefois opposés. Nous en concevons facilement la raison, quand nous voyons que, quoique la structure soit essentiellement la même dans tous, cependant, la forme, le diamètre, la densité, l'action des tissus et des réseaux vasculaires varient non-seulement dans les différentes espèces, mais encore dans chacune de leurs parties; quand nous voyons que l'âge et d'autres circonstances accidentelles peuvent changer le rapport et l'action de ces solides, sur les fluides qui les parcourent. Enfin, si nous considérons cette quantité immense d'êtres organisés, répandus avec profusion dans les eaux, sur toute la surface de ce globe, et qui se succèdent depuis tant de siècles, ne pourrions-nous pas penser, avec quelques philosophes modernes, que dans le système général de la nature, ils sont les moyens puissans qui, en élaborant, en combinant les substances simples et premières, en leur imprimant une forme et des propriétés nouvelles, changent sans cesse la surface de la terre, préparent et amènent les grands phénomènes de la nature?

2.° Propriétés des substances composantes.

2.° Les combinaisons formées dans les corps organisés présentent un caractère général très-distinct. Toutes peuvent facilement être altérées, décomposées, passer à un nouvel ordre de combinaisons. La plus grande partie des substances qui les composent est volatile, ou du moins susceptible, par différens procédés, de se réduire en état de gaz; il n'y a qu'une petite quantité de substances fixes.

3.° Nutrition et accroissement.

3.° Tous les êtres organisés croissent, non par couches et par *juxta-position*, comme les minéraux, mais par *intus-susception*,

par un développement intérieur, graduel et successif de leurs parties.

4.° Tous se reproduisent par des germes. 4.° Reproduction.

5.° Enfin, tous ont en eux une force, un principe d'action qui les fait croître, se nourrir, s'approprier différentes substances, résister à cette loi générale d'attraction qui agit sans cesse sur les corps inertes, en détermine la concrétion, la dissolution, la fermentation, la putréfaction. 5.° Principe d'action.

Si la nature de cette force active est encore inconnue, du moins ses effets sont évidens; son existence est démontrée d'une manière indubitable, par trois grandes propriétés constantes et essentielles, que nous désignons sous les noms de *sensibilité*, *motilité* et *caloricité*. Mais comme dans l'étude des sciences naturelles, l'erreur, la confusion viennent souvent parce qu'on n'attache pas une idée précise aux mots que l'on emploie, parce qu'on n'en limite pas la vraie signification; qu'il nous soit permis de nous arrêter quelques instans sur ces propriétés caractéristiques des êtres organisés.

Nous appelons *sensibilité*, la propriété qu'ont les êtres organisés d'éprouver, par le contact d'un corps extérieur, une impression plus ou moins profonde, qui détermine dans leurs parties un mouvement plus ou moins remarquable, qui tend à les isoler, à les éloigner ou à les rapprocher du corps qui les touche.

Sous ce point de vue général, la sensibilité n'est pas bornée aux animaux, comme l'ont avancé quelques auteurs célèbres, mais elle se trouve encore dans les végétaux, et s'annonce dans tous d'une manière plus ou moins remarquable; et sans parler de ces plantes qui replient sur-le-champ leurs feuilles à l'approche d'un corps étranger, et semblent fuir le contact; sans parler de celles qui se contractent rapidement pour saisir l'insecte qui les touche, de celles qui suivent le soleil dans sa course sur l'horizon, ne les voyons-nous pas toutes s'incliner, se détourner de leur direction première, pour s'approcher de la lumière ou d'un terrain humide qui leur est plus convenable? Ne voyons-nous pas leurs feuilles se racoquiller, se contracter, se séparer en lambeaux, tomber en escarre, et former une cicatrice à la suite de la piqûre d'un insecte, de l'application d'une solution saline, ou de quelqu'autre irritant mécanique ou chimique?

Ces faits et beaucoup d'autres analogues que l'expérience et l'observation journalière peuvent fournir, suffisent sans doute pour démontrer l'existence

de la sensibilité dans les végétaux ; mais cette sensibilité organique, qui appartient exclusivement à tous les êtres vivans, qui existe d'une manière plus ou moins marquée dans toutes leurs parties, ne doit pas être confondue avec l'*apperceptibilité*, ce sentiment intérieur et profond qui fait distinguer, comparer et juger les différentes impressions. Cette dernière propriété, qui n'a pas été suffisamment distinguée par beaucoup d'écrivains, suppose toujours un centre intérieur auquel aboutissent toutes les impressions reçues à l'extérieur; cette structure ne se trouve que dans les animaux, et ne se trouve pas même également dans tous, comme le démontre l'anatomie.

Nous entendons par *motilité* (1), la propriété qu'ont les êtres organisés d'exécuter, d'entretenir dans les différentes parties de leur corps un mouvement plus ou moins apparent et durable. Cette propriété motrice, qu'il ne faut pas confondre avec la *mobilité*, et encore moins avec la *locomotion*, existe dans tous les êtres vivans, mais ne s'annonce pas dans tous d'une manière également évidente. Dans le plus grand nombre des végétaux et dans quelques espèces d'animaux, elle est si faible, si peu prononçée qu'elle échappe d'abord à nos yeux, à notre tact ; mais en observant attentivement les phénomènes que nous présente l'organisation de ces êtres, nous reconnaissons bientôt que leurs fluides sont dans un mouvement continuel ; qu'ils parcourent tous les tissus vasculaires et aréolaires de leurs organes ; qu'ils parviennent à leurs plus petites extrémités, et s'y dissipent en partie par une sorte de vaporisation ; enfin, qu'ils sont successivement renouvelés, remplacés par d'autres fluides ; ainsi, il est une force constante qui détermine cette progression successive des fluides ; et comme on ne peut l'attribuer, ni à l'attraction, ni à une structure mécanique, ni à la disposition capillaire des vaisseaux et des solides, puisqu'elle cesse avec la vie, quoique la structure première reste la même ; il faut donc nécessairement reconnaître l'existence d'une force intérieure de résistance, de contraction alternative et successive dans tous les solides ; c'est cette propriété que nous désignons sous le terme générique de *motilité* ; propriété qui, dans quelques organes et dans quelques espèces, détermine des mouvemens très-étendus, tandis que dans d'autres elle est bornée à un simple

(1) Ce mot est formé du latin *motus*, et signifie proprement faculté du mouvement.

mouvement de résistance ou de contraction lente, et à peine perceptible.

Enfin, nous comprenons, sous le nom de *caloricité*, la propriété qu'ont les êtres vivans de développer, de dégager une certaine quantité de calorique, et par ce moyen d'entretenir, de conserver une température habituelle, à-peu-près égale dans toutes leurs parties, et qui ne varie que par des causes accidentelles.

Ces trois propriétés qui caractérisent dans les êtres vivans une force intérieure, un principe d'action sans cesse agissant, sont si intimement liées, qu'il est impossible de les considérer d'une manière isolée dans chaque partie ; c'est leur réunion qui détermine, constitue l'organisation ; c'est leur réunion qui détermine, dans le corps des êtres organisés, ce mouvement général qui constitue la *vie ;* ce mouvement propre et particulier à chaque organe qui forme les diverses espèces de *fonctions*, et produit des combinaisons si différentes dans les solides et dans les fluides.

Caractères distinctifs des animaux et des végétaux.

Après ces considérations générales qui ont amené des développemens et des expériences qu'il serait déplacé de rapporter dans cette notice, l'instituteur a fait observer que les végétaux ne devaient point être regardés comme des *animaux enracinés*, ainsi que l'a avancé un écrivain célèbre, mais qu'ils étaient essentiellement distingués des animaux, 1.° par la forme constante, 2.° par la nature des substances qui entrent dans la composition de leurs parties, les produits chimiques que l'on en obtient; 3.° par la position des organes, leur nombre, leurs liaisons, leurs rapports.

Ainsi, dans les végétaux, les organes principaux sont disposés à la surface, aux extrémités, à la circonférence de leur corps ; la texture en est plus simple, le nombre en est peu considérable ; leur liaison, leurs rapports ne sont pas intimes et d'une nécessité indispensable ; on peut en séparer plusieurs, sans détruire l'existence et l'action de l'individu ; aussi la vie des végétaux est, nous ne disons pas plus simple, mais elle ne réside pas essentiellement dans un foyer particulier, elle paraît plus uniformément, plus également répandue dans toutes leurs parties.

Dans les animaux, au contraire, les organes essentiels sont plus nombreux, plus multipliés ; la forme en est plus variée, la texture plus compliquée: ils sont principalement rapprochés du centre du corps, et disposés dans

de grandes cavités formées dans l'intérieur; ils ont entr'eux la connexion, le rapport le plus intime, et plusieurs forment des centres ou foyers intérieurs auxquels correspondent tous les autres, auxquels se rapportent toutes les impressions reçues à l'extérieur.

Aussi les fonctions des végétaux sont moins nombreuses, moins compliquées que celles des animaux : on peut les réduire à cinq espèces : trois premières ou principales qui s'exécutent dans toute l'étendue de la plante, l'*absorption*, la *circulation* ou progression des fluides, la *nutrition* ; deux secondaires, bornées à quelques organes ou parties distinctes, les *secrétions*, la *génération* : et nous considérons la *transpiration*, la *foliaison*, la *floraison*, la *germination*, &c. comme des modes de l'une ou de l'autre des fonctions précédentes.

Ces divisions ont naturellement conduit à l'examen des différentes fonctions des végétaux, de leurs phénomènes, de leurs produits, des moyens propres à favoriser la végétation, &c. on a ensuite présenté un aperçu rapide des différentes méthodes employées successivement par les botanistes pour la classification des plantes ; mais comme l'objet principal de la chimie est d'examiner, de rechercher la composition des corps, de connaître leurs propriétés dans les arts, on a proposé le plan d'une division botanique pour les arts. Ce plan (1) n'ayant pu être suivi cette année, parce que le temps n'avait pas permis de rassembler dans le jardin de l'école les places nécessaires pour cet objet, on a passé à l'examen des différens produits de la végétation. On donnera, dans le premier cahier, une notice de cette partie du cours.

Pendant ces deux mois, les élèves ont continué à s'occuper dans leurs laboratoires particuliers ; mais ce travail a été borné ou à répéter les expériences qui avaient été faites dans les séances du cours, ou à en faire d'autres qui avaient été indiquées par l'instituteur ; et quoique le nombre en ait été très-varié, très-multiplié, cependant, comme elles avaient pour but principal de faire acquérir aux élèves l'habitude et le manuel des

(1) Depuis ce temps, et sur la demande de l'instituteur, il a été arrêté qu'une partie du jardin de l'école serait consacrée à cultiver les plantes utiles pour les arts, et qu'elles y seraient disposées suivant leurs principales propriétés, celles qu'il importe le plus de connaître.

opérations, ou de préparer les réactifs, les agens chimiques dont on aurait besoin pour la suite, nous n'en présenterons pas les détails; ils ne serviraient qu'à montrer le zèle, les efforts d'une jeunesse active, avide d'instruction; mais maintenant que les premiers pas dans la carrière sont assurés, nous espérons que bientôt ces laboratoires particuliers pourront fournir quelques observations intéressantes.

TROISIÈME DIVISION.

SUBSTANCES MINÉRALES.

Par le C.en GUYTON.

I. Le cabinet de l'école ayant reçu un commencement de collection de minéraux, une partie des séances a été régulièrement consacrée à leur démonstration. Elle a donné lieu a de fréquentes applications des principes précédemment développés sur les caractères extérieurs et la manière de s'en servir (1); mais la méthode descriptive ne serait que peu utile à la science, et de peu de secours pour l'instruction, sans la réunion d'une bonne *méthode de classification;* il fallait en adopter une, en établir les bases, en faire prendre l'esprit, pour qu'elle servît continuellement de guide dans la vaste carrière qu'on devait parcourir : cet objet a été rempli par l'exposition des motifs qui en ont déterminé le choix; elle se trouvera à la suite de cette notice.

II. En plaçant la cristallisation au nombre des caractères extérieurs qui méritaient le plus d'attention, je n'ai pu qu'indiquer la nécessité d'y appliquer les principes du C.en *Haüy*; leur développement devait naturellement précéder l'étude particulière des divers cristaux dont ils ont si heureusement dévoilé la structure. Je me suis attaché à présenter l'ensemble de cette théorie dans l'ordre synthétique, inverse de celui qui a conduit l'auteur dans ses recherches, inverse de celui qu'il a dû suivre pour la démonstration, mais beaucoup plus favorable à l'instruction. Le *résumé des leçons* données sur ce sujet, sera accompagné d'un tableau divisé en huit colonnes, destiné à faire connaître, pour chaque genre de fossiles de figure régulière, dans l'ordre des terres, la molécule intégrante, la forme primitive, les

(1) Voyez Germinal, *pag. 137*, et la Table synoptique.

formes secondaires simples et composées, et les lois qui les déterminent. Le C.en *Haüy* a bien voulu me communiquer, pour remplir ce cadre, ce que de nouvelles recherches lui ont fait découvrir, et qu'il n'a pas encore publié.

III. Les règles de l'analyse appliquées à la chimie minérale, exposées dans le premier cahier (1), n'auraient laissé dans l'esprit des élèves que des traces confuses, sans le secours d'un exemple capable de fixer leur attention sur les détails des opérations qu'elle exige, de leur en montrer l'ordre successif, de leur apprendre à en noter les produits, à les séparer et les réunir suivant les circonstances; de leur offrir enfin comme dans un manuel approprié à leur usage, tout ce que l'art a acquis par les longs tâtonnemens et les travaux industrieux des plus habiles chimistes. C'était-là, sans doute, le plus sûr moyen de les enhardir à entreprendre bientôt eux-mêmes des analyses. Suivant ces vues, le sujet de celle-ci a été choisi parmi ces substances dont les parties constituantes intimement combinées, les parties intégrantes fortement cohérentes, semblaient résister à tous les agens, avant que le célèbre *Bergman* eût soumis les gemmes à une entière décomposition.

Je donne ici le résultat de ce travail, sous le titre d'*Analyse de la Calcédoine du Creuzot ;* d'après ce que je viens de dire, on concevra aisément le motif qui m'engage à lui conserver la forme de verbal dans laquelle il a été rédigé.

IV. On a entrepris une suite d'*expériences comparatives sur les terres ;* pour déterminer leur fusibilité, leur manière de se comporter avec les flux salins ou vitreux, et l'action dissolvante qu'elles exercent réciproquement les unes sur les autres. Elles n'avaient eu d'abord d'autre objet que d'offrir aux élèves des pièces de comparaison des produits des essais qu'ils devaient faire au chalumeau; car, si cet instrument donne la facilité de suivre les progrès des dissolutions par le feu, et d'observer dans tous les instans les phénomènes qui les accompagnent, la petitesse de ses produits ne permet guères qu'à celui qui a vu les effets analogues sous un volume plus considérable, d'en porter un jugement sûr. Mais il m'a paru que le relevé du journal où les résultats de ces expériences ont été

(1) Page 152 et suiv.

consignés, pouvait être de quelque intérêt pour la chimie et même pour les arts, par l'attention que l'on a eue de varier l'élévation de température, d'en prendre exactement le degré sur l'échelle pyrométrique de *Wedgwood*, et de répéter dans des creusets de platine les essais dont les produits avaient pu être modifiés par les creusets ordinaires (1). Ces observations seront réunies dans un mémoire particulier.

V. Trois laboratoires ont été ouverts pour les élèves de cette division. Ils y ont été exercés à manier les réactifs, à répéter les opérations qui leur ont été indiquées comme les plus propres à les former aux diverses manipulations. Si l'on fait attention que cette division n'est, comme les autres, qu'à sa première année, quoique destinée, dans le plan de l'école, aux élèves de la troisième, on ne sera pas surpris de ne trouver ici aucun résultat de son travail. Cependant l'application de quelques-uns fait espérer qu'avant la fin du cours, ils pourront fournir quelques observations qui mériteront d'être publiées dans ce journal.

DE LA MÉTHODE DE CLASSIFICATION

DES SUBSTANCES MINÉRALES.

Dès que l'on a commencé à porter un œil attentif sur les minéraux, on a reconnu la nécessité d'un système, c'est-à-dire, d'un ordre de distribution à la faveur duquel les objets séparés d'abord pour passer successivement sous nos yeux, se rattachent ensuite à des séries dans lesquelles ils peuvent être aperçus sans confusion, quoiqu'en masse.

On n'a pas été de même d'accord sur les bases à donner à ce système. Les premiers qui s'en sont occupés n'étaient pas assez avancés dans la connaissance des propriétés intrinsèques des diverses substances, pour

(1) Il vient de paraître deux ouvrages sur le même sujet; l'un intitulé : *Nouvelles recherches sur l'usage du chalumeau dans la minéralogie*, par *H. B. de Saussure*, inséré dans le cahier du journal physique pour le mois de juillet 1794, distribué sur la fin de thermidor (août 1795, vieux style); l'autre : *Expériences sur la manière de se comporter des différentes espèces de terres et pierres, au feu du fourneau de porcelaine*, faisant partie du premier volume, imprimé à Berlin, de la collection des analyses de substances minérales de *M. H. Klaproth*. Ces deux savans s'étant proposé le même but, ayant pris chacun des moyens différens, qui ne sont pas non plus ceux que nous avons choisis, le rapprochement pourra ajouter à l'intérêt des résultats.

mettre le moindre intérêt à saisir seulement les apparences extérieures qui pouvaient les annoncer, et qu'ils ne considéraient que comme des accidens. *Gellert* et *Wallerius* ne distinguaient encore les terres que par leurs qualités vitrescibles, argileuses, apyres, alcalines ou calcaires. Les mélanges et les combinaisons étaient sur la même ligne; les masses et les fragmens de même nature étaient placés à une grande distance. Ils formaient des classes distinctes des terres, des sables, des pierres; comme si une matière comminuée n'était plus la même matière; comme s'il eût pu exister entre des parties intégrantes inorganiques, la même différence qu'entre l'animal vivant et ses restes inanimés.

L'histoire des progrès de la minéralogie, depuis *Cramer* et *Henckel* jusqu'à nos jours, démontre que la méthode purement descriptive ne peut conduire à aucune découverte; qu'elle ne s'est formée et perfectionnée qu'à mesure que l'analyse chimique ou les procédés des arts ont averti de séparer ce que l'on était dans l'habitude de confondre, à cause de quelques traits de ressemblance. Ce n'est ni la forme, ni la couleur, ni la cassure, ni l'ensemble de tous les caractères extérieurs qui auraient pu nous apprendre que le spath pesant contenait une terre jusqu'alors inconnue; que le spath fusible recélait un acide particulier; que le manganèse était un métal de son genre; que la pierre pesante était un tunstate de chaux; que le wolfram, qui en diffère du blanc au noir, était aussi une mine de tunstène; que le sulfure de molybdène, si ressemblant à la plombagine, lui était absolument étranger par sa composition; qu'il existait un borate de chaux étincelant comme le quartz, des carbonates métalliques effervesçant avec les acides, comme le spath, &c. &c. Mais quand ces faits ont été bien constatés, il a fallu examiner de plus près ces corps, les comparer plus exactement entr'eux, et faire sortir de cette comparaison des nuances propres à les faire distinguer. De-là est né ce langage approprié pour signaler sous les mêmes traits des différences caractéristiques.

Comment, après cela, peut-on mettre en question si la composition doit être la base principale de la classification, si elle doit marcher avant la description? *Cronstedt* est regardé comme le premier minéralogiste qui ait établi un système sur les principes constituans; mais il est bon d'observer qu'avant lui, comme depuis, les grandes divisions, dans toutes les méthodes, *sans*

exception, ont toujours été appuyées sur quelques-unes des propriétés les plus générales. Par-tout on voit la même application à placer dans autant de séries distinctes les *terres*, les *sels*, les *combustibles*, les *substances métalliques*, sans s'embarrasser de l'identité des formes, des couleurs, de la cohésion, de la dureté, &c. On n'a pas même entrepris de fonder une classification sur ces seules apparences; c'eût été replonger dans le chaos tout ce que l'industrie humaine en avait laborieusement tiré dans la succession des temps.

Ce n'est donc réellement que dans les subdivisions qu'on s'est écarté de ce principe, et sur-tout par rapport aux pierres; car pour les métaux et leurs minérais, il n'est pas venu dans la pensée d'en distribuer les mines dans un autre ordre que celui de leur composition. La raison en est palpable; ce n'était pas une vaine curiosité qui les faisait rechercher, il fallait se mettre d'accord avec les résultats de l'essai; et le besoin d'en connaître la richesse commandait trop impérieusement de les classer par le titre de leur aloi.

Il n'en était pas de même des pierres; à peine était-on éveillé sur l'intérêt d'en étudier les parties constituantes, on ne cherchait guère qu'à jouir du spectacle que présente leur infinie variété. Quand on aurait porté ses vues plus loin, on n'avait pas encore recueilli assez de faits pour hasarder seulement la première ébauche d'un système ordonné sur ce plan; et pour marcher sûrement, il fallait se borner à distinguer par les apparences ce qu'on ne connaissait que par les surfaces, à réunir ces premières observations en corps de doctrine, pour dénombrer et identifier les corps qui attendaient un examen plus approfondi.

C'est ainsi qu'un de nos plus célèbres naturalistes, le C.[en] *Daubenton* (1), établit d'abord la division d'ordre des terres et pierres par ces trois caractères négatifs: *non solubles dans l'eau, non combustibles, non métalliques.*

Il range dans la *première classe* toutes les pierres qui étincellent par le choc du briquet; dans la *seconde classe*, les terres et pierres qui n'étincellent pas sous le briquet, et qui ne font pas effervescence avec les acides; dans la *troisième*, les terres et pierres qui font effervescence avec les acides; et il forme une *quatrième classe* des terres et pierres mélangées.

---

(1) Tableau méthodique des minéraux, &c. *Paris*, 1784.

La transparence, la cristallisation, la texture, la cassure, la disposition au poli, le gras au toucher, les couleurs et une consistance plus ou moins compacte, lui fournissent les caractères de ce genre.

On conçoit qu'à la faveur de ces contrastes habilement saisis, on a pu former un plan de distribution des substances minérales, et marquer une place à chacune, même avant que la nature en fût bien connue; mais ce ne serait pas s'écarter du jugement que l'auteur a lui-même porté de cette méthode, de dire qu'elle ne devait servir qu'à faciliter l'étude, qu'elle ne convenait qu'au premier âge de la minéralogie, puisqu'il avoue *n'avoir renoncé à exposer dans ce tableau les résultats de l'analyse chimique des différens minéraux, que parce qu'ils n'avaient pas encore été analysés en assez grand nombre.*

Non-seulement ces résultats se sont multipliés depuis par les travaux de la chimie moderne, mais encore l'analyse a été dirigée spécialement vers cet objet, par plusieurs minéralogistes convaincus de la nécessité de pénétrer dans la composition des corps, si l'on ne voulait borner la lithologie à satisfaire une vaine curiosité.

Dès 1780, *Fourcroy* avait publié une classification fondée sur ces résultats, dans laquelle il distinguait déjà, suivant les vues de *Buquet*, les combinaisons et les mélanges.

Peu de temps après parut la *Sciagraphie du règne minéral* de *Bergman* : ce n'était qu'un cadre, mais un cadre tracé de la main d'un homme accoutumé à porter, dans l'étude de la nature, la méthode des sciences exactes, et qui avait le plus contribué à perfectionner l'art des essais, à reculer les bornes de l'analyse chimique. *Mongez* entreprit de le remplir; il y fit entrer tout ce qui était connu à cette époque; il l'enrichit d'un grand nombre d'observations qui lui étaient propres; et suivant la marche tracée par l'illustre Suédois, il mit à leur véritable place les caractères extérieurs de la méthode de *Daubenton*, en les faisant servir à signaler les variétés, après avoir déterminé les classes et les genres par le principe le plus abondant (1).

On trouve la même doctrine établie et mise en pratique dans les

---

(1) Manuel du Minéralogiste, &c. *Paris*, *1784*.

élémens de minéralogie de *Kirwan*, le premier ouvrage classique, publié en Angleterre, sur cette matière.

Werner lui-même, à qui *Mongez* et *Kirwan* ont fait le reproche peu mérité d'adopter exclusivement la méthode descriptive, a, dans tous les temps, ordonné le système de la classification des fossiles, d'après leurs propriétés chimiques : dans la traduction qu'il a donnée de l'ouvrage de *Cronstedt*, il fait une continuelle application de ces principes sur l'observation et l'expression des caractères extérieurs, mais sans leur donner la prérogative de déterminer les séries, et en conservant au contraire l'ordre analytique du minéralogiste suédois.

Enfin le célèbre *de Born*, qui, dès 1772, avait suivi le même plan, en enrichissant la lithologie des nombreuses observations qu'il avait personnellement recueillies sur le gisement et les gangues des minérais, a reproduit ce système perfectionné dans un dernier ouvrage, où, sous le titre de *Catalogue raisonné de la collection d'Éléonore de Raab*, on trouve toutes les substances minérales connues, placées suivant leurs principes constituans, leur rang justifié par les analyses les plus exactes, leurs dénominations corrigées d'après les règles de la nomenclature méthodique; et, dans l'explication de leurs propriétés, les vérités démontrées par les chimistes français, substituées aux principes hypothétiques de l'école de Stahl.

Concluons que ce serait véritablement faire faire un pas rétrograde à la science, que d'établir aujourd'hui la classification des minéraux sur les formes et les apparences extérieures; appliquons-nous plutôt à perfectionner celle dont les savans que je viens de citer ont jeté si heureusement les fondemens; et pour cela, essayons d'abord de faire disparaître l'espèce de controverse qui subsiste encore sur quelques points : il n'est besoin que d'insister sur des principes avoués, pour réunir toutes les opinions.

Ces oppositions ont plusieurs causes; je ne parle pas de l'obstination de quelques-uns, qui, à l'exemple des botanistes, veulent absolument trouver une méthode naturelle, comme si la nature avait fait des méthodes; c'est la pierre philosophale des méthodistes : je placerais volontiers sur la même ligne la prétention de ceux qui, ne se bornant pas à en exclure l'arbitraire, se refusent la faculté de rappeler, ou seulement de nommer dans une série, une substance, qui, sous d'autres rapports plus généraux,

a une place déterminée dans une autre division. C'est également perdre de vue qu'une méthode n'est qu'un instrument artificiel, qu'elle doit par tous les moyens aider l'intelligence et soulager la mémoire.

Mais, tout en prenant pour base de leur système la partie dominante dans le composé, tous s'en écartent volontairement, les uns sur un article, les autres sur un autre ; ceux-ci se fondant sur quelques raisons spécieuses, ceux-là comme enchaînés par l'habitude, ou n'osant prononcer des vérités qui heurtent les idées vulgaires; ce qui détruit tout accord dans l'exécution du même plan, et retarde la marche de la science, en effaçant le type qui doit faire reconnaître les vérités et les erreurs.

C'est ainsi, par exemple, que l'on voit avec peine dans les éditions les plus récentes des classifications de *de Born* et de *Werner*, le *diamant*, qui ne tient point de silice, placé au rang des siliceux, quoiqu'ils sachent bien qu'il brûle comme le charbon.

Bergman a écrit, il y a près de vingt ans, *qu'il ne pensait pas que personne pût douter désormais que la vraie place des gemmes dans un système naturel ne fût la classe des composés alumineux* (1) *;* les belles analyses qui l'avaient conduit à cette conclusion ont été refaites par plusieurs chimistes; tous les résultats concourent à établir que l'alumine y est, en effet, le principe dominant ; une foule d'observations coïncidentes annonce que dans les combinaisons intimes de silice et d'alumine, la dureté correspond en quelque sorte à la proportion de la dernière (2) ; enfin, la théorie d'*Haüy* sur la structure des cristaux, a démontré qu'il n'y avait qu'une *orientale*, quelle qu'en fût la couleur : cependant *Werner*, *Kirwan*, *de Born*, placent encore les gemmes dans les siliceux; Kirwan y admet celles même où il reconnaît *jusqu'à trois fois* autant d'argile que de silice ; et quoiqu'il ne conteste pas que l'on rencontre des rubis blancs, des saphirs verts, des cristaux gemmes en partie jaunes, en partie bleus, &c. il suppose que la dureté a moins de connexion que la couleur avec leur composition.

---

(1) Opuscules, &c. *tom. II, dissert. 15, parag. 7.*

(2) L'analyse du rubis, par M. *Klaproth*, y indique 0,76 d'alumine. *Il en tire* (dit de Born) *la conséquence très-juste que la dureté des gemmes dépend d'une plus ou moins grande portion d'alumine*, de Born, *Catalogue*, &c. *tom. II, pag. 479.*

Une

Une fois qu'on a abandonné le principe sur lequel s'appuie la méthode, il n'y a plus rien de fixe, tout devient arbitraire; la plus légère considération accessoire suffit pour motiver une exception, et l'unité de système disparaît dans les divers modes d'exécution. Je n'en chercherai point d'autres exemples que ceux que me fournissent les trois minéralogistes que je viens de citer : ils avouent tous la nécessité de classer par le *principe prédominant*, ils partent tous des *mêmes analyses :* voici quelques-uns des points sur lesquels ils sont en opposition entre eux et avec leur doctrine.

L'*opale* et le *jade*, dans *Kirwan* et *de Born*, appartiennent à la classe des siliceux : la première est placée par *Werner* dans celle des argileux, le second dans les talqueux.

Par rapport au *pechstein*, *Kirwan* et *Werner* s'accordent, contre *de Born*, pour en faire un genre argileux, tandis que, de l'aveu du premier, il tient quatre fois autant de silice que d'argile.

Il n'y a pas jusqu'au *jaspe* et même au *feld-spath* qui, dans le système d'oryctognosie de *Werner* que l'on vient de publier, ne se trouve transformé en argileux ; on se doute bien que, cette fois, il est seul de son avis.

La silice entre dans la composition du *mica*, dans une proportion bien supérieure à celle de l'alumine ; cela n'empêche pas que dans les trois systèmes il ne figure avec les argileux.

La même terre est également reconnue prédominante, quelquefois jusqu'à quatre cinquièmes, dans les stéatites, les talcs, les serpentines, les asbestes : *Kirwan*, *Werner* et *de Born* se réunissent ici pour les enlever à leur série naturelle et en former une classe particulière; le premier, sous le nom de *muriatique;* le second, sous celui de pierres *talqueuses;* le troisième, sous celui de pierres *magnésiennes*. *Werner* y admet de plus le *sappare*, quelquefois assez dur pour rayer le cristal de roche, et que *MM. de Saussure* ont reconnu tenir plus de moitié de son poids d'alumine, et à peine un quarantième de magnésie (1).

(1) Journ. phys., *mars 1789* et *juillet 1793*. Le sappare est le *cyanite* de *M. Werner ;* il ne sera pas inutile de rappeler à cette occasion la remarque très-judicieuse de *M. Saussure* fils, que toutes ces dénominations par les couleurs doivent être rejetées ; qu'elles ne peuvent que donner des idées fausses; que tous les sappares ne sont pas bleus, et que toutes les pierres bleues ne sont pas des sappares, &c.

La nomenclature est un objet d'une telle importance, que je crois devoir ajouter ici

Je ne dois pas dissimuler que, du moins par rapport aux talcs, aux stéatites et même au mica, *Bergman* avait donné l'exemple et le précepte de s'écarter de la règle de la classification par le principe le plus abondant, en considérant que l'alumine et la magnésie portaient dans leurs composés, à moindre dose, une propriété *d'une plus grande intensité;* que ces terres ne se trouvant jamais isolées, ne formant dans les autres substances que la moindre partie du poids, ne constitueraient aucun genre, si l'on s'en tenait à la règle.

Je ne serai pas plus arrêté par l'autorité du célèbre chimiste suédois; qu'il ne l'aurait été lui-même, si un nouvel examen lui eût fait embrasser une autre opinion; et l'on sait avec quelle noble franchise il s'est plus d'une fois empressé de publier qu'il abandonnait son premier jugement. Nous pouvons même le combattre ici avec ses propres armes, puisqu'après avoir admis des genres qui devaient avoir d'autres bases que l'analyse, il ajoute : *ce n'est qu'avec les plus grandes peines que l'on en détermine les limites.* Il n'en eût pas seulement senti la difficulté, il n'aurait pas tardé à en reconnaître l'impossibilité, si, au lieu d'un aperçu, d'un ouvrage ébauché, comme il l'appelle en le livrant à l'impression, sur les instances de Ferber, il eût entrepris une minéralogie complète sur ce plan ainsi modifié ou plutôt dénaturé dans son principe. Qu'est-ce en effet que cette *intensité de propriété* (qui s'entend ici du gras, de l'onctueux au

---

quelques réflexions à ce que j'en ai dit précédemment *(Cahier de germinal, page 139)*. Que le naturaliste qui découvre une substance non encore nommée, lui approprie une dénomination dont le sens étymologique établisse quelque rapport entre le signe et l'objet, il use de son droit, et en use de la manière la plus avantageuse pour aider la mémoire; que l'on propose un système général qui réforme les impropriétés, qui rende les noms plus significatifs, sans qu'ils expriment rien au-delà de ce qui est connu, et dont la clé, facile à saisir, prête un sens utile à certaines terminaisons, ce sera rendre service à la science : mais y porter, comme on le fait depuis quelque temps, une foule de nouveaux mots, tels que *cyanite, chlorite, calcholite, graphite, staurolite, koireite, thallite*, &c. &c., dont la terminaison monotone ne spécifie rien, qui pour la plupart ne font qu'habiller à la grecque l'idée renfermée dans la dénomination consacrée par l'usage, c'est méconnaître tous les principes de la méthode de nommer. Il ne resterait plus (et on en a déjà donné l'exemple) qu'à introduire dans la minéralogie cet abus dont la chimie a si heureusement purgé sa nomenclature, de désigner les choses par des noms individuels qui ne peuvent rappeler à l'esprit que l'intention qu'on a eue de les honorer; on ne pourrait bientôt produire un système de minéralogie sans l'accompagner d'un volume de synonymie.

toucher), sinon un caractère superficiel autant et plus étranger au principe fondamental de la méthode, que la forme, la couleur, la dureté, &c.? Il y a des stéatites, par exemple, qui étincellent par le choc de l'acier; il y en a qui font effervescence avec les acides; il y en a qui présentent la cristallisation hexagone du mica (1). Quelle raison de préférer l'un de ces caractères à l'autre? Qui est-ce qui nous garantira désormais de l'arbitraire d'un choix aussi indéterminé?

Mais une considération plus puissante me paraît devoir trancher la question. Est-ce donc, encore une fois, pour satisfaire une vaine curiosité que l'on se livre à l'étude de la minéralogie? Cette science ne consiste-t-elle que dans l'habitude d'attacher des noms convenus et insignifians à des objets dont on ignore la valeur? Est-ce pour nous rappeler ce qui tombe naturellement sous nos sens que nous avons besoin d'une classification? Non : c'est pour attacher au contraire à ces dénominations des idées exactes; c'est pour conserver la trace des propriétés les moins apparentes, dont la découverte est le plus difficile, dont la connaissance est le plus utile. Il faut que la méthode rapproche les corps qui recèlent les mêmes élémens; il faut qu'elle dévoile la composition intime de chaque minéral par la place même qu'elle lui assigne; il faut qu'elle trace une route facile et sûre pour arriver à une connaissance entière des richesses de la nature; il faut enfin, qu'après avoir guidé l'intelligence de celui qui commence à s'instruire, elle présente continuellement à sa mémoire le tableau fidèle des impressions qu'il a reçues, qu'elle marque les bornes au-delà desquelles il n'a pu pénétrer, qu'elle lui prépare un cadre régulier pour y inscrire les résultats des nouvelles recherches.

Toutes ces vues seront remplies en classant par l'analyse, en se tenant invariablement à cette règle; elles ne peuvent l'être que par cette méthode et avec cette condition.

Je demande s'il est des inconvéniens qui puissent faire renoncer à de tels avantages. Qu'importe que dans ce plan la classe des *alumineux* se trouve considérablement réduite, qu'il reste à peine quelques genres pour former une classe de *magnésiens!* Il s'agit bien ici d'une distribution

---

(1) Chaptal, Élémens de chimie, tom. II, pag. 72.

symétrique ! On aura satisfait à tout, en considérant à son tour la magnésie isolément comme terre simple, ainsi qu'on le pratique déjà, et insérant à la suite la liste des minéraux qui en tiennent, et dont l'ordre de composition détermine le placement dans une autre classe.

Il en sera de même de ces composés salins-terreux, sur lesquels il y a tant d'incertitude et de confusion dès qu'on abandonne le principe. Pour juger à quel point on se laisse entraîner par l'acception habituelle de quelques mots, demandons ce qu'on doit entendre par *sels* : si l'on dit que ce sont des substances sapides et solubles, le carbonate de chaux, le fluate de chaux, le sulfate de baryte ne sont pas plus des sels que la silice, et encore moins que l'alumine; si l'on dit que ce sont les produits de l'union d'un acide et d'une base, on particularise un phénomène qui doit être envisagé d'une manière bien plus générale, car il est constant que les attractions sont respectives, et la formation d'un sel quelconque, du sulfate de chaux, par exemple, n'est pas une combinaison chimique plus parfaite, ni d'un autre genre que l'union de la silice et de l'alumine dans les cristaux gemmes.

Répugnerait-on à voir, dans la série des *terres*, des substances dont l'art peut extraire des fluides, des gaz acides ? La répugnance serait tout au moins aussi naturelle à considérer comme *sels* des masses qui ont la dureté, l'opacité, la pesanteur, tous les caractères, toutes les propriétés de la pierre; mais la répugnance non raisonnée n'atteint pas le naturaliste. Le poids dominant du principe terreux décidera l'ordre et la classe; le genre sera simplement rappelé dans le dénombrement des résultats des combinaisons de son acide.

Il nous manque sans doute encore beaucoup d'analyses, et il y en a un grand nombre que l'on peut soupçonner n'être pas très-exactes : mais, parce qu'on est encore loin du but, faut-il abandonner la seule route qui puisse y conduire ? Les cases vides, les placemens provisoires, avec réserve d'un nouvel examen, auront aussi leur utilité en ce qu'ils annonceront les besoins de la science, qu'ils appelleront l'industrie, et presseront l'émulation de ceux qui la cultivent. La disposition la plus favorable aux progrès des connaissances n'est pas de négliger les premiers aperçus, ni de repousser les opinions, mais de les recueillir pour ce qu'ils sont, en

les distinguant soigneusement des faits constatés et des vérités acquises.

Il pourra arriver enfin que, par la rigueur du principe, des substances connues sous le même nom, présentant les mêmes caractères extérieurs, se trouvent portées dans des classes différentes, à raison des doses des ingrédiens de leur composition : eh bien, on apprendra, par ce moyen, ce qu'il faut savoir, ce dont il importe de conserver le souvenir, qu'un examen plus approfondi a fait disparaître l'identité établie par un nom donné sur une ressemblance apparente ; on en couclura que les caractères extérieurs n'ont pas de nuances qui correspondent aux proportions de composition, ou qu'elles ne sont pas perceptibles à nos sens ; on en conclura qu'il y a divers points de saturation de deux matières l'une par l'autre ; que dans quelques combinaisons une des parties constituantes peut se trouver en excès, qu'elle peut y entrer simple ou déjà composée ; et ce n'est que par le rapprochement de ces observations que l'on parvient à généraliser les phénomènes et à jeter quelque lumière sur les points obscurs de leur théorie.

Ainsi, sous quelque point de vue que l'on considère la classification des substances minérales, soit comme instrument didactique propre à en faciliter l'étude, soit comme un inventaire des richesses de la nature, destiné à montrer journellement à l'industrie les matières qu'elle peut appliquer à nos besoins, soit comme moyen d'avancement de la science, soit par rapport à la régularité du plan, à la stabilité de ses divisions, à l'accord de ceux qui doivent coopérer à son exécution, tout indique la nécessité de lui donner pour base unique la composition intime dévoilée par les produits de l'analyse ; j'ai fait voir enfin que les cas pour lesquels on s'était cru forcé de s'écarter de cette règle, fournissaient eux-mêmes, en dernier résultat, de nouveaux motifs de s'y tenir invariablement.

N. B. *Ce Cahier se trouvant déjà considérable, on est obligé de renvoyer au suivant* le résumé des leçons sur la cristallisation, l'analyse de la calcédoine du creuzot *et* les expériences comparatives sur les terres, *annoncés dans la notice des travaux de la troisième division.*

NOTICE

SUR

UN COURS ÉLÉMENTAIRE D'ANALYSE

FAIT PAR LAGRANGE,

Par R. PRONY.

Le nom de *Lagrange* ne rappelle à bien des lecteurs que les grandes difficultés de l'analyse, et la série des recherches profondes dont il a enrichi les sciences exactes depuis quarante ans. L'école polytechnique lui réservait une nouvelle espèce de gloire, celle d'aplanir l'entrée de la carrière dont il a reculé les limites. Qu'on n'imagine pas que ce soit dérober en pure perte quelques momens au génie, de les consacrer au développement des premiers principes de nos connaissances. Si cette tâche paraît aisée, d'après la multitude de livres élémentaires dont le public est inondé, il n'en est pas moins vrai qu'on est encore bien loin de l'avoir remplie. Quiconque a réfléchi attentivement sur la marche de la nature dans la formation des idées, et sur les moyens de déduire des qualités sensibles les diverses aggrégations de celles qu'on appelle *notions fondamentales*, s'étonne des difficultés extrêmes que présente leur établissement rigoureux et exempt d'obscurité; aussi des philosophes distingués ont-ils desiré, depuis long-temps, que la composition des livres élémentaires fût enfin arrachée à la cupide médiocrité, pour passer en des mains capables d'atteindre également, et la base, et le faîte de l'édifice des sciences. Déjà quelques ouvrages, faits par des savans d'un grand mérite, ont en partie couronné leurs vœux; et l'on doit attendre, pour l'avenir, les plus heureux efforts de l'impulsion donnée à l'instruction publique.

Le cours de Lagrange a commencé le 5 prairial dernier. Toutes les classes d'élèves y ont été appelées; les instituteurs eux-mêmes, empressés

de se ranger parmi ses auditeurs, ont joui du spectacle intéressant de voir l'un des hommes qui ont le plus fait pour la gloire des sciences, préparer dans l'esprit des jeunes élèves, qui en sont l'espoir, les germes des découvertes futures, et assurer à la France la continuation de la prééminence en analyse et en géométrie, qui lui est incontestablement acquise depuis le milieu de ce siècle.

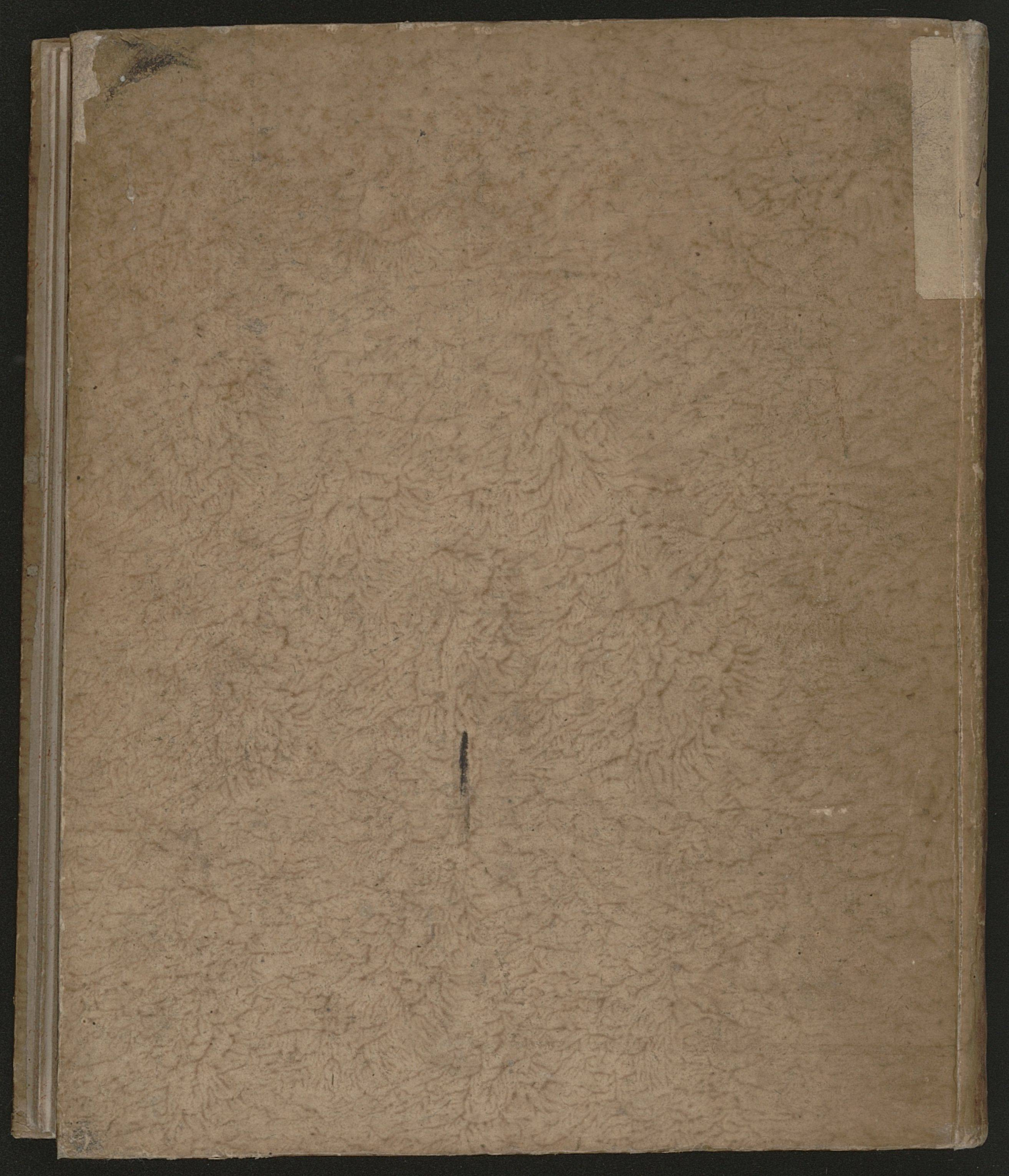
Les premières leçons ont eu pour objet les élémens de l'arithmétique; à commencer par la numération. Cette matière, si sèche et si stérile chez la plupart des auteurs, a acquis entre les mains de Lagrange la richesse et la fécondité qui brillent dans toutes ses productions. L'origine des idées sur les nombres, une notice des diverses méthodes employées par les anciens et les modernes pour les représenter par des signes, la cause naturelle de la préférence donnée au système décimal, des considérations générales sur les différens systèmes de numération, sur la réduction qu'on peut faire au nombre des signes en introduisant des caractères négatifs, les propriétés curieuses de l'arithmétique binaire, &c. &c. telles ont été les premières notions qu'il a données sur la science des nombres. L'instituteur est passé ensuite à l'explication des règles de l'arithmétique, qui ont offert des détails de plus en plus curieux et piquans, tant sur des procédés particuliers de calcul, que sur les preuves des opérations. La théorie des fractions continues n'a point été omise, et l'on peut avoir une idée de l'exposition que Lagrange en a faite, par le morceau qu'il a publié sur le même objet dans les supplémens à l'algèbre d'Euler et dans les recueils de l'école normale.

La théorie de la division numérique conduit naturellement à des considérations sur les suites; et parmi toutes celles dont on s'occupe en analyse, les plus usitées et les plus utiles sont celles qui dérivent des progressions arithmétique et géométrique. Lagrange a commencé cette partie de son cours par la théorie des logarithmes; et quoiqu'une matière aussi rebattue ne paraisse pas se prêter à des vues nouvelles, cependant, sa manière concise et élégante a répandu sur tout ce qu'il a dit, l'intérêt de la nouveauté; il a passé ensuite aux séries dont les différences d'un certain ordre sont constantes, et qui tirent, par conséquent, leur origine de la progression arithmétique; leur théorie a amené plusieurs détails sur l'inter-

polation, matière qu'il avait enrichie, précédemment, de plusieurs belles et savantes recherches, consignées dans les collections académiques et dans les Éphémérides de Berlin. Les séries qui dérivent de la progression géométrique, et qu'on connaît généralement sous le nom de *suites récurrentes*, ont succédé aux précédentes. Lagrange a traité cette branche importante de l'analyse avec beaucoup de simplicité et de clarté ; il a analysé les diverses formes qui résultent des cas où l'équation de relation a ses racines réelles ou imaginaires, égales ou inégales ; et tout ce qu'il a dit sur cet objet est, indépendamment de son utilité immédiate, une excellente préparation à la partie du calcul intégral qui traite des équations différentielles linéaires.

Il est question, dans ce qui précède, de théories mathématiques déjà connues, et auxquelles Lagrange a ajouté, à diverses reprises, ses propres découvertes. Il a fait succéder à leur exposition celle d'une matière qui n'appartient qu'à lui seul, et qui a pour objet la démonstration des principes fondamentaux du calcul différentiel et intégral. On sait que, mettant de côté la métaphysique vicieuse de Leibnitz, l'un des inventeurs de ce calcul, les géomètres n'ont regardé comme rigoureuses que la méthode des *fluxions* et celle des *limites*, données par Newton ; mais la première introduit la considération du *mouvement* et de la *vîtesse*, qui est étrangère à l'analyse pure et à la géométrie ; la seconde exige une exposition qui n'est pas sans embarras lorsqu'on veut la rendre exempte d'obscurités. Lagrange est parvenu à établir rigoureusement, non-seulement les procédés analytiques, mais encore l'application aux lignes et aux surfaces, du calcul différentiel et intégral, sans employer ni l'une ni l'autre des méthodes précédentes. Il avait déjà publié le fond de sa théorie dans le volume de 1772 de l'académie de Berlin ; mais il y a ajouté depuis beaucoup de développemens, et il en a fait l'objet d'un traité qui sera inséré dans le quatrième numéro de ce journal ; ce qui rend superflus les détails que je pourrais placer ici sur cette matière.

TABLE



Journal
polytechnique
1er
et 2ème cahier



inches 4 3 2 1 0 — 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 centimeters

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (A)	12	13	14	15
L*	39.12	65.43	49.87	44.26	55.56	70.82	63.51	39.92	52.24	97.06	92.02	87.34	82.14	72.06	62.15
a*	13.24	18.11	-4.34	-13.80	9.82	-33.43	34.26	11.81	48.55	-0.40	-0.60	-0.75	-1.06	-1.19	-1.07
b*	15.07	18.72	-22.29	22.85	-24.49	-0.35	59.60	-46.07	18.51	1.13	0.23	0.21	0.43	0.28	0.19
Density →										0.04	0.09	0.15	0.22	0.36	0.51

D50 Illuminant, 2 degree observer

Golden Thread

	16 (M)	17	18 (B)	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
L*	49.25	38.62	28.86	16.19	8.29	3.44	31.41	72.46	72.95	29.37	54.91	43.96	82.74	52.79	50.87	L*
a*	-0.16	-0.18	0.54	-0.05	-0.81	-0.23	20.98	-24.45	16.83	13.06	-38.91	52.00	3.45	50.88	-27.17	a*
b*	0.01	-0.04	0.60	0.73	0.19	0.49	-19.43	55.93	68.80	-49.49	30.77	30.01	81.29	-12.72	-29.46	b*
Density	0.75	0.98	1.24	1.67	2.04	2.42										

Colors by Munsell Color Services Lab

Don Williams